

$$\sigma = \frac{ne^2}{m} \tau \quad \text{vezetőképesség} \quad \text{fémekben}$$

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_{\text{elasztikus}}} + \frac{1}{\tau_{\text{inelaszt}}}$$

$$\frac{1}{\tau_{\text{inelaszt}}} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum |\langle 1 | 1 \rangle|^2 \delta()$$

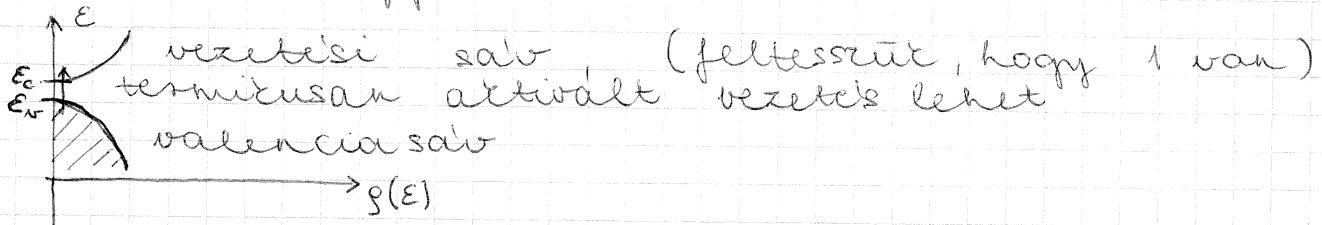
$$\frac{1}{\tau_{\text{inelaszt}}} \propto T^\alpha \quad \alpha \approx 1$$

szigetelő $g(T) \approx \text{konstans}$

ha az ellenállás valamilyen exponenciális hőmérsékletfüggést mutat, akkor hívjuk felvezetőnek

$$g(T) \sim e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

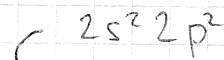
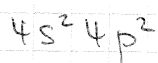
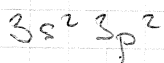
(régí definíció a szobahőmérsékleti ellenállás értéke alapján volt)



töltéshordozók mozgékonyasága:

$$\vec{j} = -en\vec{v}_d = -en\mu\vec{E}$$

szilícium, germanium felvezető, (szén)



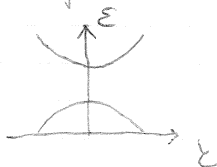
$$E_g = 1,12 \text{ eV}$$

$$E_g = 0,67 \text{ eV}$$

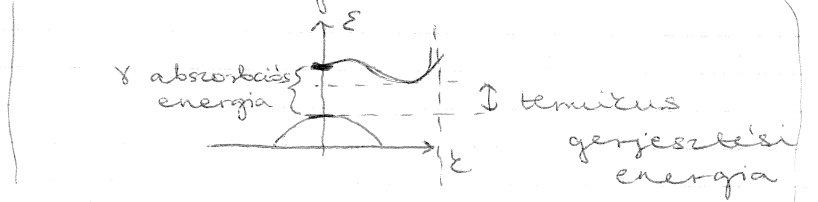
nem lehet Si, Ge { tetragonális szer. grafén az élet alapja

mincs szilícium alapú élet

direkt felvezető



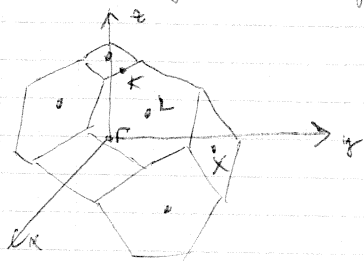
indirekt felvezető



ezzel foglalkozunk

elemi cella valós térben lapcentrálalt köbös
reciprokálcs csontolt oktaéder (gyémánt reciprok)

8 határóg, 6 négyzet határolja



$$\Gamma = (0, 0, 0) \frac{2\pi}{a}$$

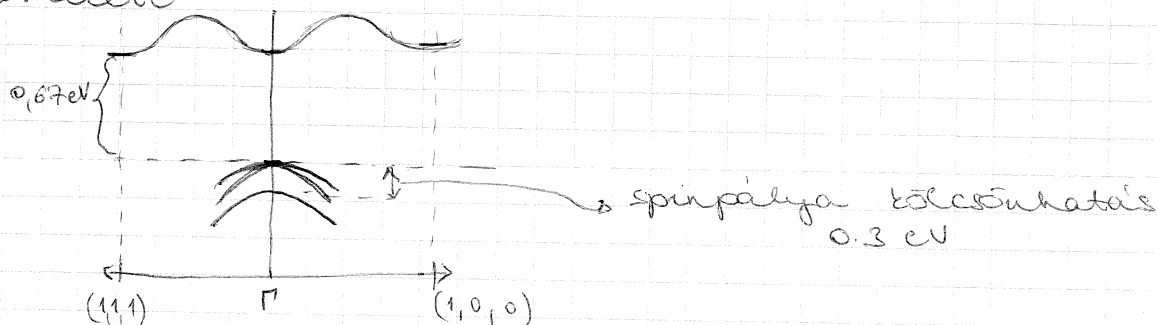
$$X = (0, 0, 1) \frac{2\pi}{a}$$

$$L = (1, 1, 1) \frac{2\pi}{a}$$

$$K = \left(\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 0\right) \frac{2\pi}{a} \rightarrow \square \text{ élközepe}$$

ezek adják a kristálytani főirányokat

(Ge) sávstruktúra



évienergetikus felületet ellipszoidot (4 db)

Ge vezetési sáv

$$\frac{m_{\parallel}}{m} = 1,6$$

$$\frac{m_{\perp}}{m} = 0,082$$

↓
alacsony energiára
abszolút forgási-
szimmetrikus

valencia sáv

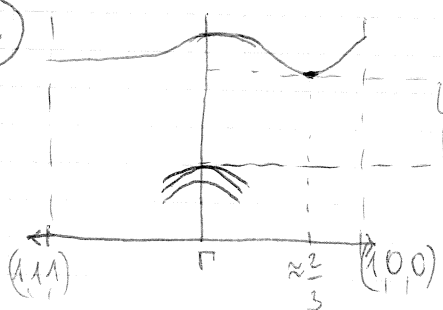
$$\frac{m_{h1}}{m} = 0,28$$

$$\frac{m_{h2}}{m} = 0,044 \text{ könnyű } \dots$$

nehéz lyuk tömeg

a négyzetes disperzió erős törlődés pl. a
degenerált pontban nem használható

(Si)



6 ekvivalens forgási
ellipszoid

vezetési sáv

$$\frac{m_{\parallel}}{m} = 0,916$$

$$\frac{m_{\perp}}{m} = 0,191$$

valenciasáv

$$\frac{m_{h1}}{m} = 0,54$$

$$\frac{m_{h2}}{m} = 0,15$$

$$n_c(T) = \int_{\epsilon_c}^{\infty} d\epsilon g_c(\epsilon) \frac{1}{e^{\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}} + 1}$$

boltzsekt

$$p_v(T) = \int_{-\infty}^{\epsilon_v} d\epsilon g_v(\epsilon) \left(1 - \frac{1}{e^{\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}} + 1} \right)$$

lyukak

$\epsilon_c - \mu \gg k_B T \Rightarrow$ Boltzmann - statisztikát lehet csinálni

$$n_c(T) = p_v(T)$$

$$n_c(T) = \int_{\epsilon_c}^{\infty} d\epsilon g_c(\epsilon) e^{\frac{\mu - \epsilon}{k_B T}} = e^{\frac{\mu - \epsilon_c}{k_B T}} \int_{\epsilon_c}^{\infty} d\epsilon g_c(\epsilon) e^{\frac{\epsilon_c - \epsilon}{k_B T}} =$$

$$= e^{\frac{\mu - \epsilon_c}{k_B T}} N_c(T)$$

$$g_c(\epsilon) \sim \sqrt{\epsilon - \epsilon_c}$$

$$N_c(T) \sim T^{3/2}$$

$$p_v(T) = P_v(T) e^{\frac{\epsilon_v - \mu}{k_B T}}$$

$$p_v(T) = n_c(T) = n_i(T) = \sqrt{n_c(T) p_v(T)} =$$

↑ intrinsic

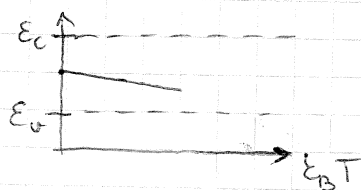
$$= \sqrt{N_c(T) P_v(T)} e^{-\frac{\epsilon_g}{k_B T}}$$

$$\mu = \frac{\epsilon_c + \epsilon_v}{2} + \frac{k_B T}{2} \ln \frac{P_v(T)}{N_c(T)} \quad \text{a kémiai potenciál}$$

a szilárd testben van $T=0$ - nál pont középen

$$\approx \frac{\epsilon_c + \epsilon_v}{2} + \frac{3}{4} k_B T \ln \frac{m_v}{m_c} \quad \text{a tömegektől függ}$$

melyik irányba megy nem 0 hőmérsékleten



idealizált felvezetők:

ugyanabba a kristályba kerülnek egy szomszéd oszlopba egy atomot

$\bar{V}$ - fűzőpontból $\Rightarrow +1$ elektron $\rightarrow$ hidrogén-szerű kötött állapot, de a Bohr - sugar sokkal nagyobb, mint az atomi távolság $\Rightarrow$ nem Coulomb - éh.

