RÉSZECSKEFIZIKA GYAKORLAT 09. 20

Relativisztikus kinematika:

$x^\mu = (ct, \vec{x}) \equiv (x^0, \vec{x})$ $\boxed{\hbar = c = 1}$

intervallum invariáns: $(\Delta s)^2 = (x^\mu - y^\mu)^2 = \dots$

távolság Minkowski-térben

metrikus tenzor $\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(1, -1, -1, -1)$

$\dots = (x^\mu - y^\mu)(x^\nu - y^\nu)\eta_{\mu\nu} = (x^0 - y^0)^2 - (\vec{x} - \vec{y})^2$

Speciális Lorentz transzformációk

$$(x')^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu \qquad \beta = \frac{v}{c}$$

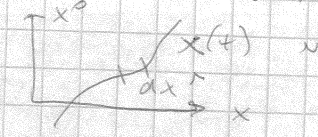
$$\Lambda^\mu{}_\nu = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 \\ \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

tulajdonságai: $\det \Lambda^\mu{}_\nu = 1$

$\Lambda^T \eta \Lambda = \eta$

Egyszerű, fizikában előforduló 4es vektorok:

pl: tömegpont mozgása $x^\mu(t) = \begin{pmatrix} t \\ \vec{x}(t) \end{pmatrix}$



sajátidő: világvonal ívhossza, η metrikában

$(dx^\mu)^2 = (dx^0)^2 - (d\vec{x})^2 = (d\tau)^2$ 2 eseményt elválasztó sajátidő különbség

$$\tau_{1,2} = \int_1^2 d\tau = \int_{t_1}^{t_2} dt \left(1 - \left(\frac{d\vec{x}}{dt}\right)^2\right)^{1/2} = \int_{t_1}^{t_2} dt \sqrt{1 - v^2(t)}$$

invariáns 4es sebesség $u^\nu = \frac{dx^\nu}{d\tau} =$

$$= \begin{pmatrix} \frac{dt}{d\tau} \\ \frac{d\vec{x}}{d\tau} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-v^2}} \\ \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-v^2}} \end{pmatrix} \Rightarrow \quad u^\mu u_\mu = 1$$

4es impulzus:

$$p^\mu = mu^\mu = \begin{pmatrix} \frac{m}{\sqrt{1-v^2}} \\ \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix} \xrightarrow[v \ll 1]{} \begin{pmatrix} m + \frac{1}{2}mv^2 + \\ m\vec{v} \end{pmatrix}$$

látszik, hogy $E > m$ és E mindig tartalmazza a nyugalmi tömeget

relativisztikus mozgási energia $T = E - m$

0 tömegű részecskék: $e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}$ síkhullám

$(\omega, \vec{k}) = k^\mu$ → fázisnak invariánsnak kell lennie

Einstein: $\hbar k = p$ és $\hbar\omega = E$, ha $\hbar = c = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow k = p$ és $\omega = E$

$E^2 - \vec{p}^2 = p^\mu p_\mu = (pr)^2 = m^2$ tömeghéj feltétel

~~ponton~~: $E^2 - \vec{p}^2 = \omega^2 - \vec{k}^2 = 0$

Részecskék bomlása és ütközése:

$A \to B + C (+ D)$

$A + B \to C + D (+ E)$

① 4es impulzus megmarad

② minden részecske tömeghéjon van

$$E_x^2 - \vec{p}_x^2 = m_x^2 \qquad x = A, B, C, \ldots$$

Pl.:

$\pi^0 \to 2\gamma$

tömegközpontú rendszer → π^0 nyugalmi rendszere $p_{\pi^0}^\mu = \begin{pmatrix} m_{\pi^0} \\ \vec{0} \end{pmatrix}$

⇒ keletkező két foton energiája m_{π^0} és impulzusuk $\vec{0}$

laborrendszerben → Lorentz-trafóval

RÉSZECSKEFIZIKA GYAK 09.27.

$\hbar = 1$ $c = 1$

① $\pi^0 \to \gamma\gamma$

π^0 nyugalmi rendszerében:

$$p^\mu_{\text{kezdő}} = \begin{pmatrix} m_\pi \\ \vec{0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \omega_1 + \omega_2 \\ \vec{\xi}_1 + \vec{\xi}_2 \end{pmatrix} = p^\mu_{\text{vég}}$$

↑ energia-impulzus-megmaradás

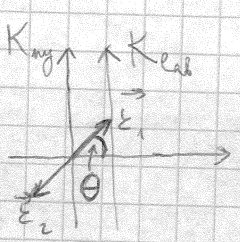
$\omega_i = |\vec{\xi}_i|$ $\quad i = 1, 2$ $\quad \to$ foton tömege $\emptyset$

$\vec{\xi}_1 = -\vec{\xi}_2 \quad \Rightarrow \quad \omega_1 = \omega_2 = \omega$

$m_\pi = 2\omega$

$\omega = m_\pi / 2$

$|\vec{\xi}_1| = |\vec{\xi}_2| = m_\pi/2$



labormendszerben: β a π^0 sebessége

K_{lab} β-val mozog K_{nyg}-hez képest (x irány)

$(\omega, \vec{\xi})$ 4es vektor

$$\omega^L = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(\omega + \beta \xi^n_x \right) \qquad \xi^n_x = |\vec{\xi}_1| \cos\theta = \frac{m_\pi}{2} \cos\theta$$

$$\omega^L = \frac{m_\pi}{2\sqrt{1-\beta^2}} (1 + \beta\cos\theta) = \frac{E^L_\pi}{2} (1 + \beta\cos\theta)$$

E^L_π

másik foton esetén $\theta \to \pi - \theta$

$\cos\theta|_{min} = -1 \qquad \cos\theta|_{max} = 1$

ha π^0 0 spinű akkor minden θ egyformán valószínű

$$\frac{dN_\gamma}{d\omega^L} \qquad \frac{E^L_\pi}{2}(1-\beta) \longleftrightarrow \frac{E^L_\pi}{2}(1+\beta)$$

egyenletes eloszlás

② Kétest bomlás:

$A \to B + C$

$M \qquad m_1 \quad m_2$

M nyugalmi rendszerében: határozd meg energiát

$$E_1 = \frac{M^2 + m_1^2 - m_2^2}{2M}$$

$$E_2 = \frac{M^2 + m_2^2 - m_1^2}{2M}$$

„nincs spektrum"

HF: $T = T_1 + T_2 = E_1 - m_1 + E_2 - m_2 = M - (m_1 + m_2)$

tömegdefektus

Háromtest bomlás:

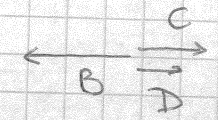
$A \to B + C + D$ 4 egyenlet megmaradásából

$m_1\ m_2\ m_3$ E_1 nem határozott

van spektrum

$E_{1\,min} \quad m_1$

$E_{1\,max} = \dfrac{M^2 + m_1^2 - (m_2 + m_3)^2}{2M}$



ekkor maximális

$\mu^- \to e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$

történelmi jelentőségű

③ Tömegközépponti rendszer:

P^μ: rendszer 4es impulzusa

a TKP rendszer ahol $P^\mu_{TK} = \begin{pmatrix} E \\ \vec{0} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} M \\ \vec{0} \end{pmatrix}$ → rendszer tömege

$P^\mu_{TK} P_{TK\mu} = M^2 = E^2 \to$ invariáns $= P^\mu P_\mu$

$\gamma p \to \pi^0 p$ mekkora a labor-ban a π^0 fotoreletés küszöbenergiája ?

