

Elemi részecske: nincs szubstruktúrája $\rightarrow$ nincs belső töltéeloszlása

jellemzője: tömeg (m), spin (s), töltés, mágneses momentum

Részecskefizikában a $\boxed{\hbar = c = 1}$ egységrendszerrel használjuk $\Rightarrow \forall$ mennyiség tömegben vagy energiában kifejezhető

pl.: $\lambda = \frac{\hbar}{mc} = \frac{1}{m}$, $t = \frac{\lambda}{c} = \frac{\hbar}{mc^2} = \frac{1}{m} \Rightarrow x^\mu$

$\mu = 0, 1, 2, 3$ 4-es vektor $\forall$ komponense kifejezhető

$\frac{1}{m}$ -ben $E = mc^2 \Rightarrow E = m \rightarrow$ tömeget energia egységében mérjük!

pl.: $m_e \approx 0,5 \text{ MeV}$, $m_p \approx 930-940 \text{ MeV} \approx 1 \text{ GeV}$

XX. sz. eleje: $p, e, \gamma, \dots, n, e^+, \dots$ gyorsítókatól új részecske

Mai elemi részecskéket:

kvarkok és leptonok $\rightarrow$ anyagi részecskéket
 $\rightarrow$ fermionok ($1/2$ spin)

$\gamma, g, Z^0, W^\pm \rightarrow$ kölcsönhatást közvetítő részecskéket
 $\hookrightarrow$ bozonok

γ, g tömege 0 , $Z^0, W^\pm$ nagy tömegű

Hadronok: kvark kötött állapotok

barionok $\rightarrow$ 3 kvark

mezónok $\rightarrow$ kvark-antikvark állapotok

$\rightarrow \forall$ kvark, lepton van antirészecskéje $\rightarrow$

tömeg, spin ugyanaz, töltés (-1) -szerese

$p(u, u, d)$, $n(u, d, d)$, $\Lambda(u, d, s)$, $\pi^+(u, \bar{d})$

$K^0(\bar{s}, d)$

$\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda$ egy megfigyelhető reakció

$$(\bar{u}, d) + (u, u, d) \rightarrow (\bar{s}, d) + (u, d, s)$$

d, u, d : spektátorok

$$\bar{u}u \rightarrow \bar{s}s$$

hadronok közötti folyamatokat évről évre szinten
lezajló folyamatokra vezetjük vissza

$m_p \approx 1 \text{ GeV} \rightarrow$ nem jön ki a évről tömegéből
+ gluonok adját

$m_\Lambda \approx 1,77 \text{ GeV}$ és mégis a könnyű részecskéket
közé soroljuk

Pauli elv azonos részecskéket hullámfüggvénye:

$\frac{1}{2}$ spinűek $\Rightarrow$ antiszimmetrikus

1 spinűek $\Rightarrow$ szimmetrikus

$\Psi = \alpha(\text{spatial}) \beta(\text{spin}) \rightarrow \beta$ szimmetrikus v. antiszim.

$\hookrightarrow$ relatív koordináta, $\vartheta, \varphi \rightarrow Y_l^m(\vartheta, \varphi)$

$$\Rightarrow \varphi = \varphi + 2\pi \quad \text{és} \quad \vartheta = \vartheta + \pi$$

$$\Rightarrow Y_l^m(\vartheta, \varphi) \rightarrow (-1)^l Y_l^m(\vartheta, \varphi)$$

$$\alpha = (-1)^l \alpha$$

azonos bozonok: $\begin{cases} \alpha \text{ és } \beta \text{ szimmetrikus} \\ \alpha \text{ és } \beta \text{ antiszimmetrikus} \end{cases}$

azonos fermionok: $\begin{cases} \alpha \text{ szimmetrikus, } \beta \text{ antiszim.} \\ \alpha \text{ antiszim., } \beta \text{ szim.} \end{cases}$

$$p_l: \quad \begin{matrix} p^0 & \rightarrow & 2\pi^0 \\ \text{spin } 1 & & 0 \end{matrix}$$

impulzusmomentum megmarad

ha β szimmetrikus és azonos bozonok $\Rightarrow \alpha$ is szim.

$\Rightarrow$ 2 páros $\Rightarrow$ ami nem OK, mert kezdetben $l=1$
volt $\Rightarrow$ nincs ilyen bomlás

Leptonok: $\rightarrow$ nem létesítenek töltött állapotot

$\rightarrow$ leptonszámok megmaradása

$(e^- \mu^- \tau^-) (\nu_e \nu_\mu \nu_\tau) \rightarrow$ balkezese $\rightarrow -\frac{1}{2}$ spinimpulzusirányú vetülete

$(e^+ \mu^+ \tau^+) (\bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\tau) \rightarrow$ jobbkezese $\rightarrow +\frac{1}{2}$ a spin-impulzus irányú vetülete

spinimpulzus vetületük Lorentz invariáns

neutrínóknak van tömege $\rightarrow$ nincs benne a SM-ben
leptonszámok: L_e, L_μ, L_τ