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \text{ helyett } \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \frac{1}{\epsilon} \text{ és } m \text{ helyett } m^*$$

$$E_0 = \frac{m^* e^4}{(4\pi\epsilon_0)^2 \epsilon_r^2} \frac{1}{2\hbar^2} = 13,6 \text{ eV} \cdot \frac{m^*}{m} \frac{1}{\epsilon_r^2}$$

↑
kötési energia kicsi

$$\epsilon_r \approx 10 - 30 - 50$$

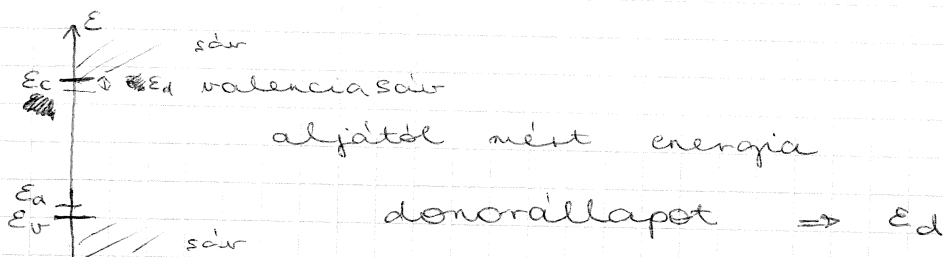
$$10^{-2} - 10^{-3}$$

Bohr - sugara : $r_0 = a_0 \epsilon_r \frac{m}{m^*}$ 10 - 20 rácshállandó

többi atomot, mint háttérrel vehetjük figyelembe

Si $E_d \sim 20 \text{ meV}$

Ge $E_d \sim 55 \text{ meV}$



ha III. főcsoportból adunk hozzá, akkor lesz egy hiány $\Rightarrow$ lyuk

$\Rightarrow$ inverz H atom, akceptorenergia valenciasáv teteje fölött

azért a donorállapotot számítanak, amik felgerjesztődnek a sávba, mert a donorállapotot nem alkotnak sávot

$$\left. \begin{array}{l} E_c - E_d \\ E_a - E_v \end{array} \right| \approx 10 \text{ meV} \Rightarrow \text{szobahőmérsékleten is jelentős}$$

$$E_c - E_v \approx 1 \text{ eV}$$

töltéshordozók sűrűsége:

$$\langle n_d \rangle = \frac{\sum_i N_i e^{-\frac{E_i - \mu}{k_B T}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i - \mu}{k_B T}}}$$

$$\text{beöltöttség } \langle n_d \rangle = \frac{2 e^{-\frac{E_0 + E_d - \mu}{k_B T}}}{e^{-\frac{E_0}{k_B T}} + 2 e^{-\frac{E_0 + E_d - \mu}{k_B T}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{E_d - \mu}{k_B T}}}$$

$$n_d = \frac{N_d}{1 + \frac{1}{2} e^{\frac{E_d - \mu}{k_B T}}}$$

üres nívó értékeit: $1 - n_d = \frac{N_d}{1 + 2e^{\frac{\mu - E_d}{k_B T}}}$

ugyanaz elmondható az acceptor nívóra, de lehet 1 lyuk 2 lyuk, de 0 nem lehet

$n_a - 1 = \frac{N_a}{1 + 2e^{\frac{E_a - \mu}{k_B T}}}$ ionizált acceptornívó

$n_c + n_d = N_d - N_a + p_v + p_a \leftarrow$ acceptor lyuk



↑ valencia lyuk

negatív töltések = pozitív töltések

$N_c e^{-\frac{E_c - \mu}{k_B T}} + N_d \frac{1}{1 + 2e^{\frac{E_d - \mu}{k_B T}}} = N_d - N_a + \dots$

$n_c(T) = N_c e^{-\frac{E_c - \mu}{k_B T}} = N_c e^{-\frac{E_c - \mu_i}{k_B T}} e^{\frac{\mu - \mu_i}{k_B T}} = n_i(T) e^{\frac{\mu - \mu_i}{k_B T}}$

$p_v(T) = n_i(T) e^{\frac{\mu_i - \mu}{k_B T}}$

↑ adalékulási sebül

$n_c p_v = n_i^2$

tjh. csak donornívó van (μ - t avarjuk)

$n_c = p_v + n_d^+$



↑ ionizált donornívó száma

alacsony hőmérsékleten elhagyható
 $N_c(T) e^{-\frac{E_c - \mu}{k_B T}} = N_d \frac{1}{1 + 2e^{\frac{\mu - E_d}{k_B T}}}$

Ezt már meg lehet oldani μ -re

$\mu = k_B T \ln \left(\frac{1}{4} e^{\frac{E_d}{k_B T}} \left[1 + \frac{8 N_d}{N_c(T)} e^{\frac{E_c - E_d}{k_B T}} - 1 \right] \right)$

alacsony hőm-en

$\mu \rightarrow \frac{E_c + E_d}{2} + k_B T \ln \frac{N_d}{2 N_c(T)}$
 $E_c - E_d \gg T k_B$



$\mu \rightarrow E_c + k_B T \ln \frac{N_d}{N_c(T)}$
 $E_c - E_d \ll k_B T$?

száma: ^{számban lévő} vezetési elektronok

$$n_c(T) = N_c(T) e^{\frac{E_c - E_F}{k_B T}} = \sqrt{\frac{N_c(T) N_d}{2}} e^{-\frac{E_c - E_d}{k_B T}} \quad \text{ha } E_c - E_d \gg k_B T$$

$$n_c \approx N_c(T) e^{E_F - \frac{E_d}{k_B T}} = N_d \quad \text{ha } E_c - E_d \ll k_B T$$

↑
összes donornívó ionizálódik

⇒ üzemi tartomány

tiszta félvezetőre $n_c = p_v$

adalekelt félvezető $n_c - p_v = \Delta n$

$$n_c \cdot p_v = n_i^2 \quad n_i(T) = \sqrt{N_c(T) P_v(T)} e^{-\frac{E_g}{2k_B T}}$$

$$n_c = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(\Delta n)^2 + 4n_i^2} + \Delta n \right)$$

$$p_v = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(\Delta n)^2 + 4n_i^2} - \Delta n \right)$$

n_i kicsi $\Rightarrow$ általában $|\Delta n| \gg n_i$

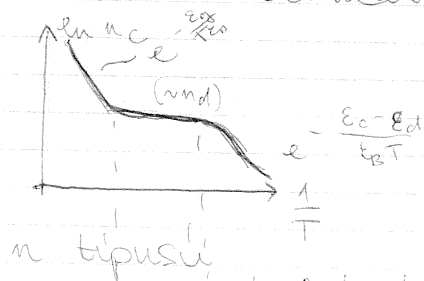
ha $\Delta n > 0$ $n_c \approx \Delta n + \frac{n_i^2}{\Delta n} \Rightarrow$ többségi töltéshordozók

$p_v \approx \frac{n_i^2}{\Delta n} \Rightarrow$ kisebbségi -"-

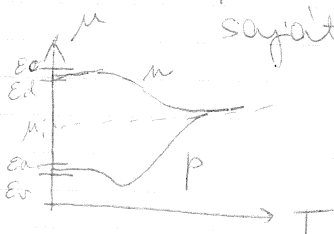
mindig jellemzők (adalekeltől függetlenül)
kisebbségi töltéshordozók!

ha $\Delta n > 0$ n típusú } félvezető
ha $\Delta n < 0$ p típusú }

töltéshordozók számát tekintve összefoglalás:

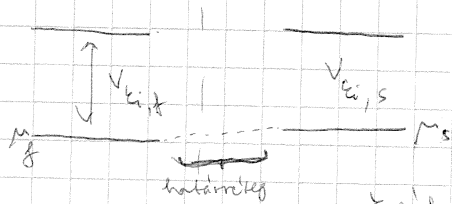


n típusú $\leftarrow$ telítési tartomány $\Rightarrow$ itt alakul működni
 $\leftarrow$ üzemelési tartomány
szagt vezeték



donor v. acceptornívó
koncentráció $10^{12} - 10^{14} / \text{cm}^3$

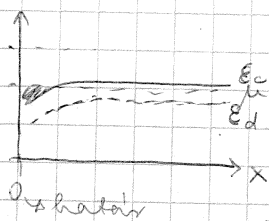
fém - felvezető érintkezés
fém felvezető



a két kémiai potenciálnak ϵ_i kell egyenlődni $\Rightarrow$

elektronok átvándorolnak $\Rightarrow$ a hataárvettségben (mátrószöpus) fellep egy ΔV potenciál, ami kiegyenlíti

$$|\Delta V| = |\mu_s - \mu_f|$$



$\Rightarrow$ felületen a vezetési sáv alja

a kémiai potenciál alá kerül $\Rightarrow$ mátrószöpusan betöltötté válik $\Rightarrow$ kvázi 2D elektronok

a kvázi klasszikus közelítés volt $\rightarrow$ felvezetőre működik legjobban

Boltzmann - egyenlet.

Kvázi klasszikus közelítés $\rightarrow$ hullámcsomagot $\Rightarrow$

$\underline{r}, \underline{\epsilon}$ paraméterek elkenve

$\underline{r}, \underline{\epsilon}$ pont körül hány részecske van? (elektronállapot)

$$dN(\underline{\epsilon}, \underline{r}, t) = f(\underline{\epsilon}, \underline{r}, t) \frac{d\underline{\epsilon} d\underline{r}}{(2\pi)^3}$$

eloszlásfüggvény

$f(\underline{\epsilon}, \underline{r}, t)$ elektronokra

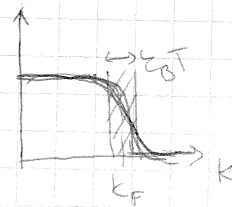
$$f_0(\underline{\epsilon}) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon - \mu}{k_B T}} + 1} \quad (\text{Fermi})$$

stacionárius

$$\mu = \mu(\underline{r})$$

$$T = T(\underline{r})$$

lassú változás



$$f_0(\underline{r}, \underline{\epsilon}) = \frac{1}{e^{\frac{\epsilon_{\underline{r}} - \mu(\underline{r})}{k_B T(\underline{r})} + 1}}$$

időben lassan változó teret is bekapcsolunk

$f(\underline{\epsilon}, \underline{r}, t)$ nem lehet megfejteni a ϵ_F -nél az ugrás miatt