$\dfrac{\omega}{\vec{k}} \longrightarrow \overset{\bullet}{M}$ (P^μ megmarad + tömeghéjfeltételek)

TK rendszer ütközés után:



$E = \sqrt{\vec{p}^2 + M^2} + \sqrt{\vec{p}^2 + m_0^2} \geq M + m_0$

$=$ ha $\vec{p} = 0$

a π^0 akkor van éppen megfelelve ha állnak

$P^\mu_{részek} = P^\mu_{vej}$

laborrendszerben

$$p^\mu_{terd} = \begin{pmatrix} M+\omega \\ \vec{\xi} \end{pmatrix}$$

$\left(p^\mu_{terd}\right)^2$ invariáns, a megmaradás miatt $\left(p^\mu_{TK}\right)^2$-tel megegyezik

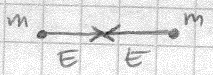
$$\omega^2 - \vec{\xi}^2 = 0$$

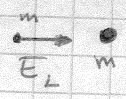
$$\left(p^\mu_{terd}\right)^2 = (M+\omega)^2 - \vec{\xi}^2 = M^2 + \omega^2 + 2\omega M - \vec{\xi}^2 = E^2 \geq (M+m_0)^2$$

$$M^2 + 2\omega M = M^2 + 2Mm_0 + m_0^2$$

$$\omega = m_0\left(1 + \frac{m_0}{2M}\right)$$

④ ütköztetőgyalábos kísérletek ↔ fixtarget kísérletek





ugyanakkora E energiával mennyivel nagyobb E_{TK} érhető el melyik esetben?

10.04.

fix target:

$$p^\mu = \begin{pmatrix} 2m+E \\ \vec{0}+\vec{p} \end{pmatrix}$$

$s = p_\mu p^\mu$ invariáns

$$s = (2m+E)^2 - \vec{p}^2 = 4m^2 + E^2 + \vec{p}^2 + 4mE =$$

$$= m(5m+4E) = E_{TK}^2$$

$$E_{TK} = \sqrt{m(5m+4E)} \sim \sqrt{E}$$

$$\vec{p}^2 = m^2 + (E+m)^2$$

$$s = 2m^2 + 2mE = 2m(m+E) = E_{TK}^2$$

$$E_{TK} = \sqrt{2m(m+E)} \sim \sqrt{E}$$

ütköző nyalábos: $E_{TK} \overset{\text{alle}}{=} 2E$

RÉSZECSKEFIZIKA GYAKORLAT 10.04

$a + b \to c + d$ reakció kinematikája

labor. $\xrightarrow{m_b}$ m_a

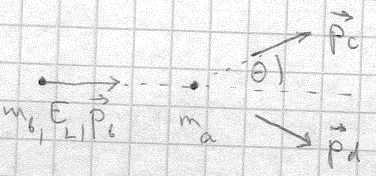
$$E_L = T_L + m_b$$

$$P^\mu = p_a^\mu + p_b^\mu = p_c^\mu + p_d^\mu$$

$$\begin{pmatrix} m_a + E_L \\ \vec{p} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_c \\ \vec{p}_c \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_d \\ \vec{p}_d \end{pmatrix}$$

$$s = P_\mu P^\mu$$

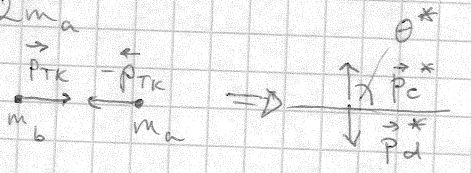
szórási szög (θ)



$$\cos\theta = \frac{\vec{p}_b \vec{p}_c}{|\vec{p}_b||\vec{p}_c|}$$

HF: kiszámítani $E_L = \dfrac{s - m_a^2 - m_b^2}{2m_a}$

TK rendszerben



$$\cos\theta^* = \frac{\vec{p}_{TK}\,\vec{p}_c^*}{|\vec{p}_{TK}||\vec{p}_c^*|}$$

új változók, amik invariánsak

$$s = (p_a + p_b)^2$$
$$t = (p_a - p_c)^2$$
$$u = (p_a - p_d)^2$$

} Mandelstam változók

$$s + t + u = \sum_{i=1}^{4} m_i^2$$

$s \gg m_i^2$

$$t = -\frac{s}{2}(1 - \cos\theta^*) \qquad 0 \geq t \geq -s$$

$$u = -\frac{s}{2}(1 + \cos\theta^*) \qquad 0 \geq u \geq -s$$

$$\sqrt{s} \geq (m_a + m_b\ ,\ m_c + m_d)$$

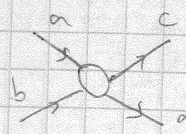
HF: $e^+e^- \to 2\gamma$

s, t, u megengedett tartománya?

keresztezett folyamatok: a kerdő- és végállapotbeli részecskék "cseréje"

$a + \bar{c} \to \bar{b} + d$

$a + \bar{d} \to \bar{b} + c$



$a + \bar{c} \to \bar{b} + d$ $\quad a + \bar{d} \to \bar{b} + c$

$s' = (p_a + p_{\bar{c}})^2$ $\quad s''$

$t' = (p_a - p_{\bar{b}})^2$ $\quad t''$

$u' = (p_a - p_d)^2$ $\quad u''$

$t \to$ $\quad a + b \to c + d$

$s = (p_a + p_b)^2$

$t = (p_a - p_c)^2$ $\quad$ t csatornában $\quad$ u csatornában

$u = (p_a - p_d)^2$ $\quad$ ha $p_{\bar{c}} = -p_c$, $p_{\bar{b}} = -p_b$, akkor

s csatornában $\quad s'$, t', u' és s'', t'', u''

s, t, u permutációi lesznek

---

invariáns „fázistér"

$$\int d^4p\, \delta(p^2 - m^2)\, \Theta(p^0) = *$$

$p^2 = p^\mu p_\mu = (p^0)^2 - (\vec{p})^2$

$d^4p = dp^0\, d^3p$

Lorentz-invariáns, mert

1) p^2 invariáns

2) $\det \Lambda = 1$

3) p^0 nem változtatható az előjele L-trafóval

$$* = \int d^3p \int_0^\infty dp^0\, \delta\left((p^0)^2 - (\vec{p})^2 - m^2\right) = *$$

$$\delta(f(x)) = \sum_i \frac{\delta(x - x_i)}{\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_i}}$$