összes bomlásban megmaradnak külön-külön és
nincs olyan bomlás ahol sérült volna

elektronikus leptonszám	L_e	$(+1): e^-, \nu_e$	$(-1): e^+, \bar{\nu}_e$	$(0):$ más
mionikus	L_μ	μ^-, ν_μ	$\mu^+, \bar{\nu}_\mu$	más
tauikus	L_τ	τ^-, ν_τ	$\tau^+, \bar{\nu}_\tau$	más

pl: $\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$ helicitás mérését

L_μ -1 0 0 -1

L_e 0 -1 +1 0

$\mu^+ \not\rightarrow e^+ + \gamma$ ilyen nincs

töltött leptonok: em, gyenge kölcsönhatásban

semleges $\rightarrow$: gyenge

$\hookrightarrow$ felső korlát: ~~0~~ $\Gamma(\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu) < 10^{-9}$

kvarkok 3 szinten léteznek: (QQQ) és $(Q\bar{Q})$

kvarkok bariónszáma $1/3$

09.20.

antikvarkok bariónszáma $-1/3$

barionszám mindig megmarad $p \not\rightarrow \pi^+ \pi^0$

barion: (QQQ) $B=1$

mezon: $(Q\bar{Q})$ $B=0$

antibaron: $(\bar{Q}\bar{Q}\bar{Q})$ $B=-1$

Kölcsönhatások:

közvetítő részecskék cseréje

hatótávolság, erősség jellemzi

EM, gyenge, erős (gravitáció)

hatótávolság: ∞ , 10^{-15} m , $10^{-15} \text{ m} = 1 \text{ fm} = 1 \text{ fermi}$

hatótávolság $\sim$ közvetítő tömege:

a) $\Delta E \Delta t \sim \hbar$ $E \sim mc^2 \Rightarrow \Delta t \sim \frac{\hbar}{mc^2}$

hatótáv $R \sim c \Delta t \sim \frac{\hbar}{mc} = \lambda$ Compton - hullámhossz

b) $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$ (tömeghiáfeltétel)

$E \rightarrow i\hbar \partial_t$ $\vec{p} \rightarrow i\hbar \vec{\nabla}$

$-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + \Delta \psi - \frac{mc^2}{\hbar^2} \psi = 0$ ($m=0$ hullámegyenlet)

statisztikus megoldás $\psi(\vec{x}, t) \rightarrow u(\vec{x})$

$\Delta u = \frac{mc^2}{\hbar^2} u$ gömbsimmetrikus az origóban
pontszerű forrással

$u(r) = \frac{g}{4\pi r} e^{-r/R}$ „ábrnyékolt Coulomb potenciál”

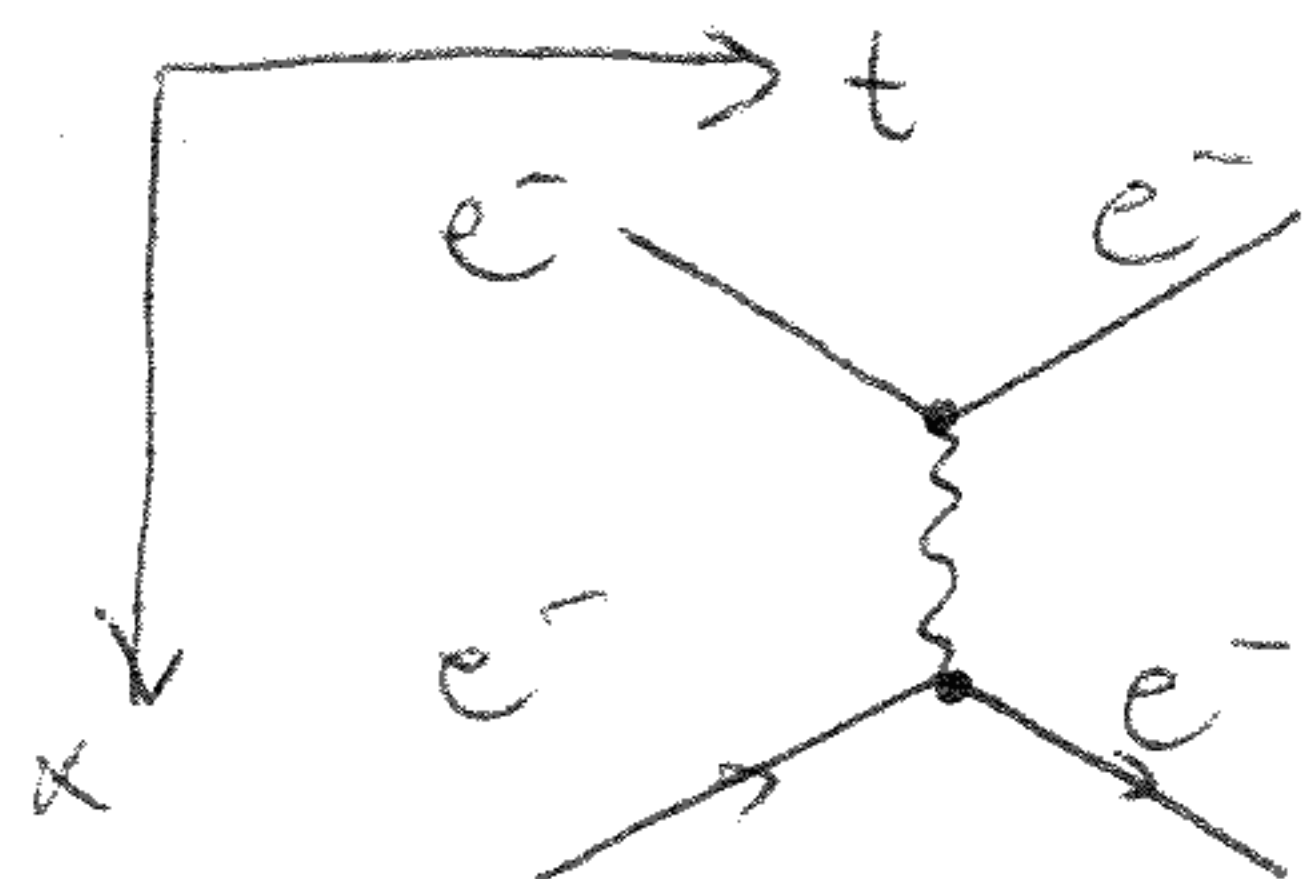
g : pontszerű forrás erőssége $\rightarrow$ csatolási áll.