$$f(\underline{\epsilon} + d\underline{\epsilon}, \underline{r} + d\underline{r}, t + dt) = f(\underline{\epsilon}, \underline{r}, t) + \frac{\partial f}{\partial t} dt + \frac{\partial f}{\partial \underline{r}} \underline{\dot{r}} dt + \frac{\partial f}{\partial \underline{\epsilon}} \underline{\dot{\epsilon}} dt$$

$$\underline{\dot{r}} = \underline{v}_{\underline{\epsilon}} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \epsilon_{\underline{\epsilon}}}{\partial \underline{\epsilon}}$$

$$\underline{\dot{\epsilon}} = \frac{1}{\hbar} (-e)(\underline{E} + \underline{v}_{\underline{\epsilon}} \times \underline{B})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{\text{coll}} \rightarrow \text{ütközési tag} \rightarrow \text{részecskék szám változik} \\ &= \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{\text{in}} - \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{\text{out}} \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \underline{\dot{r}} \frac{\partial f}{\partial \underline{r}} + \underline{\dot{\epsilon}} \frac{\partial f}{\partial \underline{\epsilon}} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{\text{coll}} \quad \text{feszítérfogat megmarad}$$

$$\underline{v}_{\underline{\epsilon}} \frac{\partial f}{\partial \underline{r}} + \left(\frac{-e}{\hbar} (\underline{E} + \underline{v}_{\underline{\epsilon}} \times \underline{B}) \right) \frac{\partial f}{\partial \underline{\epsilon}} + \frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t} \Big|_{\text{coll}}$$

$$* \quad f = f_0 + f_1 \quad (\text{nem megfejtés})$$

első terekben csak első rendű nérvül
stacionárius esetben $\frac{\partial f}{\partial t} = 0 \rightarrow \text{tgh. } \exists \text{ ilyen}$

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_0}{\partial \underline{r}} &= \frac{\partial f_0}{\partial \left(\frac{\epsilon_{\underline{r}} - \mu(\underline{r})}{k_B T(\underline{r})} \right)} \cdot \frac{\partial \left(\frac{\epsilon_{\underline{r}} - \mu(\underline{r})}{k_B T(\underline{r})} \right)}{\partial \underline{r}} = \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_{\underline{r}}} k_B T(\underline{r}) \left(-\frac{1}{k_B T(\underline{r})} \frac{\partial \mu(\underline{r})}{\partial \underline{r}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\epsilon_{\underline{r}} - \mu(\underline{r})}{(k_B T(\underline{r}))^2} \frac{\partial T(\underline{r})}{\partial \underline{r}} \right) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial \underline{\epsilon}} = \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_{\underline{\epsilon}}} \cdot \frac{\partial \epsilon_{\underline{\epsilon}}}{\partial \underline{\epsilon}} = \hbar \underline{v}_{\underline{\epsilon}} \frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_{\underline{\epsilon}}}$$

$$\begin{aligned} - \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_{\underline{\epsilon}}} \right) \underline{v}_{\underline{\epsilon}} \left(-e(\underline{E} + \frac{\nabla \mu(\underline{r})}{e}) - \frac{\epsilon_{\underline{\epsilon}} - \mu(\underline{r})}{k_B T(\underline{r})} \nabla T(\underline{r}) \right) = \\ = \frac{\partial f_1}{\partial t} \Big|_{\text{coll}} - \underline{v}_{\underline{\epsilon}} \frac{\partial f_1}{\partial \underline{r}} + \frac{e}{\hbar} (\underline{E} + \underline{v}_{\underline{\epsilon}} \times \underline{B}) \frac{\partial f_1}{\partial \underline{\epsilon}} \end{aligned}$$

csak ϵ_F -nél $\neq 0$ kvázihamagok m.o. esetek másodrendű

Fermi - rendszerre a Boltzmann-egyenlet azért alkalmazható, mert az eloszlásf. deriváltja és Dirac - delta szerű függvény alacsony hőmérsékleten Bose - rendszerre is fel vonatkoztatható, de arra ez nem igaz

$\underline{\varepsilon}$ állapot

$$\begin{cases} \text{elérővándí} & W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} f(\underline{\varepsilon}) (1 - f(\underline{\varepsilon}')) \\ \text{besorvándí} & W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} f(\underline{\varepsilon}') (1 - f(\underline{\varepsilon})) \end{cases}$$

átvándísi amplitúdó $\rightarrow$ feltesszük,

hogy csak $\underline{\varepsilon}$ és $\underline{\varepsilon}'$ -től függ



$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}} = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{in}} - \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{out}}$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{in}} = (1 - f(\underline{\varepsilon})) \int \frac{d\underline{\varepsilon}'}{(2\pi)^3} W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} f(\underline{\varepsilon}')$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{out}} = f(\underline{\varepsilon}) \int \frac{d\underline{\varepsilon}'}{(2\pi)^3} W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} (1 - f(\underline{\varepsilon}'))$$

És az integrodifferenciálegyenlet

$f = f_0$ egyensúlyban

$$W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} e^{-\frac{\underline{\varepsilon}_{\underline{\varepsilon}}}{\varepsilon_B T}} = W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} e^{-\frac{\underline{\varepsilon}_{\underline{\varepsilon}'}}{\varepsilon_B T}}$$

mérlegegyenlet

$$f_0(\underline{\varepsilon})(1 - f_0(\underline{\varepsilon})) = -\varepsilon_B T \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_{\underline{\varepsilon}}}$$

ha W -et tudjuk elvileg megoldható, de komplikált $\Rightarrow$ további feltételezéssel kellene

$f(\underline{\varepsilon}) = f(\varepsilon_{\underline{\varepsilon}})$ feltevés, hogy csak $\varepsilon_{\underline{\varepsilon}}$ -n éresztől függ a $\underline{\varepsilon}$ -től

(kvarci izotróp Fermi - felület esetén jó)

leggyakoribb eset $\rightarrow$ elasztikus átverés

vannak csak: $W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} = W_{\underline{\varepsilon}'\underline{\varepsilon}} \quad \varepsilon_{\underline{\varepsilon}} = \varepsilon_{\underline{\varepsilon}'}$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}} = \int \frac{d\underline{\varepsilon}'}{(2\pi)^3} W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} \left\{ (1 - f(\underline{\varepsilon})) (f(\underline{\varepsilon}')) - f(\underline{\varepsilon}) (1 - f(\underline{\varepsilon}')) \right\}$$

$$f(\underline{\varepsilon}) = f_0(\underline{\varepsilon}) + f_1(\underline{\varepsilon})$$

$$f_1(\underline{\varepsilon}) - \text{ról feltesszük, hogy} = -e_B T \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_{\underline{\varepsilon}}} \chi(\underline{\varepsilon})$$

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}} &= - \int \frac{d\underline{\varepsilon}'}{(2\pi)^3} \left(-e_B T \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_{\underline{\varepsilon}}} \right) W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} \left(1 - \chi(\underline{\varepsilon}') / \chi(\underline{\varepsilon}) \right) \chi(\underline{\varepsilon}) = \\ &= - \left(f(\underline{\varepsilon}) - f_0(\underline{\varepsilon}) \right) \int \frac{d\underline{\varepsilon}'}{(2\pi)^2} W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} \left(1 - \frac{\chi(\underline{\varepsilon}')}{\chi(\underline{\varepsilon})} \right) \end{aligned}$$

ha egy $\underline{\varepsilon}$ -re $\underline{E}$ tér van, akkor $\chi(\underline{\varepsilon})$ jö. - +
olyan alakkal keresztre, hogy $\chi(\underline{\varepsilon}) = a(\underline{\varepsilon}) \underline{\varepsilon} \underline{E}$
 $|\underline{\varepsilon}| = |\underline{\varepsilon}'|$

$$\frac{\chi(\underline{\varepsilon}')}{\chi(\underline{\varepsilon})} \approx \cos \theta_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'}$$

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}} = - \left(f(\underline{\varepsilon}) - f_0(\underline{\varepsilon}) \right) \int \frac{d\underline{\varepsilon}'}{(2\pi)^2} W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'} (1 - \cos \theta_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'}) = - \frac{f(\underline{\varepsilon}) - f_0(\underline{\varepsilon})}{\tau(\underline{\varepsilon})}$$

$$\frac{1}{\tau_{\underline{\varepsilon}}} = \int \frac{d\underline{\varepsilon}'}{(2\pi)^2} W_{\underline{\varepsilon}\underline{\varepsilon}'}$$

↑ $\underline{\varepsilon}$ állapot életidője

csak a nagyságú sűrűség
számítására

$$\left(\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}} \approx - \frac{f(\underline{\varepsilon}) - f_0(\underline{\varepsilon})}{\tau_{tr}} \right) \leftarrow \text{transport relaxációs}$$

tovább közelítjük

idő definíciója

$$\approx - \frac{f(\underline{\varepsilon}) - f_0(\underline{\varepsilon})}{\tau_{tr}(\underline{\varepsilon})}$$

$$- \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_{\underline{\varepsilon}}} \right) \underline{v}_{\underline{\varepsilon}} \left(-e \left(\underline{E} + \frac{\nabla \mu}{e} \right) - \frac{\varepsilon_{\underline{\varepsilon}} - \mu}{T} \frac{\partial T}{\partial \underline{r}} \right) = \left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}} \approx - \frac{f(\underline{\varepsilon}) - f_0(\underline{\varepsilon})}{\tau(\underline{\varepsilon})}$$

$$\left[f(\underline{\varepsilon}) = f_0(\underline{\varepsilon}) + \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_{\underline{\varepsilon}}} \right) \tau(\underline{\varepsilon}) \underline{v}_{\underline{\varepsilon}} \left(-e \left(\underline{E} + \frac{\nabla \mu}{e} \right) - \frac{\varepsilon_{\underline{\varepsilon}} - \mu}{T} \frac{\nabla T}{\partial \underline{r}} \right) \right]$$

ez itt a megoldás
ebben a közelítésben

most alkalmazzuk $\Rightarrow$

elektronos áram:

$$\underline{j} = -e \frac{1}{V} \sum_{\underline{\varepsilon}, \sigma} \underline{v}_{\underline{\varepsilon}} \left(f(\underline{\varepsilon}) - f_0(\underline{\varepsilon}) \right) \quad \text{csak } \underline{E} \text{ van}$$