$f(p_0) = p_0^2 - \vec{p}^2 - m^2$

$p_0^i = \pm\sqrt{\vec{p}^2 + m^2} = \pm E$

$$* = \int d^3p \int_0^\infty dp^0\, \delta(p_0 + E)\, \delta(p_0 - E)\, \frac{1}{2E} =$$

↑ pozitív gyök

$$= \int \frac{d^3p}{2E}$$

$\frac{d^3p}{E}$ Lorentz-invariáns

HF: 2γ rendszer milyen feltétellel teljesülése esetén 0 a nyugalmi tömeg?

akkor, ha $\underline{\xi}_1 \parallel \underline{\xi}_2$

RÉSZECSKEFIZIKA GYAKORLAT 10. 11.

Megmaradási törvényt követő reakciók:

+ folyamat, amit nem tilt valami, az végbemegy

- energia - impulzus megmaradás
- megmaradó töltések

① $\pi^+ \not\to e^+e^-e^+$

140 MeV 0,5 MeV energia- impulzus OK
elektromos töltés OK
DE elektronikus leptonszám megmaradás tiltja!

② $\pi^+ \to \pi^0 e^+ \nu_e$ töltött pion β-bomlása
0,5 MeV

$\pi^+ \not\to \pi^0 \mu^+ \nu_\mu$
140 MeV 135 MeV 105 MeV ⇒ tiltott
végbemegy

③ ~~Ritkaságszámot~~ $K^0 \not\to e^+e^-$ vagy $\pi^0 \to e^+e^-$
ritkaságot sérti megengedett
amit em-ben nem lehet

④ $K^+ \to \mu^+ \nu_\mu$ gyenge folyamatban változhat a ritkaság
498 MeV 105 MeV

F: $K^0 \not\to \gamma\gamma$ vagy $\pi^0 \to \gamma\gamma$ ✓

$\mu^+ \not\to e^+\gamma$

$\mu^+ \not\to e^+e^-e^+$

⑤ $p \to e^+ n \nu_e$ szabad proton nem tud így bomlani
de magokban effektív tömeg nem tömegshéjon,
így végbemegy ⇒ β^+-bomlás

⑥ $K^+ + n \to \Sigma^+ + \pi^0$

$u\bar{s}$ s kvark $\Delta s \neq 0$ gyenge lenne

nem lehet megfigyelni, mert tiltja a ritkaság.

F $\mu^- N \to \nu_\mu X$ vagy $\mu^- N \not\to \bar{\nu}_\mu X$ i.M. $\nu_\mu N \to \mu^- X$ v. $\nu_\mu N \not\to \mu^+ X$
✓ bárámi

L_μ megmarad

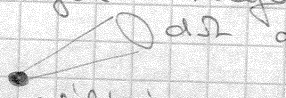
szórási folyamatokban nem nézzük az energia - impulzus megmaradását, hanem feltesszük, hogy küszöbenergia felett vagyunk

<u>A hatáskeresztmetszet</u> és kapcsolata a szórásmátrixszal

$ab \to cX \to$ bármi, amit nem detektálunk

↳ inkluzív

$e^- N \to e^- X$ mélyen rugalmatlan



$dN = d\Omega \, I_0 \frac{d\sigma}{d\Omega}$ → differenciális szórási hatáskeresztmetszet

↳ időegységenként $\frac{\text{részecskeszám}}{\text{felület} \cdot \text{idő}}$ nyalábintenzitása

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{dN}{I_0 \, d\Omega} \qquad \left[\frac{d\sigma}{d\Omega}\right] = m^2$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vartheta, \varphi, s)$$

↑ tömegközépponti energia

teljes hatáskeresztmetszet $\sigma^{TOT}(s) = \int \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega$

elméletileg, ha a szórásmátrixot ismerjük

$|i\rangle$ kezdő állapot

$\langle f|$ végállapot $\qquad \langle f|S|i\rangle = S_{fi}$ ← átmeneti amplitúdó

↑ szórásmátrix

$|i\rangle = |\vec{p}_1 \, \vec{p}_2\rangle$

$|f\rangle =$ n részecske állapot

↳ reakció mátrix

$$S_{fi} = \delta_{fi} + (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) \langle f|T|i\rangle$$

↳ mindig, ha az elmélet (idő és tér) transzlációs invariáns

↳ nyalábot változatlanul megy tovább

tényleges reakció átmeneti valószínűsége

$$dw_{fi} = \left[(2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i)\right]^2 |T_{fi}|^2$$

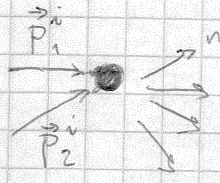
V térfogat, T időintervallum ($\to \infty$ a végén)

$$\int_V d^3x \int_{-T/2}^{T/2} dt\, e^{i(\vec{p}_f - \vec{p}_i)\vec{x} - i(p_f^0 - p_i^0)t} = VT \begin{cases} \text{ha } p_f^\mu = p_i^\mu \\ 0 \quad p_f^\mu \neq p_i^\mu \end{cases}$$

időegységre vonatkozó átmeneti valószínűség

$$\frac{dw_{fi}}{T} = V(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) |T_{fi}|^2$$

10.18.