ha $R \sim 10^{-15} \text{ m} \Rightarrow m \sim 100 \text{ MeV}$ ($m_\pi \sim 135-140 \text{ MeV}$)

e.m. & h. $m=0$, $g \rightarrow e$ $\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c} \sim \frac{1}{137}$ finomszer-
kezeti állandó $\Rightarrow$ perturbációszámítás

Feynman diagramok segítségével lehet ábrá-
xolni a perturbációszámítás különböző rendjeit

pont (vertex)	belső vonalak	külső vonalak
kölcsönhatás keletkeztetése, eltűnése	részecskék propagátorai	kezdő és végállapoti részecskék



$e^- e^- \rightarrow e^- e^-$
szórás

gyenge kölcsönhatás: (ν -t a folyamatban)

↳ a workizet megváltozik

↳ $W^\pm$ és Z^0 cseréjével képviseljük el

↳ töltés változik

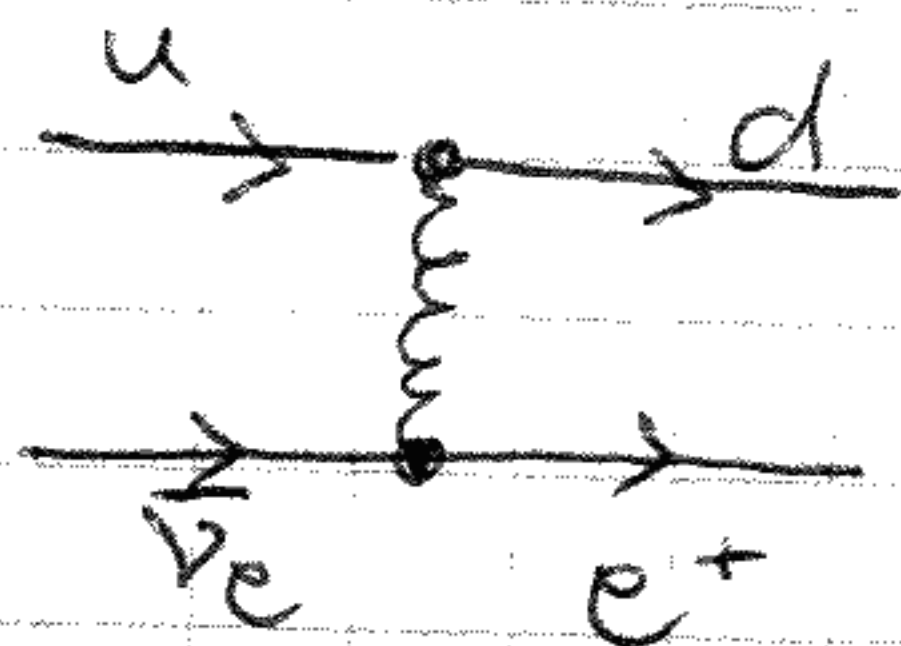
töltés nem változik

} össztöltés megmarad

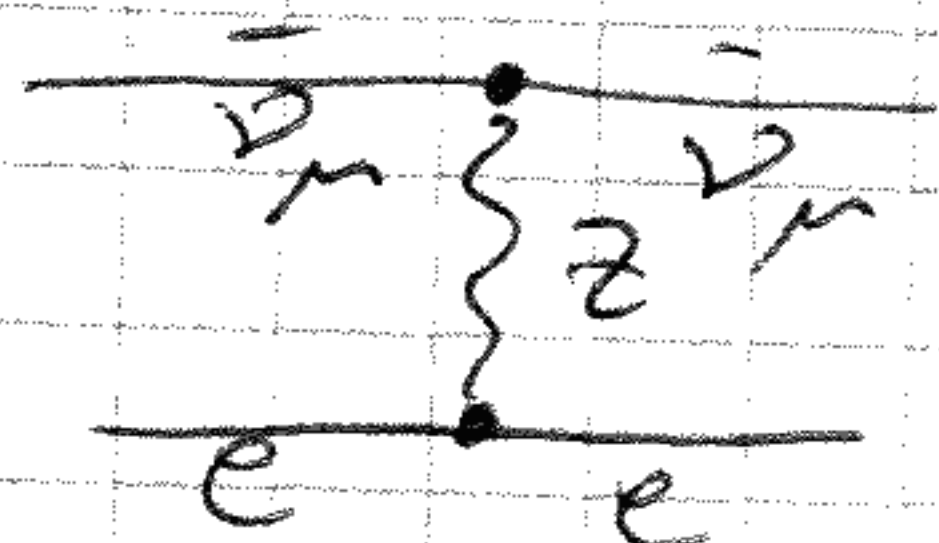
$$\bar{\nu}_e p \rightarrow n e^+$$

$$uud \rightarrow udd$$

$$u \rightarrow d$$

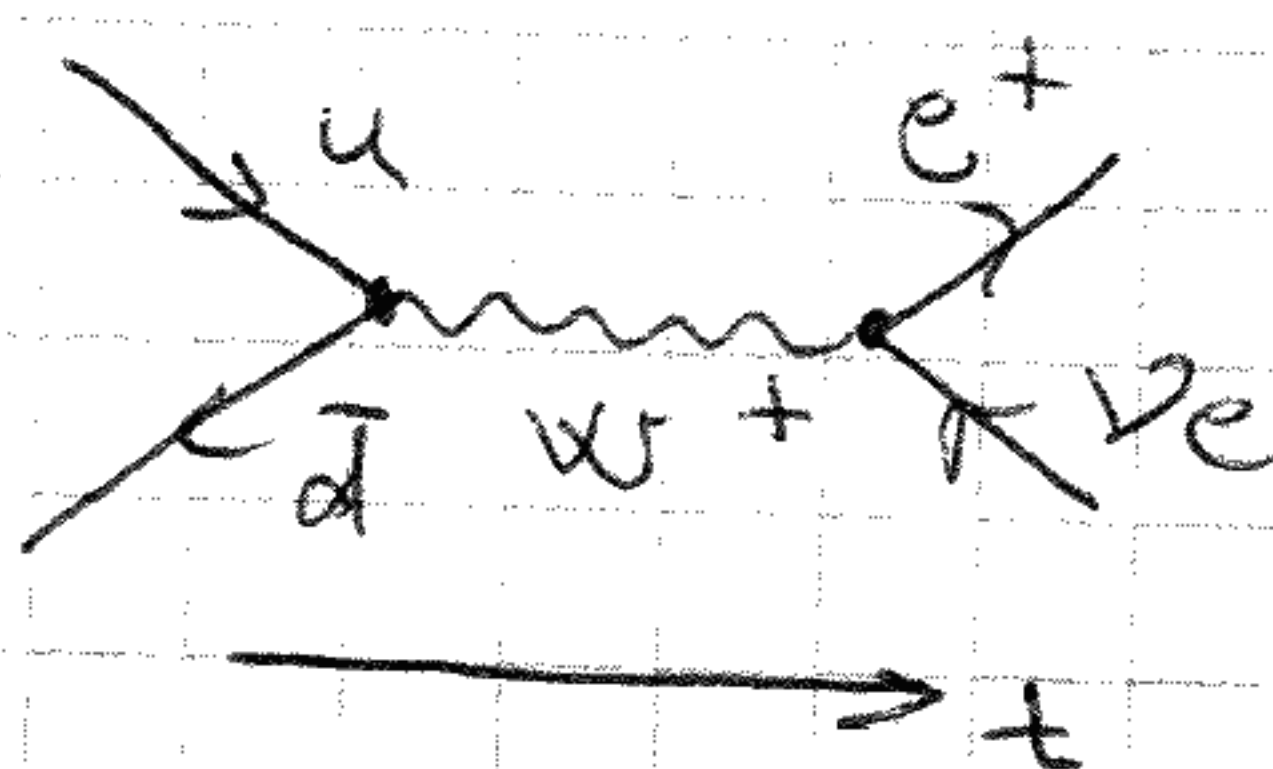


$$\bar{\nu}_\mu e \rightarrow \bar{\nu}_\mu e$$