$$= -e \int \frac{d\underline{\varepsilon}}{(2\pi)^2} \underline{v}_{\underline{\varepsilon}} \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_{\underline{\varepsilon}}} \right) \tau(\underline{\varepsilon}) (-e) (\underline{v}_{\underline{\varepsilon}} \underline{E})$$

spin

$$\underline{j} = \underline{\sigma} \underline{E}$$

↑ veretési tenzor $\underline{\sigma} = e^2 \int \frac{d\underline{\varepsilon}}{4\pi^3} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \tau(\varepsilon) (\underline{v}_{\underline{\varepsilon}} \circ \underline{v}_{\underline{\varepsilon}})$

egyszerű kristály esetén

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma \delta_{\alpha\beta}$$

$$\underline{v}_{\underline{\varepsilon}} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) = -\frac{1}{\hbar} \frac{\partial f_0}{\partial \underline{\varepsilon}}$$

$$\underline{\sigma} = e^2 \tau(\varepsilon_F) \int \frac{d\underline{\varepsilon}}{4\pi^3} \underline{v}_{\underline{\varepsilon}} \left(-\frac{1}{\hbar} \frac{\partial f_0}{\partial \underline{\varepsilon}} \right) = e^2 \tau(\varepsilon_F) \int \frac{d\underline{\varepsilon}}{4\pi^3} \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \underline{v}_{\underline{\varepsilon}}}{\partial \underline{\varepsilon}} f_0(\varepsilon)$$

↑ Fermi-felületen transport relaxációs idő

$$\frac{1}{\hbar} \frac{\partial \underline{v}_{\underline{\varepsilon}}}{\partial \underline{\varepsilon}} = \left(\frac{1}{m^*} \right) = e^2 \tau(\varepsilon_F) \int \frac{d\underline{\varepsilon}}{4\pi^3} \frac{1}{m^*(\underline{\varepsilon})} f_0(\varepsilon)$$

= effektív tömegtenzor

$$\underline{\sigma} = e^2 \tau(\varepsilon_F) \frac{1}{m^*} n$$

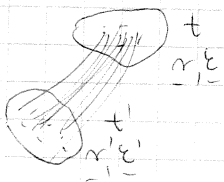
↑ részecskehordozó sűrűsége

pont ez volt a Drude modell eredménye
csak τ és m^* máshonnan jön.

↓ nem elektron tömeg, hanem súlytömeg
máris a relaxációs idő definíciója,
mint a két átkörös közötti eltelt idő

magának tér a sebességben van benne

általánosítás ~~magának tér a sebességben van benne~~ a besűrűdés
és kiszűrődés fogalmát



ha benne maradnak

$$d\underline{r} d\underline{\varepsilon} = d\underline{r}' d\underline{\varepsilon}' \quad \text{Liouville-tétel}$$

$$\frac{dt'}{\tau(\varepsilon(t'), \underline{r}(t'))} f_0(\underline{r}(t'), \varepsilon(t')) \frac{d\underline{r}' d\underline{\varepsilon}'}{(2\pi)^3} \quad \text{besűrűdés elektronok száma}$$

annak a valószínűsége hogy t' -től t -ig nincs szórási

$$dN = \int \frac{dt'}{\tau(\underline{r}(t'), \varepsilon(t'))} f_0(\underline{r}(t'), \varepsilon(t')) P(\underline{r}, \varepsilon, t, t') \frac{d\underline{r} d\underline{\varepsilon}}{(2\pi)^3}$$

$$dN = f(\underline{r}, \varepsilon, t) \frac{d\underline{r} d\underline{\varepsilon}}{(2\pi)^3}$$

$$f(t) = \int_{-\infty}^t \frac{dt'}{\tau(t')} f_0(t') P(t, t')$$

$$P(t, t) = 1$$

$$P(t, -\infty) = 0 \quad \leftarrow \text{termikus egyensúly}$$

$$P(t, t') = P(t, t' + dt') \left(1 - \frac{dt'}{\tau(t')}\right)$$

$$\frac{\partial P(t, t')}{\partial t'} = -\frac{P(t, t')}{\tau(t')} \quad P(t, t') = \exp \left\{ - \int_{t'}^t \frac{dt''}{\tau(t'')} \right\}$$

$$\begin{aligned} f(t) &= \int_{-\infty}^t \frac{dt'}{\tau(t')} f_0(t') P(t, t') = \int_{-\infty}^t dt' f_0(t') \frac{\partial P(t, t')}{\partial t'} = \\ &= f_0(t) - \int_{-\infty}^t dt' P(t, t') \frac{d}{dt'} f_0(t') \end{aligned}$$

$$\frac{df_0(t')}{dt'} = \frac{\partial f_0(t')}{\partial \varepsilon_e} \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial t'} + \frac{\partial f_0(t')}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t'} + \frac{\partial f_0(t')}{\partial \mu} \frac{\partial \mu}{\partial t'}$$

$$\frac{\partial \varepsilon_e}{\partial t'} = \frac{\partial \varepsilon_e}{\partial \underline{v}} \frac{\partial \underline{v}}{\partial t'}$$

↑ ebben van a mágneses tér
Lorentz-erőn keresztül

$$\frac{\partial T}{\partial t'} = \frac{\partial T}{\partial \underline{r}} \frac{\partial \underline{r}}{\partial t'}$$

$$\frac{\partial \mu}{\partial t'} = \frac{\partial \mu}{\partial \underline{r}} \frac{\partial \underline{r}}{\partial t'}$$

$$\begin{aligned} f(t) &= f_0(t) + \int_{-\infty}^t P(t, t') \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_e} \right) \underline{v}_e(t') \left[-e \left(\underline{E}(t') + \frac{\nabla \mu(t', \underline{r})}{e} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{\varepsilon_e - \mu}{T(t', \underline{r})} \nabla T(t', \underline{r}) \right] \end{aligned}$$

$$\tau(\underline{v}(t), \underline{r}(t)) \approx \tau(\varepsilon_e) \quad \text{feltesszük} \Rightarrow P(t, t') = e^{-\frac{t-t'}{\tau(\varepsilon_e)}}$$

ez a legegyszerűbb közelítés

stationárius teret $\underline{E}, T, \mu$ nem függ t' -től

$$\Rightarrow \left[\int_{-\infty}^t dt' P(t, t') \underline{v}_e(t') \frac{1}{\tau(\varepsilon_e)} = \underline{w}_e(t) \right]$$

$$\text{ha } \underline{v}_e(t) = \underline{v}_e \Rightarrow \underline{w}_e(t) = \underline{v}_e$$

mágneses tér hatása, hogy a sebesség nem konstans

relaxációs időt kell a ^{helix} pályára periódusidejével összehasonlítani

Chambers megoldás $\rightarrow$ eínyege, hogy figyelembe vessük a történetet $\rightarrow$ beiródás kisoródás

$$\underline{v}_\varepsilon \rightarrow \underline{w}_\varepsilon(t) = \frac{1}{\tau(\varepsilon)} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau(\varepsilon)}} \underline{v}_\varepsilon(t')$$

$$f(t) = f_0 + \left(- \left\{ \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right\} \tau(\varepsilon) \underline{w}_\varepsilon(t) \right) \left[-e \left(\underline{\varepsilon} + \frac{\nabla \mu}{e} \right) - \frac{\varepsilon \varepsilon - \mu}{T} \nabla T \right]$$

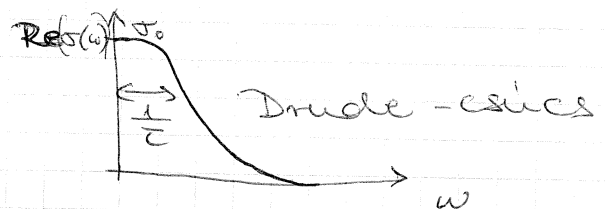
$\underline{E} = \underline{E}(\omega) e^{-i\omega t}$ esetén vezetőképesség?

$$\begin{aligned} f(t) &= f_0 + e \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau(\varepsilon)}} e^{-i\omega t'} \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) (-e) \underline{v}_\varepsilon \underline{E}(\omega) = \\ &= f_0 - e^{-i\omega t} \frac{1}{\frac{1}{\tau(\varepsilon)} - i\omega} \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) e \underline{v}_\varepsilon \underline{E}(\omega) \end{aligned}$$

$$\underline{\sigma}_{\alpha\beta} = e \int \frac{d\varepsilon}{(2\pi)^3} 2 v_\alpha(\varepsilon) v_\beta(\varepsilon) \left(- \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} \right) \frac{1}{\tau(\varepsilon) - i\omega}$$

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega \tau(\varepsilon)} \quad \sigma_0 = \frac{4e^2}{m^*} \tau$$

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{\omega + \frac{i}{\tau}} \frac{i}{\tau} = \frac{ne^2}{m_{\text{opt}}} \frac{i}{\omega + \frac{i}{\tau}}$$



minden fém alapvető jellemzője $\rightarrow$ optikailag megállapítható, hogy fém-e

pemintán is elvezethető $\rightarrow$ nem kell kontaktus

$$\left. \frac{\partial f}{\partial t} \right|_{\text{coll}} = - \frac{1}{\tau(\varepsilon)} \left[f(\underline{r}, \varepsilon, t) - f_0(\underline{r}, \varepsilon) \right]$$

$\uparrow$ kisoródás $\uparrow$ beiródás

feltesszük, hogy a könyveret egyensúlyban van

előrelítés, hogy csak Markov - folyamatok vannak $\rightarrow$ kisoródás után elfelejt a múltját $\rightarrow$ 3D - ben ρ

$$\Downarrow \quad \rightarrow 2D \text{ a kritikus dimenzió (Pólya - ség tétel)}$$

$$\sigma = \frac{ne^2}{m_{\text{op}}} \frac{i}{\omega + M(\omega)} \quad \omega \rightarrow 0 \quad M(\omega \rightarrow 0) = \frac{i}{\tau}$$