$\ell = 1 \dots m$

V, T legyégén $V, T \to \infty$

impulzus folytonos spektruma

$$\prod_{\ell=1}^{m} \frac{d^3 p_\ell^f}{(2\pi\hbar)^3} V \to d^3 p_\ell^f \text{ impulruscella}$$

$$\frac{d\tilde{w}_{fi}}{T} = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) |T_{fi}|^2 V \prod_{\ell=1}^{m} \frac{d^3 p_\ell^f}{(2\pi\hbar)^3} V \Big/ \left(\prod_{k=1}^{m} (2p_\ell^0 V) \prod_{i=1}^{2} (2p_i^0 V) \right)$$

határozott impulzusú részecskék szétszóródnak

→ valószínűségsűrűség $\rho = \hbar i \left(\dot{\Phi}_\ell \Phi_\ell^* - \Phi_\ell \dot{\Phi}^* \right) = 2p_\ell^0$

normálása

$$\frac{d\tilde{w}_{fi}}{dT} = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) |T_{fi}|^2 \frac{1}{2p_1^0 2p_2^0 V} \prod_{\ell=1}^{m} \frac{d^3 p_\ell^f}{(2\pi\hbar)^3 2p_\ell^0}$$

fix céltárgy 1-es áll $p_i^0 = m_1 c^2$

$d\sigma = \frac{d\tilde{w}_{fi}}{T} \frac{1}{j_2}$ → bejövő fluxus v_2 sebességgel $j_2 = \frac{v_2}{V}$

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) |T_{fi}|^2 \frac{1}{2m_1 c^2 2p_2^0 v_2} \prod_{\ell=1}^{m} \frac{d^3 p_\ell^f}{(2\pi\hbar)^3 2p_\ell^0}$$

$\boxed{c = 1 \quad \hbar = 1}$

át kell írni hogy minden rendszerben jó legyen

$$m_1 p_2^0 v_2 = m_1 E_2(\vec{p}_2) \frac{|\vec{p}_2|}{E_2(\vec{p}_2)} = m_1 |\vec{p}_2| = m_1 \sqrt{E(p_2)^2 - m_2^2} = \sqrt{m_1^2 E(p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} =$$

$$= \underline{\sqrt{(p_1 p_2)^2 - p_1^2 p_2^2}}$$

minden inerciarendszerben érvényes

hatáskeresztmetszet

$$d\sigma = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i)\,|T_{fi}|^2 \frac{1}{4\sqrt{(p_1p_2)^2 - p_1^2 p_2^2}} \prod_{\ell=1}^{m} \frac{d^3p_\ell}{(2\pi)^3 2p_\ell^0}$$

ha végállapotban azonos részecskék vannak akkor $S = \prod_{\ell=1} \frac{1}{n_\ell!}$

$|T_{fi}|^2 \to$ elméletileg számolunk

SU(2) izospin ábrázolásai

állapotok $|j, m\rangle$ $\quad j = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \ldots$ $\quad m = -j, -j+1, \ldots, j$

$2j+1$ dimenziós

$$[I_i, I_j] = i\varepsilon_{ijk} I_k$$

$$I_\pm = I_1 \pm i I_2$$

$$[I_3, I_\pm] = \pm I_\pm$$

$$[I_+, I_-] = 2I_3$$

$|j\ m\rangle$ $\quad I_3 |j\ m\rangle = m\,|j\ m\rangle$

$$I_\pm |j\ m\rangle = \sqrt{(j \mp m)(j \pm m + 1)}\;|j, m \pm 1\rangle$$

$j = \frac{1}{2}$ eset

$m = \frac{1}{2}$ $\quad m = -\frac{1}{2}$

$|\uparrow\rangle$ $(|u\rangle)$ $\quad |\downarrow\rangle$ $(|d\rangle)$

$I_+ |\uparrow\rangle = 0 \quad I_+ |\downarrow\rangle = |\uparrow\rangle$

$I_+ |u\rangle = 0 \quad I_+ |d\rangle = |u\rangle$

Konstruáljuk meg a $j = 1$ ábrázolást: 3D

$m = -1, 0, 1$

$$|1\,1\rangle = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} \quad |1, 0\rangle = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} \quad |1, -1\rangle = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$$

$$I_3 = \begin{pmatrix}1&0&0\\0&0&0\\0&0&-1\end{pmatrix} \qquad I_+ |1\,1\rangle = 0 \qquad I_+ |1\,0\rangle = \sqrt{2}\,|1\,1\rangle$$

$$I_+ = \begin{pmatrix}0&\sqrt{2}&0\\0&0&\sqrt{2}\\0&0&0\end{pmatrix} \qquad I_- = \begin{pmatrix}0&0&0\\\sqrt{2}&0&0\\0&\sqrt{2}&0\end{pmatrix} \qquad I_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&1\\0&1&0\end{pmatrix} \quad I_2 = \frac{1}{2\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0&-i&0\\i&0&-i\\0&i&0\end{pmatrix}$$

Házi: fejezzük ki $I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 - t$ ⚠ Kvadratikus Casimir-op I_+, I_-, I_3-mal

HF: mutassuk meg $\left(\sum_i I_i^2\right)|j,m\rangle = j(j+1)|j,m\rangle$!

HF: 2) a deriváltban előforduló állapotra határozzuk meg $I(I+1) - \frac{Y^2}{4}$ az Y-nak milyen lineáris fv-e!

11.08.

Izospin:

I_1, I_2, I_3 $\quad [I_i, I_j] = i\varepsilon_{ijk} I_k$ $\quad I_\pm = I_1 \pm i I_2$, I_3

$[I_3, I_\pm] = \pm I_\pm$ $\quad [I_+, I_-] = 2I_3$

$[I_3, I_1 \pm i I_2] = [I_3, I_1] \pm i [I_3, I_2] = i I_2 \pm i(-i I_1) = i I_2 \pm I_1 =$

$= \pm (I_1 \pm i I_2) = \pm I_\pm$

$I := I_1^2 + I_2^2 + I_3^2$ $\quad [I, I_a] = 0$ $\quad a = 1, 2, 3$

$C_2 = \sum_a I_a^2$ kvadratikus Casimir-operátor

I -t lejjebb is, mint I_+, I_-, I_3 [redacted] fv-e!

$I_+ I_- = (I_1 + i I_2)(I_1 - i I_2) = I_1^2 + I_2^2 + \underbrace{i I_2 I_1 - i I_1 I_2}_{+ i [I_2, I_1]} =$

$= I_1^2 + I_2^2 + I_3$ $\quad i\varepsilon_{213} I_3$

$- i I_3$

$I = I_+ I_- - I_3 + I_3^2$

$I_\pm |j,m\rangle = \left[(j \mp m)(j \pm m + 1)\right]^{1/2} |j, m \pm 1\rangle$

$I_3 |j,m\rangle = m |j,m\rangle$

$I |j,m\rangle = j(j+1) |j,m\rangle$

$j \in (0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots)$

$m \in (-j, -j+1, \dots, j)$ $\quad 2j+1$ db

$I_- |j,m\rangle = \left[(j+m)(j-m+1)\right]^{1/2} |j, m-1\rangle$

$I_+ I_- |j,m\rangle = \left[(j+m)(j-m+1)\right]^{1/2} I_+ |j, m-1\rangle =$

$= \left[(j+m)(j-m+1)\right]^{1/2} \left[(j-m+1)(j+m-1+1)\right]^{1/2} |j,m\rangle =$

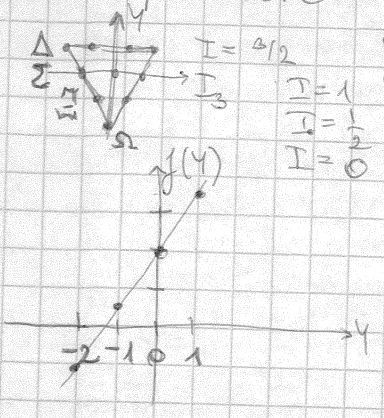
$= (j+m)(j-m+1) |j,m\rangle =$

$I |j,m\rangle = \left[(j+m)(j-m+1) - m + m^2\right] |j,m\rangle = (j^2 + j) |j,m\rangle$

$j^2 - jm + jm - m^2 + m - m + m^2 + j$

RÉSZECSKEFIZIKA GYAKORLAT 11.08.