$$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$$

$$u \bar{d} \rightarrow e^+ \nu_e$$



kölcsönhatásokat erősségének aránya:

$$\frac{\text{gyenge}}{\text{EM}} \sim \frac{g^2}{\alpha} \sim \sqrt{\frac{\tau_\gamma}{\tau_{\text{gyenge}}}}$$

$$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda \gamma \quad \tau_\gamma \sim 10^{-19} \text{ s}$$

$$\Sigma^- \rightarrow n \pi^- \quad \tau_{\text{gyenge}} \sim 10^{-10} \text{ s}$$

$$\frac{\text{gyenge}}{\text{EM}} \sim \left(\frac{10^{-19}}{10^{-10}} \right)^{1/2} \sim 10^{-5} \rightarrow \text{lehet perturbatív számolni}$$

alacsony energián
állandó

G_F = Fermi -féle csatolási

$$f_{W^\pm}(q) \sim \frac{1}{q^2 + M_W^2} \quad \text{propagátor}$$

$$q^2 \ll M_W^2 \Rightarrow f_{W^\pm}(q) \sim \frac{1}{M_W^2}$$

$$\Rightarrow G_F \sim \frac{g^2}{M_W^2} \sim 10^{-5} (\text{GeV})^{-2}$$

gyenge kölcsönhatásban sérül a szimmetria

$$\mu^- \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\mu$$

$\vec{e}$ impulzusa (vektor)