$M(\omega)$ -ra lehet perturbációról csinálni

$\rightarrow \frac{1}{\epsilon}$ lehet ϵ is paraméter $\Rightarrow$ közvetlenül a vezetőképességre nem lehet felírni perturbációról $\rightarrow \epsilon$ -val meggy $\sigma_0 \sim \epsilon$

$M(\omega) \rightarrow$ memóriafüggvény

külső mágneses és elektromos tér esetén figyelembe kell venni az elhagyott másodrendű tagot

gyenge, konstans mágneses és elektromos tér

$$e \underline{E} \cdot \underline{v}_e \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_e} \right) = -\frac{j_1}{\tau} + \frac{e}{\hbar} (\underline{v}_e \times \underline{B}) \frac{\partial f_1}{\partial \epsilon}$$

$$f_1 = f - f_0 = -e \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_e} \right) \tau \underline{v}_e \underline{A}$$

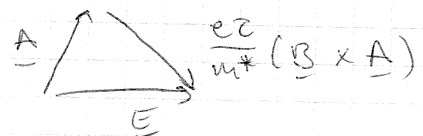
$$e \underline{E} \cdot \underline{v}_e \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_e} \right) = -e \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_e} \right) \underline{v}_e \underline{A} - \frac{e^2}{\hbar} \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \epsilon_e} \right) (\underline{v}_e \times \underline{B}) \cdot \tau \frac{\partial}{\partial \epsilon} (\underline{v}_e \underline{A})$$

$$\underline{v}_e = \frac{\hbar \underline{k}}{m^*}$$

$$\underline{E} \cdot \underline{v}_e = \underline{v}_e \underline{A} - \frac{e\tau}{m^*} (\underline{v}_e \times \underline{B}) \underline{A}$$

$$\underline{j} = \sigma_0 \underline{A}$$

$$\underline{E} = \underline{A} - \frac{e\tau}{m^*} (\underline{B} \times \underline{A})$$



$\parallel B \parallel$ komponens: $E_{\parallel} = A_{\parallel}$

$$\underline{j}_{\parallel} = \sigma_0 E_{\parallel}$$

$\perp B \perp$ komponens:

$$\underline{A}_{\perp} = \underline{E}_{\perp} + \frac{e\tau}{m^*} (\underline{B} \times \underline{E}_{\perp})$$

$$\underline{A}_{\perp} = \frac{\underline{E}_{\perp} + \frac{e\tau}{m^*} (\underline{B} \times \underline{E}_{\perp})}{1 + \left(\frac{e\tau}{m^*} \right)^2 B^2}$$

$$\underline{j}_{\perp} = \sigma_0 \underline{A}_{\perp}$$

$$\underline{E} = \frac{1}{\sigma_0} \underline{j} - \frac{e\tau}{m^*} \frac{1}{\sigma_0} (\underline{B} \times \underline{j})$$

teljesen
izotrop
eset

ha $\underline{B} \perp \hat{j}$ $E_{Hall} = -\frac{e\tau}{m^*} \sigma_0 B \hat{j}$

pl: $B \parallel z$ $\hat{j} \parallel x \Rightarrow E_{Hall} \parallel y$

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B} = \frac{\sigma_{yx}(B)}{B}$$

$$R_H = -\frac{e\tau}{m^*} \sigma_0 = -\frac{1}{ne}$$

$\sigma_{yx}(B) = \sigma_{yx}(-B)$ alapján $\rightarrow$ méréskor

$R_H = \frac{1}{2B} (\sigma_{yx}(B) - \sigma_{yx}(-B))$ alapján számolhatunk

mágneses tér hogyan befolyásolja az áramváltást
külső $\underline{E}$ és $\underline{B}$ tér ($\underline{E} \perp \underline{B}$)

állandófrekvencia

$$\omega_0 = \frac{eB}{m}$$

$$\underline{B} \parallel z$$

$$v_z(t) = \text{constans} = v_z$$

$$v_x(t) = v_{\perp} \cos(\omega_c t + \phi)$$

$$v_y(t) = v_{\perp} \sin(\omega_c t + \phi)$$

$$v_x(t=0) = v_{\perp} \cos \phi$$

$$v_y(t=0) = v_{\perp} \sin \phi$$

$$\underline{v}_E(t) = [v_x \cos(\omega_c t) - v_y \sin(\omega_c t), v_x \sin(\omega_c t) + v_y \cos(\omega_c t), v_z]$$

$$\underline{W}_E = \frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^t e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \underline{v}_E dt'$$

$$\frac{1}{\tau} \int_{-\infty}^t dt' e^{-\frac{t-t'}{\tau}} \begin{Bmatrix} \cos \omega_c t' \\ \sin \omega_c t' \end{Bmatrix} = \frac{1}{1+(\omega_c \tau)^2} \begin{Bmatrix} 1 \\ -\omega_c \tau \end{Bmatrix}$$

$$\underline{W}_E(t) = \left(\frac{v_x}{1+(\omega_c \tau)^2} + \frac{v_y \omega_c \tau}{1+(\omega_c \tau)^2}, \frac{v_y}{1+(\omega_c \tau)^2} - \frac{v_x \omega_c \tau}{1+(\omega_c \tau)^2}, v_{\parallel} \right)$$

$$\sigma_{\alpha\beta}(B) =$$

$$\sigma_0 \begin{pmatrix} \frac{1}{1+(\omega_c \tau)^2} & -\frac{\omega_c \tau}{1+(\omega_c \tau)^2} & 0 \\ \frac{\omega_c \tau}{1+(\omega_c \tau)^2} & \frac{1}{1+(\omega_c \tau)^2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_0 = \frac{ne^2}{m} \tau$$

$$S_{\alpha\beta}(B) = g_0 \begin{pmatrix} 1 & \omega_c \tau & 0 \\ -\omega_c \tau & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ez az izotrop eset is érdekes $\rightarrow$ gömbi Fermi-felület

$$\omega_c \tau = \frac{eB}{m} \tau$$

extrem nagy mágneses tér esetén ~~$\omega_c \tau$~~ $\omega_c \tau \gg 1$

$$\sigma_{xx} = A_{xx} + \frac{C_{xx}}{B^2} + \dots$$

$$\sigma_{xy} = \frac{B_{xy}}{B} + \dots \quad \text{antiszimmetrikus}$$

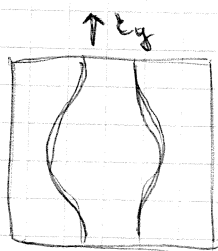
zárt pálya esetén $A_{xx} = A_{yy} = 0$ elég nagy mágneses térben

$$B \parallel z$$

$$\sigma_{\alpha\beta}(B) = \begin{pmatrix} \frac{C_{xx}}{B^2} & \frac{B_{xy}}{B} & \frac{B_{xz}}{B} \\ -\frac{B_{xy}}{B} & \frac{C_{yy}}{B^2} & \frac{B_{yz}}{B} \\ -\frac{B_{xz}}{B} & -\frac{B_{yz}}{B} & A_{zz} \end{pmatrix}$$

$$S_{xx} \sim \frac{C_{yy} A_{zz} + B_{yz}^2}{A_{zz} B_{xy}^2}$$

transverzális mágneses ellenállás
 $\Rightarrow$ véges ha $\omega_c \tau \gg 1$ ($\frac{\tau}{T_c} \gg 1$)



ilyen alak esetén az x komponens nem átlagolódik ki

$\Rightarrow$ nyílt pálya esetén

$$\begin{pmatrix} A_{xx} & \frac{B_{xy}}{B} & A_{xz} \\ -\frac{B_{xy}}{B} & \frac{C_{yy}}{B^2} & \frac{B_{yz}}{B} \\ -A_{xz} & -\frac{B_{yz}}{B} & A_{zz} \end{pmatrix}$$

$S_{xx} \rightarrow$ telítéskor megy

$S_{yy} \rightarrow \propto B^2$

$\Rightarrow$ kimérhető merre van zárt és nyílt pálya

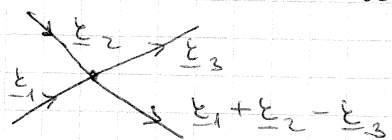
kvantummechanika megértése Feynman -féle
~~recess~~ pályákkal $\rightarrow$ éimérhető, hogy R ellen-
 állás függ a mágneses terétől

önmagába visszavertő pályák 3D dimenzióban
 lehet véges valószínűséggel $\rightarrow$ éimérhető, hogy
 függ a vezeték a beránt mágneses terétől.
 és fluxustól

relaxációs idő hőmérsékletfüggése?