Mutassuk meg, hogy a dekupletben előforduló izomultiplettre $I(I+1) - \frac{Y^2}{4}$ Y-nak lineáris fv-e!



$I = 3/2$ $Y = 1$ $f = \frac{7}{4}$

$I = 1$ $Y = 0$ $f = 2$ $I(I+1) - \frac{Y^2}{4} = f(Y)$

$I = \frac{1}{2}$ $Y = -1$ $f = \frac{1}{4}$

$I = 0$ $Y = -2$ $f = -1$

$f(Y) = aY + b$ $\quad Y = 0 \quad f = 2 \Rightarrow b = 2$

$a = \frac{3}{2}$ $\quad f = \frac{3}{2}Y + 2$

$SU(3)_F$

$\begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \to |q_i\rangle \quad i = 1,2,3$

$|q_i\rangle \to U_{ij} |q_j\rangle \qquad |q_i^*\rangle \to U_{ij}^* |q_j^*\rangle$

$3 \times \bar{3} = 1 \oplus 8$

$|q_i\rangle \otimes |q_j^*\rangle \to U_{ii'} |q_{i'}\rangle \otimes U_{jj'} |q_{j'}^*\rangle$ 9 dimenziós

$|1\rangle := \frac{1}{\sqrt{3}} |q_i\rangle \otimes |q_i^*\rangle$ $\quad (\Sigma_i)$ spec. 1 dimenziós

$D(U)|1\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \underbrace{U_{ii'} U_{ij'}^*}_{U_{ii'}(U^+)_{j'i}} |q_{i'}\rangle \otimes |q_{j'}^*\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \delta_{j'i'} |q_{i'}\rangle \otimes |q_{j'}^*\rangle =$

$= |1\rangle$ triviális ábrázolás

C_{ji} 3×3 spurtalan, hermitikus

$|C\rangle = C_{ji} |q_i\rangle \otimes |q_j^*\rangle$

$D(U)|C\rangle = C_{ji} U_{ii'} U_{jj'}^* |q_{i'}\rangle \otimes |q_{j'}^*\rangle =$

$= (U^+ C U)_{j'i'} |q_{i'}\rangle \otimes |q_{j'}^*\rangle$

$3 \otimes 3 = \bar{3} \oplus 6$

szimmetrikus és antiszimmetrikus

6 dim $\quad \varepsilon_{ij} |q_i\rangle \otimes |q_j\rangle$

3 dim

Térelmélet

$\phi^a(\vec{x},t)$ mezők

$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi^a, \partial_\mu \phi^a)$ nem függ explicitten a koordinátáktól

kanonikus energia-impulzustenzor megmarad:

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi^a} \partial^\nu \phi^a - g^{\mu\nu}\mathcal{L}$$

mozgásegyenlet megoldásaira $\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0 \quad \nu = 0,1,2,3$

$$\partial^\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial^\mu \phi^a} = \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi^a} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi^a} \quad \forall a\text{-ra}$$

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi^a}\right)\partial^\nu \phi^a + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi^a}\partial_\mu \partial^\nu \phi^a - \partial^\nu \mathcal{L} =$$

$$= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi^a}\partial^\nu \phi^a + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi^a}\partial^\nu \partial_\mu \phi^a - \partial^\nu \mathcal{L} = 0 \quad \checkmark$$

(t mozg. egy.)

$\partial^\nu \mathcal{L}(\phi^a, \partial_\mu \phi^a)$

ami nem függ a koordinátáktól

$x^\mu \to x^\mu + a^\mu$ eltolásra $\mathcal{L}$ invariáns

$$P^\nu = \int_{t=\text{áll.}} d^3x\, T^{0\nu} \Rightarrow (E, \vec{P})$$

$\phi^a(\vec{x},t)$ mezőnek van!!! dimenziója

alap: $\hbar = c = 1$ egységrendszerben $S = \int d^4x\, \mathcal{L}(\,)$ dimenziótlan

$\phi(\vec{x},t)$ skalármező

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{m^2}{2}\phi^2 - g\phi^N \quad N \text{ egész}$$

↳ csatolási állandó

skalár v. mérték v. hossz dimenziója: d_ϕ, $\partial_\mu \phi \to d_\phi - 1$

$\int d^4x\, (\partial_\mu \phi)^2$ dimenziótlan $\quad 4 + 2(d_\phi - 1) = 0$

$d_\phi = -1$

$g \to d_g$ $\int d^4x\, g\phi^N$ — " —

$$d_g + 4 + N d_\phi = 0$$

$$d_g = N - 4$$

ϕ^4 térelmélet $d_g = 0$ dimenziótlan

ϕ^2 $d_g = -2$ $[l]^{-2} = [m^2]$ konzisztencia

$N > 4$ dg: pozitív szám } dimenziójú
negatív tömeg

(potenciálisan) renormálható csatolások: dg: negatív szám
spinormezők dimenziója

$\mathcal{L} = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu \partial_\mu \psi(x)$ ← Dirac spinor

$d_\psi \quad \int d^4x\, \bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi \quad 4 + 2d_\psi - 1 = 0 \quad d_\psi = -\frac{3}{2}$

Yukawa csatolás $\to \lambda \phi \bar{\psi}\psi$

$$d_\lambda + 4 + d_\phi + 2d_\psi = 0 \quad d_\lambda = 0$$

Összes dimenziótlan csatolás renormálható

vektormezők dimenziója:

$A_\mu(x)$ Lorentz-vektor

kinetikus tag a Lagrange-fv-ben

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \ldots = -\frac{1}{4}(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \ldots$$

$d_A: \quad 4 + (d_A - 1)2 = 0 \quad d_A = -1$

Mf: $e A_\mu(x)(\phi^* \partial^\mu \phi - \phi \partial^\mu \phi^*) \quad d_e = ?$

Keltő eltüntető operátorok

$a(\vec{p})|0\rangle = 0 \qquad a^+(\vec{p})|0\rangle = |\vec{p}\rangle \neq 0 \qquad \langle 0|a^+(\vec{p}) = 0$