$\vec{s}$ spinje (axiáliektor)

} tükörre
ellentétes lesz

$$d\Gamma(\cos\theta) \sim \left(1 - \frac{1}{3} \cos\theta\right) d(\cos\theta)$$

$\nu \rightarrow \pi - \nu$ paritás $\Rightarrow$ nem szimmetrikus csatlakozás
paritás általában sérül

Erős kölcsönhatás:

$$\frac{\tau_{\text{erős}}}{\tau_{\text{EM}}} \sim \sqrt{\frac{\tau_{\text{EM}}}{\tau_{\text{erős}}}} \sim \left(\frac{10^{-19}}{10^{-23}} \right)^{1/2} \sim 10^2 \quad \frac{\alpha_s}{\alpha} \sim 100$$

$$\alpha_s \sim \frac{g_s^2}{4\pi} \sim 1$$

$$\Sigma^0 \rightarrow \Lambda \gamma \Rightarrow \tau_{\gamma} \sim 10^{-19} \text{ s}$$

$$K^- p \rightarrow \Sigma^0 (1385 \text{ MeV}) \rightarrow \Lambda \pi^0 \quad \tau_{\text{erős}} \sim 10^{-23} \text{ s}$$

$\alpha_s \Rightarrow$ nem lehet perturbatíván számolni
+ Evans 3 színben van (SU(3))

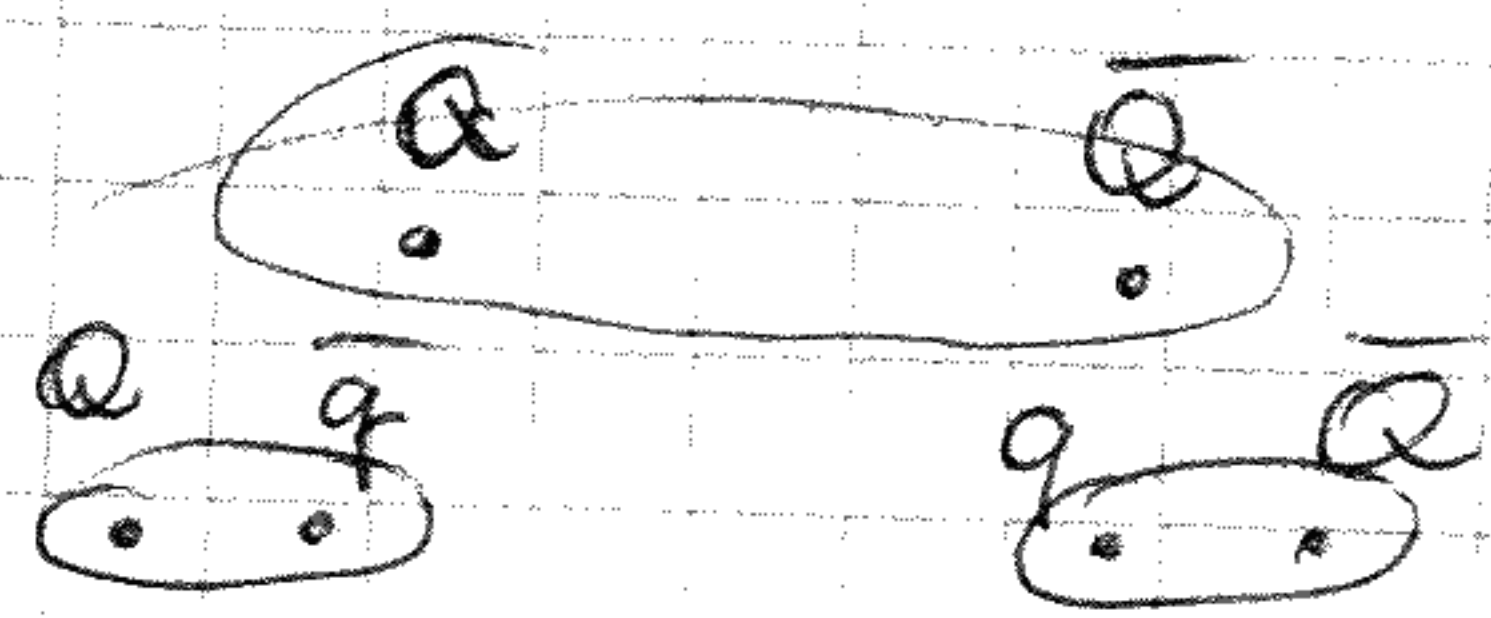
gluon: G_{μ}^a szín-antiszín kvantumszámot
hordoz (8 db gluon)

színszimmetria exact: csak színsinglett
állapotok figyelhetők meg (szintelen)

kvantteráns: $Q\bar{Q}$ kölcsönhatási potenciál
 r távolság

$$V_s(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + \epsilon r$$

$\downarrow$
Coulomb - szerű



energetikailag kedvezőbb

α_s, ϵ zérőhatár

Szimmetria és megmaradási tétel:

szimmetriaművelet, amely a rendszert
invariánsan hagyja

↙ folytonos paraméter $\rightarrow$ eltolás, forgatás
diszkrét $\rightarrow$ paritás