elasztikus ütközés: $\Rightarrow \tau_{elasztikus}$ nem függ a
 hőmérséklettől $\sim \text{const}$

elektron - elektron ütközés:



$$E_{k_1} + E_{k_2} = E_{k_3} + E_{k_1 + k_2 - k_3}$$

$$E_{k_1} > 0 \quad E_{k_2} < 0$$

$$E_{k_3} > 0 \quad E_{k_1 + k_2 - k_3} > 0$$

$$\frac{1}{\tau} \text{ és } \frac{1}{\tau_{tr}} \sim T^2$$

$$S_{el-a} \sim T^2$$

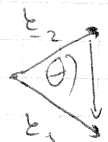
elektron - fonon ütközés: $T > \Theta_D$ elég nagy T

a legfontosabb hűvös fonon van

$$\frac{1}{\tau} \sim n_B(\omega_{fonon}) \sim \frac{T}{\Theta_D} \quad \text{lineáris minden}$$

hőm. függés ettől

$q \ll \epsilon_F$ alacsony hőmérsékleten vagyunk
 hang sebesség $c_{s,2}$ $\rightarrow$ q $(1 - \cos \theta) \sim \left(\frac{q}{\epsilon_2}\right)^2$ csak alacsony



energia's hosszú hullámhosszi fononok

$$q \sim \frac{1}{\lambda} \quad \text{gee-fonon} \sim \sqrt{q} \quad |q|^2 \rightarrow q$$

$$\sum_q \int q^2 dq \quad \text{lineáris diszperzió}$$

$$\frac{1}{q} \int q^2 dq \rightarrow \frac{1}{\tau} \sim q_{\max}^3 \sim T^3 \quad \text{élettartam}$$

relaxációs idő $\frac{1}{\tau_{tr}} \sim T^5$!!!Elektronok mágneses térben

$$\frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + e \underline{A} \right)^2 \Psi = \varepsilon \Psi$$

$$\underline{A} \rightarrow \underline{A} + \nabla f \quad \text{mértékvárlancia}$$

vgh. $\underline{B} \parallel z$ Landau-mérték $\underline{A} = (0, Bx, 0)$ (szimmetrikus mérték $\underline{A} = \frac{1}{2}(-By, Bx, 0)$)

$$\frac{1}{2m} \left[\frac{1}{2m} p_x^2 + \frac{1}{2m} (p_y + eBx)^2 + \frac{1}{2m} p_z^2 \right] \Psi = \varepsilon \Psi$$

$$\dot{p}_y = \frac{1}{\hbar} [H, p_y] = 0$$

$$\dot{p}_z = \frac{1}{\hbar} [H, p_z] = 0$$

} megmaradó mennyiségek

$$\Psi(x, y, z) = u(x) e^{ik_y y} e^{ik_z z}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(x)}{dx^2} + \frac{\hbar^2}{2m} \left(k_y + \frac{eBx}{\hbar} \right)^2 u(x) + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} u(x) = \varepsilon u(x)$$

$$\text{új jelölések} \quad x_0 = -\frac{\hbar k_y}{eB}$$

$$\frac{eB}{m} = \omega_c$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u}{dx^2} + \frac{m}{2} \omega_c^2 (x - x_0)^2 u(x) = \left(\varepsilon - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \right) u(x)$$

harmonikus oscillator x_0 körül ω_c frekvenciával

$$\varepsilon - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$u(x) = \frac{1}{\pi^{1/4}} \frac{1}{l_H^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n \left(\frac{x - x_0}{l_H} \right) e^{-\frac{(x - x_0)^2}{2l_H^2}}$$

$$l_H = \sqrt{\frac{\hbar}{eB}} \approx \frac{26,65 \text{ nm}}{\sqrt{B(\text{Tesla})}}$$

$$\text{ha } B = 0 \quad \varepsilon(k_x, k_y, k_z) = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

$$k_x = \frac{2\pi}{L_x}$$

$$x = x, y, z$$

3 kvantumszám

ha $B \neq 0$ $\epsilon(k_z, n) = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} + \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right)$

elvéleg kevésbé állapot, tehát minden n -hez degeneráltnak kell lenni

$0 < x_0 < L_x$ (legyen x_0 a mintában)

$x_0 = -\ell_H^2 k_y$

$-L_x / \ell_H^2 < k_y < 0$ k_y lehetséges értékeinek száma

maximális érték $\frac{2\pi}{L_y} N_p \rightarrow N_p = \frac{L_x L_y}{2\pi \ell_H^2}$

elemi fluxus kvantum

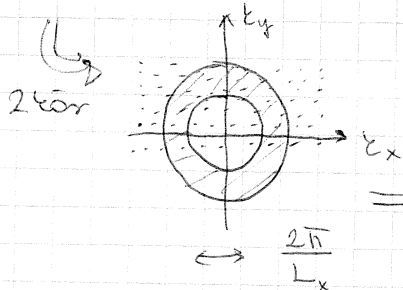
$\Phi_0 = \frac{h}{e} \Rightarrow N_p = \frac{L_x L_y B}{\Phi_0} \rightarrow$ mintán átmenő összes fluxus

$n \Rightarrow$ Landau szint

n , és $n+1$. Landau szint körül mi van?

$\epsilon_{\perp} = \frac{\hbar^2 k_{\perp}^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2) = \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right)$

$\hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) < \epsilon_{\perp} < \hbar \omega_c \left(n + \frac{3}{2}\right) \rightarrow$ nézzük ezt az esetet

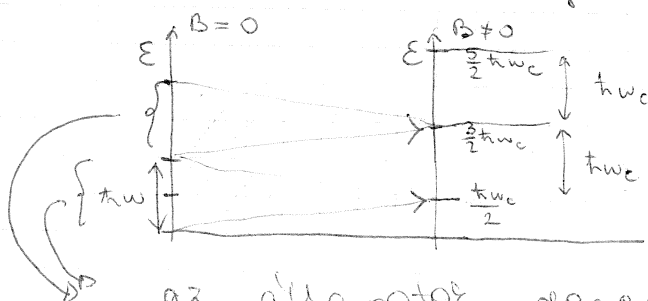


$\frac{2\pi}{L_y}$ egységekben kvantálva

$\Rightarrow$ gyűrű területe: $\pi (k_{+,n+1}^2 - k_{+,n}^2)$
 $= \pi \frac{2m}{\hbar^2} (\epsilon_{+,n+1} - \epsilon_{+,n}) =$
 $= \pi \frac{2m}{\hbar^2} \hbar \omega_c$

ezt elosztjuk a pontok sűrűségével:

$\frac{\pi \frac{2m}{\hbar^2} \hbar \omega_c}{\frac{2\pi}{L_x} \frac{2\pi}{L_y}} = N_p = \frac{L_x L_y B}{\Phi_0}$



az állapotok degenerálódnak $B \neq 0$ esetben
 1-1 állapotba bele formalisan

kör terület ε térben $A = \pi k_{\perp}^2$

$$A_n = \frac{2\pi}{k_H^2} \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad \rightarrow \cdot e_H^4$$

r térben

$$A_n (\varepsilon \text{ térben}) = 2\pi e_H^2 \left(n + \frac{1}{2}\right) = \frac{\Phi_0}{\Phi} \left(n + \frac{1}{2}\right)$$

$$\Phi A_n = \Phi_0 \left(n + \frac{1}{2}\right)$$

magneses fluxus

állapotsűrűség

$$k_z = \pm \sqrt{2m \left(\varepsilon - \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) \right)}$$

$$dk_z = \frac{dk_z}{d\varepsilon} d\varepsilon = \pm \sqrt{2m} \frac{d\varepsilon}{2 \left(\varepsilon - \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) \right)}$$

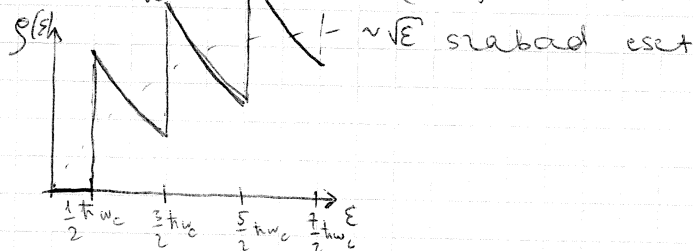
$(k_z, k_z + dk_z)$ -ben állapotok száma

$$\text{adott } n\text{-re } dN_n = N_F \frac{L_z}{2\pi} dk_z =$$

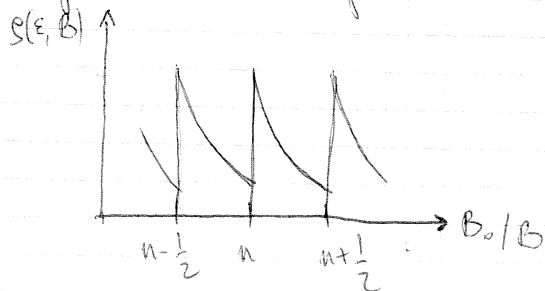
$$= \frac{eB}{(2\pi)^2} \frac{V}{\hbar} dk_z$$

spin $\rightarrow$ 2-es faktor

$$g(\varepsilon) = \sum_n g_n(\varepsilon) = \frac{eB}{(2\pi\hbar)^2} \sqrt{2m} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon - \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_c}}$$



rögzített energián mia B függés?



$\frac{1}{B}$ -ben periodikus

állapotsűrűség

$$B_0 = \frac{\varepsilon_m}{\hbar e}$$

spin $\rightarrow$ csak szabad elektronok esetén igaz, hogy kettős faktort adoz

$\rightarrow$ de $B \neq 0$ esetén

$$\varepsilon_{\sigma}(n, k_z) = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} + \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} |g_e| \mu_B B \sigma$$

$$\sigma = \pm 1$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m} \rightarrow \text{elektronok} \quad |g_e| \approx 2$$

$$\frac{1}{2} |g_e| \mu_B B \sigma = \frac{\hbar \omega_c \sigma}{2}$$

a két spinállapot egymáshoz képest pont $\hbar \omega_c$ -vel tolódik el

! szabad elektronok esetén Zeeman-felhasadás = Landau-nívók felhasadoisana de a citotron tömeg és a Bohr-magnetonban lévő tömeg nem lesz ugyanaz ha nem szabad az elektron $\Rightarrow$ két különböző felhasadás

a kvantálás x-y vetületben marad tör, de belevesszük E_z -t is $\Rightarrow$ Landau-cső helyén Landau-cső van betöltve?

pl. $10^4 - 10^5$ db

$$T=0 \text{ - nál} \quad n = \int_0^{\mu(B)} g(E) dE = \int_0^{E_F} g_0(E) dE \quad \text{Zeeman potenciál}$$

10.18.