↓ Fock-vákuum

$[a(\vec{p}), a^+(\vec{p})] = (2\pi)^3 2w(\vec{p})\,\delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}')$

a többi kommutátor $= 0$

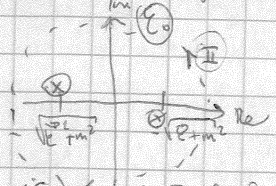
$\langle 0|0\rangle = 1$

$$\langle \vec{\xi}'|\vec{\xi}\rangle = \langle 0|a(\vec{\xi}')\,a^+(\vec{\xi})|0\rangle = \langle 0|[a(\vec{\xi}'), a^+(\vec{\xi})]|0\rangle =$$
$$= (2\pi)^3 2w(\vec{\xi})\,\delta^{(3)}(\vec{\xi} - \vec{\xi}')\langle 0|0\rangle$$

kovariánsan normált egyrészecske állapot

$$-i\Delta_+(x,y) = \langle 0|T(\phi(x)\phi(y))|0\rangle = \int \frac{d^4\xi}{(2\pi)^4} \frac{i}{\xi^2 - m^2 - i\varepsilon} e^{-i\xi(x-y)} \qquad \varepsilon > 0$$

ξ_0 integrálás komplex ξ_0 síkon



$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\xi_0}{2\pi} \frac{i}{\left(\xi_0 - \sqrt{\vec{\xi}^2 + m^2 - i\varepsilon}\right)\left(\xi_0 + \sqrt{\vec{\xi}^2 + m^2 - i\varepsilon}\right)} e^{-i\xi(x-y)}$$

$i\varepsilon$ kipöcrüli a valós tengelyről a pólusokat

$x_0 > y_0$ (I) alul $e^{-i\xi_0(x_0-y_0)}$ miatt

$$-2\pi i \,\mathrm{Res} = -2\pi i \frac{i}{2\pi} \frac{1}{2\omega(\vec{\xi})} = \frac{1}{2\omega(\vec{\xi})} \qquad (\varepsilon \to 0)$$

$y_0 > x_0$ (II) felül zárjuk le

$$2\pi i \,\mathrm{Res} = 2\pi i \frac{i}{2\pi} \frac{1}{-2\omega(\vec{\xi})} = \frac{1}{2\omega(\vec{\xi})} \qquad (\varepsilon \to 0)$$

$$\int \frac{d^3\xi}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\omega(\vec{\xi})} e^{-i\xi(x-y)} \quad (\xi_0 = \omega(\vec{\xi})) = \int \frac{d^3\xi}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\omega(\vec{\xi})} e^{-i\xi(x-y)} \quad (\xi_0 = -\omega(\vec{\xi})) \quad \xrightarrow{q \to -\xi} =$$

$$= \int \tilde{d\xi}\, e^{-i\xi(x-y)} = \int \tilde{dq}\, e^{iq(x-y)}$$

$$\langle 0|T(\phi(x)\phi(y))|0\rangle = \Theta(x_0-y_0)\langle 0|\phi(x)\phi(y)|0\rangle + \Theta(y_0-x_0)\langle 0|\phi(y)\phi(x)|0\rangle$$

$\langle 0|\phi(x)\phi(y)|0\rangle$

$a(\vec{p})|0\rangle = 0 \qquad \langle 0|a^+(\vec{p}) = 0$

$$\langle 0|\phi(x)\phi(y)|0\rangle = \int \tilde{d\xi}\,\tilde{dp}\, \langle 0|a(\vec{\xi})e^{-i\xi x} a^+(\vec{p}) e^{ipy}|0\rangle =$$

$$= \int \tilde{d\xi}\,\tilde{dp}\, e^{-i\xi x} e^{ipy} \underbrace{\langle 0|a(\vec{\xi})a^+(\vec{p})|0\rangle}_{\langle 0|[a(\vec{\xi}),a^+(\vec{p})]|0\rangle\ (2\pi)^3 2\omega(\vec{\xi})\delta(\vec{p}-\vec{\xi})} =$$

$$= \int \tilde{dp}\, e^{-ip(x-y)}$$

a másikat x, y felcserélve

megmutatjuk, hogy tényleg így kell felírni az időrendezett szorzatot

$$P^\mu = \int d^3x\, T^{0\mu} = \int d^3x \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_0\phi)} \partial^\mu\phi - g^{0\mu}\mathcal{L} \right\} = \int d^3x \left\{ \pi\partial^\mu\phi - g^{0\mu}\mathcal{L} \right\} =$$

szabad térelméletben

$$= \int \tilde{dp}\, p^\mu \frac{1}{2}\left(a(\vec{p})a^+(\vec{p}) + a^+(\vec{p})a(\vec{p})\right)$$

hogyan jön ez ki?

először $\mu = i$

$$\phi(x) = \int d\tilde{p}\,\left(a(\vec{p})\,e^{-ipx} + a^+(\vec{p})\,e^{ipx}\right)$$

$$\partial^i\phi(x) = \int d\tilde{p}\,(-i)\,p^i\left[a(\vec{p})e^{-ipx} - a^+(\vec{p})e^{ipx}\right]$$

$$\pi(x) = \int d\tilde{\xi}\,(-i)\,\omega(\vec{\xi})\left(a(\vec{\xi})\,e^{-i\xi x} - a^+(\vec{\xi})\,e^{i\xi x}\right)$$

$$P^i = (-i)^2\int d^3x \int d\tilde{p}\int d\tilde{\xi}\; p^i\omega(\vec{\xi})\Big(a(\vec{\xi})a(\vec{p})\,e^{-i(\xi+p)x} + a^+(\vec{p})a^+(\vec{\xi})e^{i(\xi+p)x} -$$

$$-a(\vec{\xi})a^+(\vec{p})\,e^{-i(\xi-p)x} - a^+(\vec{\xi})a(\vec{p})\,e^{i(\xi-p)x}\Big) =$$

$$\int d^3x\, e^{\pm i(\vec{\xi}+\vec{p})\vec{x}} = (2\pi)^3\,\delta(\vec{\xi}+\vec{p}) \qquad (\xi+p)^\circ = \omega(\vec{\xi}) + \omega(\vec{p}) \to$$

$$\int d^3x\, e^{\pm i(\vec{\xi}-\vec{p})\vec{x}} = (2\pi)^3\,\delta(\vec{\xi}-\vec{p}) \qquad \to \omega(\vec{p}) + \omega(-\vec{p}) = 2\omega(\vec{p})$$

$$(\xi-p)^\circ \to 0$$

$$= (-i)^2\int d\tilde{p}\,p^i\,\frac{1}{2}\Big\{a(-\vec{p})a(\vec{p})\,e^{-i2\omega(\vec{p})t} + a^+(\vec{p})a^+(-\vec{p})\,e^{i2\omega(\vec{p})t} -$$

$$\underbrace{\qquad\qquad}_{A^i}$$

$$- a(\vec{p})a^+(\vec{p}) - a^+(\vec{p})a(\vec{p})\Big\}$$

$p^i \to -q^i \qquad \int d\tilde{p} = \int \frac{d^3\xi}{(2\pi)^3}\frac{1}{2\omega(\vec{p})} = \int d\tilde{q}$