Szimmetria és megmaradási tétel

Minden szimmetriához tartozik egy operáció mely a rendszert invariánsan hagyja

$\swarrow$ folytonos $\rightarrow$ additív
 $\searrow$ diszkrét $\rightarrow$ multiplikatív

megmaradó

mennyiség tartozik hozzá

Heisenberg képpen $[\mathcal{H}, Q] = 0$

$\hookrightarrow$ szimmetria operátor

Paritás: $\vec{r} \rightarrow -\vec{r}$

$$(x, y, z) \rightarrow (-x, -y, -z)$$

$$P \psi(\vec{r}, t) \rightarrow \psi(-\vec{r}, t)$$

$P^2 = 1 \Rightarrow$ sajátértékei: $\pm 1 \rightarrow$ állapot paritása

ψ nem feltétlen paritás sajátállapot

$\hat{P}$ megmarad, ha $[\mathcal{H}, P] = 0$

$\mathcal{H} \ni V(\vec{r}) = V(-\vec{r})$ teljesül pl ha $V(r)$

kötött állapotok határozott paritásúak

$$\psi(r, \vartheta, \varphi) = X(r) Y^m(\vartheta, \varphi)$$

$$\vartheta \rightarrow -\vartheta + \pi$$

$$\varphi \rightarrow \varphi + \pi$$

$$Y^m(\vartheta, \varphi) \rightarrow (-1)^l Y^m(\vartheta, \varphi)$$

paritás multiplikatív $\rightarrow$ 2 részrendszer paritását összeszorozva a teljes rendszer paritása

Pl: kísérletileg $\pi^{\pm, 0}$ paritása $(-)$ $\Rightarrow$ pszeudoskalár részecskék

$$\boxed{\pi^- + d \rightarrow n + n}$$

• π^- 0 spinű

• π^- s pályáról fogódik be $(l=0)$ tudjuk

• deutérium spinje = 1

kezdőállapot $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = 1 \Rightarrow$ impulzusmomentum

megmarad $\Rightarrow$ végállapot $\vec{J} = 1$

2n végállapot: L pálya S spin

$S = 0$ vagy $S = 1$ (neutron spinje $1/2$)

antiszimmetrikus, szimmetrikus 2 neutron cserére

Pauli elv szerint 2n állapot antiszimmetrikus

$$(-1) = (-1)^L (-1)^{S+1} \Rightarrow L+S \text{ páros}$$

$$\left. \begin{array}{l} J=1 \\ L=0 \quad S=1 \\ \boxed{L=1 \quad S=1}, 0 \\ L=2 \quad S=1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{lehetőségtől} \\ \Rightarrow L+S \text{ páros} \end{array} \quad L=1 \quad S=1$$

$\Rightarrow$ 2n ~~végállapot~~ 3P_1 állapotban van
(-1) paritással

$$(1) P_n P_n = P_\pi P_d = P_\pi P_p P_n$$

barionok (fermionok) sajátparitását a Dirac-egyenlet nem határozza meg, konvenció $P_n = P_p = 1$

$$\Rightarrow P_\pi = -1$$

pionra $J^P = 0^-$ pszeudoskálár

barionok $J^P = 1/2^+$

több ilyen pszeudoskálár mezon van

0^+ skálár részecske nincs a hadronok között

1^- vektormezonok

1^+ axiálevktor

Dirac egyenlet egyértelműen meghatározza a

$\psi \bar{\psi}$ (fermion - antifermion) $\text{paritás} = -1$
relatív

$PP \rightarrow PP(P\bar{P})$
-1 kiegészítéssel OK

pion paritása meg tudtuk határozni, mert egyediül beletettett

ritka részlet párban keletkeznek

$$pp \rightarrow p + \underbrace{\Lambda + K^+}_{(-1) \leftarrow \text{típus}}$$

$(-1) \leftarrow$ típus

$$(-1) = P_\Lambda P_K = P_K \rightarrow K \text{ is } 0^- \text{ pseudoskalar}$$

$\uparrow \left(\frac{1}{2} \right)^+$ mert barión

erős és em megtartja, gyenge séíti a paritást

C paritás: töltéskonjugáció az operáció

↳ töltést (-1) -szeresére változtatja

(em töltés, bariónszám, lepton szám ...)