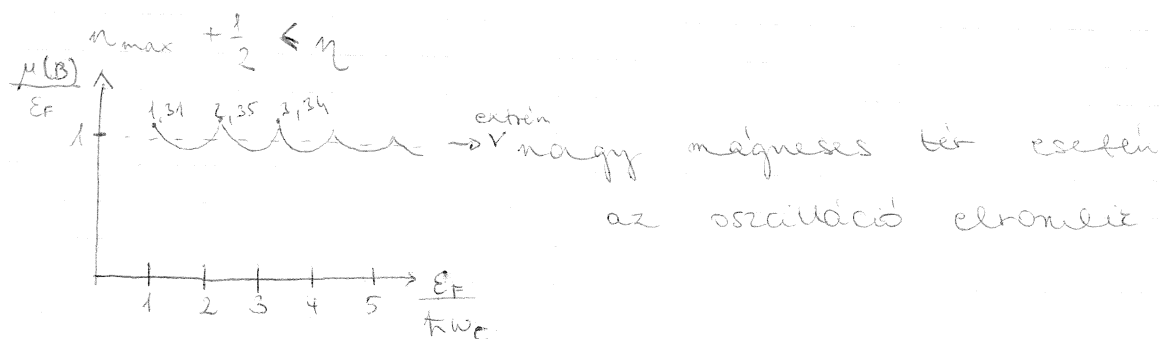
$$g_0(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sqrt{E}$$

$$g(E) = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} \frac{\hbar \omega_c}{2} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \left(E - \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \right)^{-1/2}$$

$$\frac{\hbar \omega_c}{2} \int_0^{\mu(B)} \sum_{n=0}^{n_{\max}} \left(E - \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c \right)^{-1/2} dE = \int_0^{E_F} \sqrt{E} dE$$

$$\eta = \frac{\mu(B)}{\hbar \omega_c} \quad \eta_0 = \frac{E_F}{\hbar \omega_c} \quad \text{új változók}$$

$$\sum_{n=0}^{n_{\max}} \left(\eta - \left(n + \frac{1}{2} \right) \right)^{1/2} = \frac{2}{3} \eta_0^{3/2}$$



$$\hbar \omega_c \sim 1 \text{ T}$$

$$\hbar \omega_c \sim 10^{-4} \text{ eV} \sim 1 \text{ K}$$

$$E_F \sim \text{eV}$$

$$1) T \ll 1 \text{ K}$$

$$\frac{E_F}{\hbar \omega_c} \sim 10^4 \text{ db Landau-nívó sűrűség} \rightarrow \text{kvazi folyt.}$$

alapállapoti energia becslése

$$E_0 = V \int_{E_F}^{\infty} \varepsilon g(\varepsilon) d\varepsilon = \dots =$$

$$= N E_F - \frac{V}{3\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar} \right)^{3/2} \hbar \omega_c \sum_{n=0}^{n_{\max}} \left(E_F - (n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c \right)^{3/2}$$

Euler-Maclaurin formula

$$\sum_{n=0}^{n_0} f(n + \frac{1}{2}) = \int_0^{n_0+1} f(x) dx - \frac{1}{24} (f'(n_0+1) - f'(0))$$

$$|f(n+1) - f(n)| \ll f(n)$$

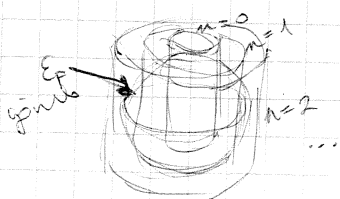
$$E_0 = \left(1 - \frac{2}{5}\right) N E_F - \frac{V}{24\pi^2} (eB)^2 \frac{\hbar^2}{m}$$

az oszcilláció figyelembe vételével eB magasabb hatványai jönnek be

$$\chi = -\mu_B \frac{e^2 \hbar^2}{3m} \frac{1}{(2\pi)^2}$$

$$\mu_B = \frac{e \hbar}{2m} \text{ Bohr-magneton}$$

$$\chi = -\frac{1}{2} \mu_0 \mu_B^2 g(E_F) \Rightarrow \text{Landau diamagnetesség}$$



3D:

$$(n + \frac{1}{2}) \hbar \omega_c + \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} \leq E_F$$

ha növeljük a mágneses teret
növekszik a csővek $\rightarrow$ egyre kevesebb lesz a
Fermi-gömbön belül $\rightarrow$ ami kisebb 0 lesz
a betöltöttsége

egy Landau pályára degenerációja nő és E_z -ben
is átrendeződnek

B növelésével periodikus viselkedés
megfigyelhető jelenségek

Bloch-állapotok, kvarklasszikus közelítés

$B \parallel z$ (m_1^*, m_2^*, m_3^*) effektív tömeg

$$\omega_c = \frac{eB}{\sqrt{m_1^* m_2^*}} \quad m_{||}^* = m_3^*$$

$$\varepsilon = \left(\frac{1}{2} + n\right) \hbar \omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_{||}^*}$$

$$\varepsilon(n+1) - \varepsilon(n) = \hbar \omega$$

$$\nu_c = T_c^{-1} = \frac{eB}{\hbar^2} \left(\frac{\partial A}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} \text{ mágneses tere mértékes mérték}$$

$$\varepsilon(n+1, k_z) - \varepsilon(n, k_z) = \frac{2\pi eB}{\hbar} \left(\frac{\partial A}{\partial \varepsilon} \right)^{-1}$$

$$\frac{\partial A}{\partial \varepsilon} = \frac{A(n+1, k_z) - A(n, k_z)}{\varepsilon(n+1, k_z) - \varepsilon(n, k_z)}$$

$$A(n+1, k_z) - A(n, k_z) = \frac{2\pi eB}{\hbar}$$

$$A(n, k_z) = \frac{2\pi eB}{\hbar} (n + \gamma) \quad \text{pl. szabad elektronra} = \frac{1}{2}$$

↑ mérték $\frac{1}{2}$ térben ↑ valami konstans

$$\text{mérték } \frac{1}{2} \text{ térben} \quad F_n = 2\pi \hbar^2 (n + \gamma)$$

$$\Phi = \Phi_0 (n + \gamma) \quad \text{fluxus kvantált}$$

feltételezzük, hogy a valódi eset nagyon hasonló a szabad elektronéhoz

általában működik, mert n nagy $\sim 10^4 \Rightarrow \gamma$ mindig
(ma már lehet $n < 1$ mintát is csinálni, ott nem jó ez a kvarklasszika)

2D kvantumoscillációk

$$\text{mívó degenerációja} \quad N_p = \frac{L_x L_y}{\Phi_0} B$$

$$B_0 = \frac{\Phi_0 N_p}{L_x L_y} \rightarrow N_p = N$$

B_0 -nál csak $n=0$ van betöltve (teljesen)

$$N_e = (n+1) N_p \quad B_n = \frac{B_0}{n+1}$$

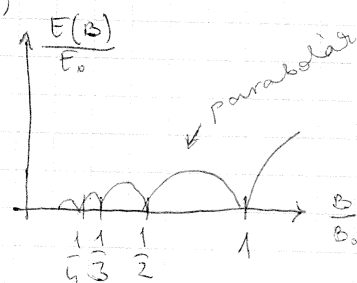
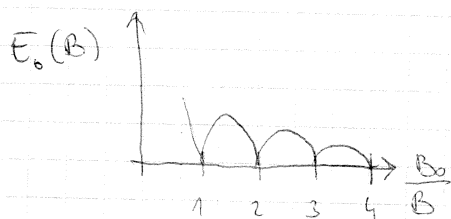
↑
 n -edik teljesen betöltve
 $n+1$ -dik üres

ha $B = B_n$ $E(B_n) = E(0) \rightarrow$ mintha nem lehet mágneses tér

$$E(B) = N_p \sum_{l=0}^{n-1} \hbar \omega_c \left(l + \frac{1}{2} \right) + (N - n N_p) \hbar \omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$\hookrightarrow B_0 / (n+1) < B < B_0 / n$$

$$E(B) = \hbar \omega_c N \left(n + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} (n+1) n \frac{B}{B_0} \right)$$



mágneszettség $-\frac{\partial E}{\partial B} = M \rightarrow$ ugrások vannak

(3D) k_z is $k_z + dk_z$ közötti állapotok száma?

$$\varepsilon'_F(k_z) = \varepsilon_F - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

$$n \leftarrow \frac{\varepsilon'_F(k_z)}{\hbar \omega_c} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{\varepsilon'_F(k_z)}{\hbar \omega_c} - \frac{3}{2} < n_{\max} < \frac{\varepsilon'_F(k_z)}{\hbar \omega_c} - \frac{1}{2}$$

$$\varepsilon'_F(k_z) = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c = \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\hbar e}{m} B_n(k_z)$$

$$\frac{1}{B_n(k_z)} = \frac{\left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\hbar e}{m}}{\varepsilon'_F(k_z)}$$

$$A(k_z) = \pi k_z^2 = \frac{2\pi}{\hbar^2} m \left(\varepsilon_F - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \right) = \frac{2\pi}{\hbar^2} m \varepsilon'_F(k_z)$$

$\frac{1}{B}$ -ben lesz periodikus viselkedés $\rightarrow$ szűrőhatás

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{\hbar e}{m \varepsilon'_F(k_z)} = \frac{2\pi e}{\hbar A(k_z)}$$

$$N(B, k_z) dk_z = N_p (n+1) \frac{L_z}{2\pi} dk_z = (n+1) \frac{V}{(2\pi)^2 \hbar} dk_z = V g(k_z, B) dk_z =$$

állapotűrűség $\rightarrow g(k_z, B) V$
a k_z magasságban $= V g(B) dk_z$

$$g(B) = (n+1) \frac{eB}{(2\pi)^2 \hbar} = \frac{m}{(2\pi \hbar)^2} (n+1) \hbar \omega_c$$

$$E(B, k_z) dk_z = N_p \frac{L_z}{2\pi} dk_z \sum_{l=0}^n \hbar \omega_c \left(l + \frac{1}{2} \right) + N_p \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{L_z}{2\pi} dk_z \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}$$

$$E(B, k_z) dk_z = V dk_z \left[\frac{(2\pi \hbar)^2}{2m} g^2(B) + g(B) \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \right]$$

(ha $B = B_n$ akkor $g(B_n) = g(0)$)

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{2\pi e}{h A(E_F)} \rightarrow \text{periodicitás}$$

$$\max \int dE_z f\left(\frac{1}{A(E_z)}\right) \sim \int dA(E_z) \frac{1}{\left|\frac{\partial A(E_z)}{\partial E_z}\right|} f\left(\frac{1}{A(E_z)}\right)$$