$A^i = -A^i \Rightarrow A^i = 0$

Hf: ϕ complex skalármező $|ab\rangle = a^+(\vec{p})\,b^+(\vec{p})\,|0\rangle$ állapot

$E|ab\rangle = ?$ $\vec{P}|ab\rangle = ?$ $Q|ab\rangle = ?$

$$:P^\mu: = \int d\tilde{p}\;p^\mu\left(\underbrace{a^+(\vec{p})a(\vec{p})}_{N_a(\vec{p})} + \underbrace{b^+(\vec{p})b(\vec{p})}_{N_b(\vec{p})}\right)$$

$N_a|ab\rangle = \dots$

$[N_a(\vec{\xi}), a^+(\vec{p})] = \dots$

11.29.

$|ab\rangle = a^+(\vec{p})b^+(\vec{q})|0\rangle$ kétrészecske állapot

ϕ complex skalármező (a, a^+, b, b^+)

mit ad $E, \vec{P}, Q$ sajátértékeket?

$$:P^\mu: = \int d\tilde{\xi}\,\{a^+(\vec{\xi})a(\vec{\xi}) + b^+(\vec{\xi})b(\vec{\xi})\}\,\xi^\mu$$

$$:Q: = \int d\tilde{\xi}\,\{\underbrace{a^+(\vec{\xi})a(\vec{\xi})}_{N_a(\vec{p})} - \underbrace{b^+(\vec{\xi})b(\vec{\xi})}_{N_b(\vec{\xi})}\}$$

mutassuk meg, hogy $|ab\rangle$: P^μ: sajátállapot!

$[N_a(\vec{p}), b^+(\vec{\varepsilon})] = 0 = [N_b(\vec{p}), a^+(\vec{\varepsilon})]$ (más téren hatnak)

$[N_a(\vec{p}), a^+(\vec{\varepsilon})] = *$

$[A, BC] = ABC - BCA = ABC - BCA - BAC + BAC =$

$= [A,B]C + B[A,C]$

$* = (2\pi)^3 2\omega(\vec{\varepsilon})\, a^+(\vec{\varepsilon})\, \delta(\vec{\varepsilon} - \vec{p})$

$d\tilde{\varepsilon} = \dfrac{d^3\varepsilon}{(2\pi)^3 2\omega(\vec{\varepsilon})}$

Így $:P^\mu: |ab\rangle = (2\pi)^3 \int d\tilde{\varepsilon} \left(2\omega(\vec{\varepsilon})\, \delta(\vec{\varepsilon} - \vec{p})\, a^+(\vec{p})\, b^+(\vec{q})\, \varepsilon^\mu + \right.$

$\left. + 2\omega(\vec{\varepsilon})\, a^+(\vec{p})\, \delta(\vec{\varepsilon} - \vec{q})\, b^+(\vec{\varepsilon})\, \varepsilon^\mu \right) |0\rangle =$

$= (p^\mu + q^\mu)\, a^+(\vec{p}) b^+(\vec{q}) |0\rangle = (p^\mu + q^\mu) |ab\rangle$

sajátértékei: $E: \omega(\vec{p}) + \omega(\vec{q})$ $\quad \left\{ \dfrac{\langle ab | :P^\mu: | ab\rangle}{\langle ab | ab\rangle} = (p^\mu + q^\mu) \right.$

$\vec{P}: \vec{p} + \vec{q}$

hasonlóan

$:Q: |ab\rangle = (1 - 1)|ab\rangle = 0 \qquad Q : 0$

Φ valós skalármező: $a^+(\vec{p}),\ a(\vec{p})$

ha $n=m$ $\langle 0|0\rangle \neq 0$ valamilyen szám.

a $(2\pi)^3 2\omega(\,)$ faktorokból

hf: $\langle \vec{\xi}_1 \dots \vec{\xi}_n | \phi | \vec{p}_1 \dots \vec{p}_m \rangle$

ϕ^4 elmélet (valós skalármező)

$$\mathcal{L} =: \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi)^2 - \frac{m^2}{2}\phi^2 - \frac{\lambda}{4}\phi^4 :$$

csak egy kölcsönhatás van benne $\Rightarrow \lambda = \text{konst.}$

$\mathcal{L}$-ben csak ϕ páros hatványai vannak $\Rightarrow \phi(\vec{x},t) \to -\phi(\vec{x},t)$ szimmetria $\Rightarrow$ megmutatható, hogy csak olyan szórási amplitúdók lehetnek 0-tól különbözők, amelyeknél M,N párosságra ugyanaz (N kezdeti, M végállapot részecskeszáma) pl: $2 \to 3$ tiltott folyamat

a szimmetriát implementálja: U

$$U\phi(x)U^{-1} = -\phi(x)$$

$$\phi \sim a(p) + a^+(p)$$

$$U a(p) U^{-1} = -a(p)$$

$$U a^+(p) U^{-1} = -a^+(p)$$

tfh $U|0\rangle = |0\rangle = U^{-1}|0\rangle$ Focz vákuum invariáns

$$U|\vec{\xi}_1 \dots \vec{\xi}_n\rangle = U a^+(\vec{\xi}_1) UU^{-1} \dots UU^{-1} a^+(\vec{\xi}_n) UU^{-1}|0\rangle =$$

$$= (-1)^n a^+(\vec{\xi}_1) \dots a^+(\vec{\xi}_n)|0\rangle = (-1)^n |\vec{\xi}_1 \dots \vec{\xi}_n\rangle$$

mivel U rendig szeretnénk megőrizni az átmenet amplitúdóját

$$\langle \vec{\xi}_1 \dots \vec{\xi}_N | T(:\phi^4(x_1) \dots \phi^4(x_L):) | \vec{p}_1 \dots \vec{p}_M \rangle = \dots =$$

(minden a-hoz UU^{-1}-t)

$$= (-1)^{N+M} \langle \vec{\xi}_1 \dots \vec{\xi}_N | T(\phi^4 \dots) | \vec{p}_1 \dots \vec{p}_M \rangle$$

ha $N+M$ páros, akkor nem nulla a $\langle\rangle$

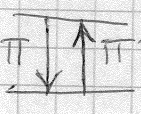
ha $N+M$ páratlan $\langle\rangle = -1\langle\rangle \Rightarrow \langle\rangle = 0$

Feladat

b_1, b_1^+, b_2, b_2^+ és $|\tilde{0}\rangle$ = vákuum és $|0\rangle = b_1^+|\tilde{0}\rangle = b_1$ kelt egy alapállapotban lévő részecskét

$[b_i, b_j] = \delta_{ij}$ $\quad |0\rangle = b_2^+|\tilde{0}\rangle = b_2$ is kelt - a -

definiáljunk két operátort $\pi = b_1^+ b_2$ és $\pi^+ = b_2^+ b_1$

grafikusan 

12.06.