részecske $\leftrightarrow$ antirészecske

$$C|\pi^+\rangle = |\pi^-\rangle, \quad C|\pi^-\rangle = |\pi^+\rangle, \quad C|\pi^0\rangle = \eta|\pi^0\rangle$$

semleges részecské a priori lehetnek C sajátállapotok

$$C^2 = 1, \quad \eta_{\pi^0}^2 = 1, \quad \eta_{\pi^0} = \pm 1$$

$$\text{Maxwell - egyenlet} \rightarrow (g, \vec{f}) \xrightarrow{C} (-g, -\vec{f})$$

$$\hookrightarrow \text{invariancia, ha } (\vec{E}, \vec{B}) \xrightarrow{C} (-\vec{E}, -\vec{B})$$

$\Rightarrow$ a foton C paritása (-1) , n db foton $(-1)^n$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma \text{ megfigyelt folyamat} \Rightarrow \eta_{\pi^0} = +1$$

$\pi^0 \not\rightarrow 3\gamma$ nem lehet ilyen folyamat

Isospin: Heisenberg $\rightarrow$ magerő töltésfüggetlenségét magyarázatára vezette be.

erős kölcsönhatás szempontjából proton és neutron "egyforma"

p és n az N (nukleon) kétféle állapota

$$|p\rangle = |N\rangle_1, \quad |n\rangle = |N\rangle_2$$

$$\text{fizikailag } |N\rangle_a = U_{ab} |N\rangle_b$$

$U_{ab} : (2 \times 2)$, unitér, $\text{Det}(U_{ab}) = 1$ mátrix
 (k db $\rightarrow U_{ab} (k \times k)$ unitér $\text{Det} U = 1$ mátrix)

$U \in \text{SU}(2)$ csoport

$$U = \exp(i \varepsilon^a I_a) \quad a = 1, 2, 3$$

ε^a paraméterekkel

$$[I_a, I_b] = i \varepsilon_{abc} I_c \quad (\varepsilon_{abc} \text{ Levi-Civita})$$

$$I_a = \frac{1}{2} \sigma^a \quad \sigma^a \text{ Pauli mátrixok}$$

$$|p\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad I_3 |p\rangle = \frac{1}{2} |p\rangle$$

$$|n\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad I_3 |n\rangle = -\frac{1}{2} |n\rangle$$

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 \quad [I^2, I_a] = 0$$

sajátértékei $I(I+1)$

$$I = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$$

$|N\rangle$ ábrázolásra $I = \frac{1}{2}$

protonra és neutronra

$$Q = I_3 + \frac{1}{2}$$

↑
elektromos töltés

↳ ábrázolás
dimenziója $(2I+1)$

az erős kölcsönhatás izospin szimmetrikus: $[H_s, I_a] = 0$

$$\Rightarrow [H_s, I^2] = 0, [H_s, I_3] = 0$$

erős bomlás, szórás I_3 -tól nem függ, csak

I -tól függ (milyen teljes izospinű állapokban vagyunk)

kiterjeszthető egyéb hadronokra is!

neutron és proton nem egyforma tömegű:

$$\frac{m_n - m_p}{m_n + m_p} = \text{néhány ezrelék!} \quad \leftarrow \text{ez nem az}$$

erős kölcsönhatás eredménye (elektromos kölcsönhatás nem tartja az izospint tiszteletben)

kiterjesztés közeli tömegű hadronokra:

pionok $\rightarrow$ 3 töltésállapot

$$\pi^\pm, \pi^0$$

$$\frac{\Delta m_\pi}{m_\pi} \sim \frac{5}{140} \text{ kicsi}$$

$$I=1 \rightarrow 2I+1=3 \text{ állapot}$$

$$I_3 |\pi^\pm\rangle = \pm |\pi^\pm\rangle \quad I_3 |\pi^0\rangle = 0$$

$$Q = I_3 \Rightarrow Q = I_3 + \frac{B}{2}$$

$\mathcal{H}^S$ izospin invarianciája:

$$\left. \begin{array}{l} \pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \\ \pi^- n \rightarrow \pi^- n \end{array} \right\} \text{ két különböző folyamat}$$

$$I_3 = \frac{3}{2}$$

$$I_3 = -\frac{3}{2}$$

$$p \text{ rendszer izospinje } 1 \oplus \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \oplus \frac{3}{2} \rightarrow I = \frac{3}{2}$$

teljes izospin megegyezik $\Rightarrow$ a két folyamat hatáskeresztmetszete megegyezik (kísérletileg OK)

Izospin és ritkaság

$$\pi^- p \rightarrow \Lambda K^0 \quad \cdot \text{gyakran lejátszódik}$$

$$\pi^0 p \rightarrow \Lambda K^+ \quad \cdot \text{nagy számban keletkezik párban}$$

$\cdot$ hatáskeresztmetszet erős folyamat

$\cdot \Lambda$ és K^+ , K^0 is hosszú élettartamú, lassan bomlik $\Rightarrow$ gyenge folyamat $\Lambda \rightarrow p \pi^-$

$\cdot$ új kvantumszámot hordoznak ritkaság (s) az erős folyamatban megmarad a gyengében nem