$\Rightarrow$ ha $\frac{\partial A(E_z)}{\partial E_z} \approx 0$ akkor adják a fő járulékot
 $\hookrightarrow$ Fermi-felület szélső értékei

ezt a pontot adják az oszcillációt a többi olyan, mint egy háttérzaj

$$\Delta\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{2\pi e}{h A_{\text{ext}}}$$

magnéserezettségbe is ezt számítanak

$\rightarrow$ deHaas-vanAlphen effektus

ellenállás változásai

$\rightarrow$ Shubnikov-deHaas effektus

* változtatva a mágneses tér irányát ezzel feltekinthető a Fermi-felület
 nagyon alacsony hőmérséklet kell

$\omega_c \gg \frac{1}{\tau}$ relaxációs idő

Optika

$$c \gg v_F$$

$q \sim 0$ - t tudjuk nézni optikával

$$\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad \mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$$

$$\text{div } \vec{B} = 0$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{div } \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

ha $\rho = |\vec{j}| = 0$ akkor

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

$\Rightarrow$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega(t - \frac{\hat{q} \cdot \vec{r}}{c})}$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 e^{-i\omega(t - \frac{\hat{q} \cdot \vec{r}}{c})}$$

Maxwell-egyenletek

10.21.

$$\vec{E}_0 \perp \vec{B}_0 \perp \hat{q} \rightarrow \text{nullánterjedés irányja}$$

$$\vec{B}_0 = \frac{1}{c} \hat{q} \times \vec{E}_0$$

anyagban $\rightarrow$ töltéshordozók, áramok

$$\rho = \rho_{\text{szabad}} + \rho_{\text{ kötött}}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$\rho, \vec{j} \Rightarrow$ szabad töltéshordozók

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{div } \vec{D} = \rho \rightarrow \text{egyenletet megváltoztat}$$

lineáris körelítés kis intenzitású teretnél általában megfelelő

$$\frac{1}{\epsilon_0} \vec{P}(q, \omega) = \chi_{ee}(q, \omega) \vec{E}(q, \omega)$$

χ_{ee}

↑ lehet törés is, de csak bizonyítja a dolgot $\rightarrow$ tñh. izotrópia

$$\vec{M}(q, \omega) = \chi_{mm}(q, \omega) \vec{H}(q, \omega)$$

χ_{mm}

Ellenel az anyagra jellemző egyenletet

$$\vec{j} = \underline{\underline{\sigma}} \vec{E} \quad (\text{itt is izotróp esetet lehet nézni})$$

azt mondjuk, hogy az anyag nem mágneses (magnetooptika nem most)

dielektromos fr-el

$$\vec{D} = \epsilon_0 (1 + \chi_{ee}(q, \omega)) \vec{E}(q, \omega) = \epsilon_0 \epsilon_r(q, \omega) \vec{E}(q, \omega)$$

$$\vec{B} = \mu_0 (1 + \chi_{mm}(q, \omega)) \vec{H}(q, \omega) = \mu_0 \mu_r(q, \omega) \vec{H}(q, \omega)$$

$\mu_r \approx 1$ általában

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\epsilon_r(q, \omega) \mu_r(q, \omega)}{\epsilon_0 \mu_0} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial \omega^2}$$

$$N = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$$

$$q^2 = \frac{\omega^2}{c^2} N^2$$

$$c \rightarrow \frac{c}{N}$$

$$\mu_r \approx 1$$

$$N = n + \kappa \leftarrow \text{"csillapodás" (absorpció)}$$

↑
bővítésmutató

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega(t - \frac{n}{c} \hat{q} \vec{r})} e^{-\frac{\omega\kappa}{c} \hat{q} \vec{r}}$$

transverzális továbbra is az em hullám
de csillapodik

abszorpciók együttható

$$\alpha = -\frac{1}{I} \frac{\partial I}{\partial r} \rightarrow \text{intenzitás (mégyszeres)}$$

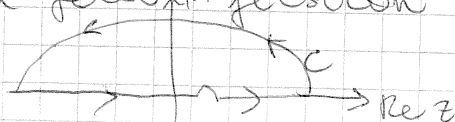
$$\alpha = \frac{2\kappa\omega}{c} = \frac{4\pi\kappa}{\lambda} \quad (\lambda \gg a)$$

kausalitás $\rightarrow$ retardált válaszok-ek

$f(\omega) \rightarrow f(z)$ kiterjesztjük komplexbe

↓
analitikus a felső $Im z$ felületen

$$\text{ha } \lim_{z \rightarrow \infty} |f(z)| \leq \frac{1}{z}$$



$$\oint_C \frac{f(z)}{z - w} dz = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dw' f(w')}{w' - w} + \int_C \frac{dz f(z)}{z - w} = 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dw' f(w')}{w' - w} = i\pi f(w) \quad \text{résztérintegrál}$$

$\uparrow$
 $-\pi i f(w)$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \epsilon_r(\omega) = 1$$

$$\epsilon_r \rightarrow \epsilon_r - 1 \text{ lecseng}$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \infty} \epsilon_r(\omega) = \epsilon_r(\infty)$$

$$f(\omega) = f'(\omega) + i f''(\omega)$$

$$\epsilon_r \text{ helyett } \epsilon_r(\omega) - \epsilon_r(\infty)$$

$$f'(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dw' \frac{f''(w')}{w' - \omega}, \quad f''(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dw' \frac{f'(w')}{w' - \omega} \dots$$

Kramers - Kronig transzformáció

szabad töltésel vannak $\rho \neq 0$

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \frac{\sigma}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \vec{j} = \sigma \vec{E}$$

optikai $\rightarrow$ transverzális
vezetőképesség $\rightarrow$ vezetőképesség

$$\sigma_{\text{opt}}(q \rightarrow 0) = \sigma_{\text{long}}(q \rightarrow 0)$$

$$\begin{pmatrix} \text{longitudinális} & \vec{E} & \vec{E} \rightarrow \vec{E} \\ \text{transverzális} & \uparrow \vec{E} & \hat{q} \rightarrow \uparrow \vec{J} \end{pmatrix}$$

$(\hat{q}, \omega)$ diszperziós relációt keresünk,

$$q^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \underbrace{(\epsilon_r(\omega) + i \frac{\sigma}{\epsilon_0 \omega})}_{\epsilon_r(q, \omega)}$$

$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon_1(\omega) + i\epsilon_2(\omega)$$

$$\epsilon_1(\omega) = \epsilon_r(\omega) - \frac{\text{Im } \sigma(\omega)}{\epsilon_0 \omega}$$

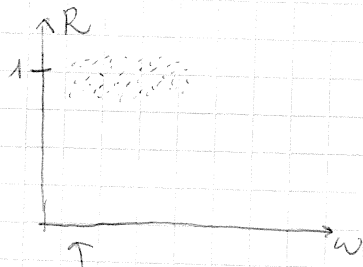
$$\epsilon_2(\omega) = \frac{\text{Re } \sigma(\omega)}{\epsilon_0 \omega}$$

$q \rightarrow 0$ azt jelenti, hogy $\frac{\omega}{a} \gg 1$

$$n^2 - \kappa^2 = \epsilon_r(\omega) - \frac{\text{Im } \sigma(\omega)}{\epsilon_0 \omega}$$

$$\ln \kappa = \frac{\text{Re } \sigma(\omega)}{\epsilon_0 \omega}$$

reflectivitás: $R = \frac{(1-n)^2 + \kappa^2}{(1+n)^2 + \kappa^2} \rightarrow$ lehet mérni



alacsony frekvencián $R \approx 1$

10%-al soródnak a pontok, mert attól függ milyen szalonnával fogták meg a felületet

$$m \ddot{\vec{r}} = -e \vec{E}$$

$$\omega^2 m \vec{r} = e \vec{E}$$

$$\vec{r} = -\frac{e}{m \omega^2} \vec{E}$$

↑
sűrűség

$$q^2 \vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} - \frac{\omega^2}{c^2} \frac{ne^2}{\epsilon_0} \vec{r}$$

$$\vec{r} = \frac{e}{\omega^2 m} \vec{E}$$

$$q^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{ne^2}{m \epsilon_0} \frac{1}{\omega^2} \right) = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \right)$$

$$\frac{ne^2}{m \epsilon_0} = \omega_{plasma}^2$$

$$\epsilon_r = 1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2}$$

$$\text{ha } \omega \ll \omega_{pl} \quad n \approx 0 \quad k \neq 0$$

$$\omega \gg \omega_{pl} \quad n \neq 0 \quad k \approx 0$$

vizint be a mozgasegyenletbe csillapítást

$$m \ddot{\vec{r}} = -e \vec{E} - \frac{1}{\tau} m \dot{\vec{r}}$$

$$q^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_{pl}^2}{\omega^2 + i \frac{\omega}{\tau}} \right)$$

$$\epsilon_2(\omega) = \frac{\text{Re } \sigma}{\epsilon_0 \omega}$$

$$\sigma_0 = \frac{ne e^2}{m \epsilon_0} \tau$$

(longitudinális)
ingy. be τ -ben

$$\Rightarrow \tau$$

$$\epsilon_1(\omega) = 1 - \frac{\omega_{pl}^2 \tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2}$$

$$\epsilon_2(\omega) = \frac{\omega_{pl}^2 \tau}{\omega(1 + \omega^2 \tau^2)}$$

$$\omega \ll \omega_{pl} \quad n \approx k \approx \sqrt{\frac{\omega_{pl}^2 \tau}{2\omega}} = \sqrt{\frac{\sigma_0}{2\epsilon_0 \omega}} \gg 1$$

$$R = 1 - 2 \left(\frac{2\omega \epsilon_0}{\sigma_0} \right)^{1/2} \quad \text{Hagen-Rubens összefüggés}$$

ha már tudjuk, hogy fém v. nem fém
akkor már lehet elindulni abból a
pittelésnél