$\partial_\mu A^{\mu(+)} |\phi\rangle = 0 \quad \rightsquigarrow \quad (a^{(0)}(\vec{\xi}) - a^{(3)}(\vec{\xi}))|\phi\rangle = 0$

$|\phi\rangle = c_0 |\phi_0\rangle + c_1 |\phi_1\rangle + \dots$

$\tilde{N} |\phi_n\rangle = n |\phi_n\rangle$

$\tilde{N} = \int d\vec{\xi} \left(a^{(3)+}(\vec{\xi}) a^{(3)}(\vec{\xi}) - a^{+(0)}(\vec{\xi}) a^{(0)}(\vec{\xi}) \right)$

$b(\vec{q}) := a^{(0)}(\vec{q}) - a^{(3)}(\vec{q}) \qquad b^+(\vec{q}) = a^{(0)+}(\vec{q}) - a^{(3)+}(\vec{q})$

$[\tilde{N}, b^+(\vec{q})] = b^+(\vec{q})$

$\tilde{N} |m\rangle = m |m\rangle$

$\tilde{N} b^+(q) |m\rangle = \left([\tilde{N}, b^+(q)] + b^+(q) \tilde{N} \right) |m\rangle = (m+1) b^+(q) |m\rangle$

$[b(\vec{q}), b^+(\vec{\xi})] \rightsquigarrow \underbrace{g^{00} + g^{33}}_{0} = 0$

$\| (b^+(\vec{q}))^m |0\rangle \| = 0$ nemulás

$\left(\| \dots \| = \langle 0 | b^m(\vec{q}) (b^+(\vec{q}))^m |0\rangle \right)$

$\phi_n \sim b^+(\vec{\xi}_1) \dots b^+(\vec{\xi}_n) |0\rangle$

általános rendszer esetén is $\partial_\mu A^{\mu(+)} |\phi\rangle = 0$

$(a^{(0)}(\vec{\xi}) - a^{(3)}(\vec{\xi}))|\phi\rangle = 0$

$\sum_{\lambda=0,3} \xi_\mu \varepsilon^{(\lambda)\mu} a^{(\lambda)}(\vec{\xi}) |\phi\rangle = 0 = \left(\xi_\mu \varepsilon^{(0)\mu}(\vec{\xi}) a^{(0)}(\vec{\xi}) + \xi_\mu \varepsilon^{(3)\mu}(\vec{\xi}) a^{(3)}(\vec{\xi}) \right) |\phi\rangle = 0$

$\xi_\mu \xi^\mu = 0$ jelöljenek

n^μ időszerű $\varepsilon^{(0)\mu} = n^\mu$

$\varepsilon^{(3)\mu}(\vec{\xi})$ ξ, n síkjában $\varepsilon^{(3)}_\mu n^\mu = 0 \qquad \varepsilon^{(3)}_\mu \varepsilon^{(3)\mu} = -1$

$\Rightarrow \varepsilon^{(3)}_\mu(\vec{\xi}) = a \xi_\mu + b n_\mu$ $\quad \hookrightarrow a, b$

$\varepsilon^{(3)}_\mu(\vec{\xi}) = \dfrac{\xi_\mu - (\xi \cdot n) n_\mu}{(\xi \cdot n)}$

$\left\{ (\xi n) a^{(0)}(\vec{\xi}) + \xi_\mu \dfrac{\xi^\mu - (\xi n) n^\mu}{\xi n} a^{(3)}(\vec{\xi}) \right\} |\phi\rangle = 0$

$$(\xi n)\left[a^{(0)}(\vec{\xi}) - a^{(3)}(\vec{\xi})\right]|\Phi\rangle = 0$$

sose 0, mert ξ fénysebesség a időssé

$\Rightarrow$ általános esetben is $\left(a^{(0)}(\vec{\xi}) - a^{(3)}(\vec{\xi})\right)|\Phi\rangle = 0$

A_μ-re $\partial_\mu A^\mu = 0$ Lorentz feltétel

$A_\mu \to A_\mu + \partial_\mu \Lambda$ Lorentz teljesül ha $\Box\Lambda = 0$

$\langle\Phi|A_\mu|\Phi\rangle = \partial_\mu \Lambda$

$|\Phi\rangle = c_0|\Phi_0\rangle + c_1|\Phi_1\rangle$

$$\langle\Phi|A_\mu(x)|\Phi\rangle = c_0^* c_1 \langle 0| \int \tilde{d\xi}\, e^{-i\xi x}\left(\varepsilon_\mu^{(0)}(\vec{\xi})\, a^{(0)}(\vec{\xi}) + \varepsilon_\mu^{(3)}(\vec{\xi})\, a^{(3)}(\vec{\xi})\right)|\Phi_1\rangle + \text{c.c.}$$

$\hookrightarrow a^{(\lambda)} + a^{(\lambda)+}$ $\hookrightarrow$

olyan állapotot között nem nulla mátrixelem, amit 1-ben különböznek

$|\Phi_1\rangle = \int \tilde{dq}\, f(q)\left(a^{(3)}(\vec{q})^+ - a^{(0)}(\vec{q})^+\right)|0\rangle$ $\curvearrowright$ bele

$$\langle\Phi|A_\mu(x)|\Phi\rangle = c_0^* c_1 \int \tilde{d\xi}\, e^{-i\xi x}\left(\varepsilon_\mu^{(0)} + \varepsilon_\mu^{(3)}\right) f(\xi) + \text{c.c.} =$$

$$n_\mu + \frac{\xi_\mu - (\xi n) n_\mu}{(\xi n)} = \frac{\xi_\mu}{(\xi n)}$$

$$= \int \tilde{d\xi}\, \frac{\xi_\mu}{(\xi n)}\, c_0^* c_1 e^{-i\xi x} f(\xi) + \text{c.c.}$$

$$\partial_\mu \underbrace{\left(i \int \tilde{d\xi}\, \frac{c_0^* c_1 e^{-i\xi x}}{(\xi n)} + \text{c.c.}\right)}_{\Lambda}$$

$\Box\Lambda = \ldots = 0$ $(\xi_\mu \xi^\mu = 0$ miatt$)$