Λ semleges, egy töltésállapot, izosinglet

$$\pi^- p \rightarrow \Lambda K^0 \quad I=0 \quad I_3=0$$

$$I \quad 1 \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad \frac{1}{2}$$

$$I_3 \quad -1 \quad \frac{1}{2} \quad 0 \quad -\frac{1}{2}$$

izospin megmarad

$$S \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad 1$$

$$\Delta S = 0$$

$\leftarrow$ konvenció

$$\Lambda \rightarrow p \pi^-$$

$$I \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$$

$$I_3 \quad 0 \quad \frac{1}{2} \quad -1$$

$$S \quad -1 \quad 0 \quad 0$$

$$\Delta S \neq 0$$

bomlásban a ritkaság és az izospin nem marad meg

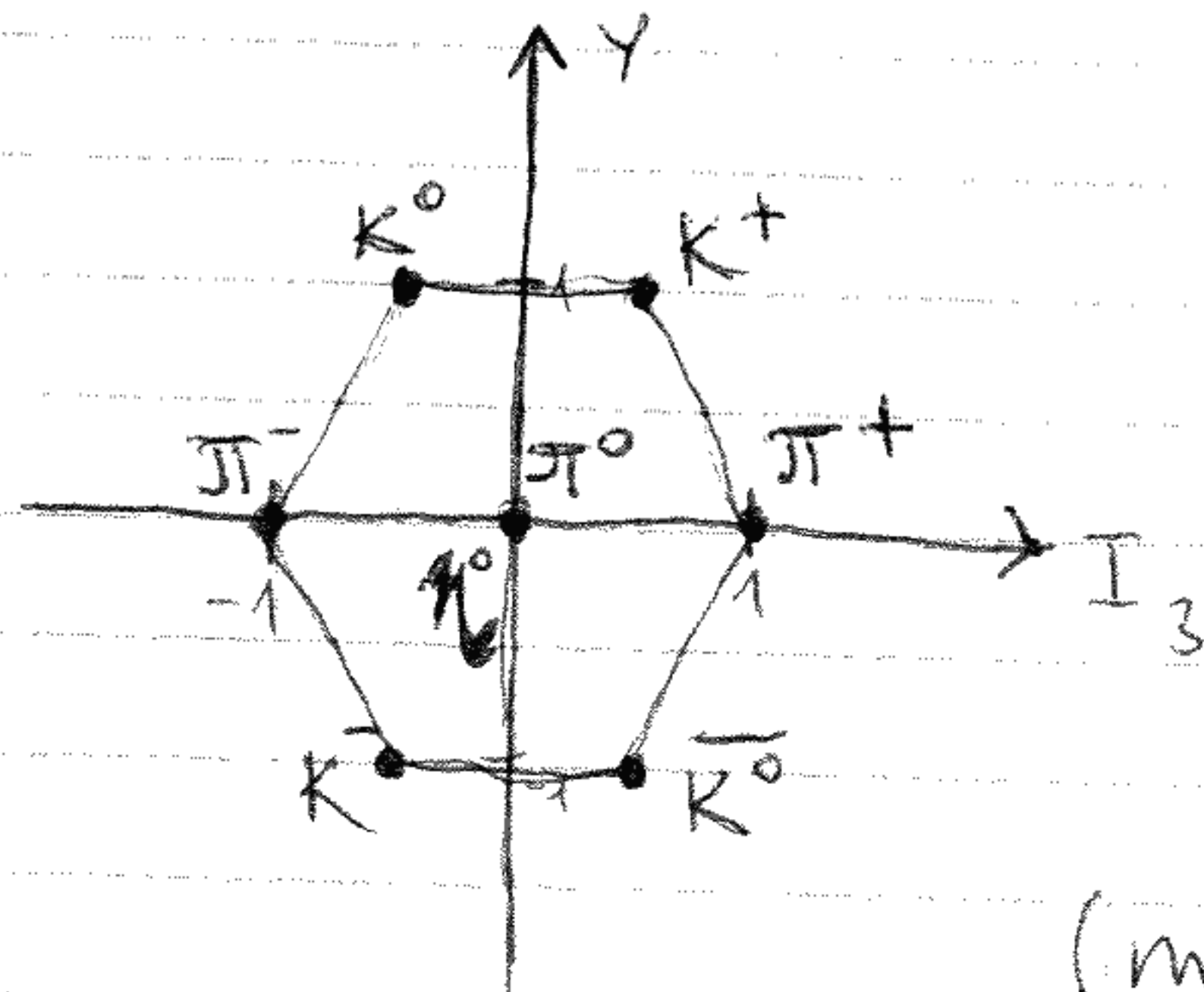
K^+, K^0 $I = \frac{1}{2}$ ~~széles~~ $S = 1$ izodublet

$Q = I_3 + \frac{1}{2}(B+S)$

Gell-Mann - Nishijima

Y hipertöltés

hadron állapotokat $I_3 - Y$ síkon ábrázolni:



0^- pseudoscalar mesonok

(498, 494 MeV)

$\pi^\pm, \pi^0, K^+, K^0, (K^0, K^-)$

(140, 135 MeV)

$I = 1$

$I = \frac{1}{2}$

$I = \frac{1}{2}$

(498, 498 MeV) triplett

$S = +1$

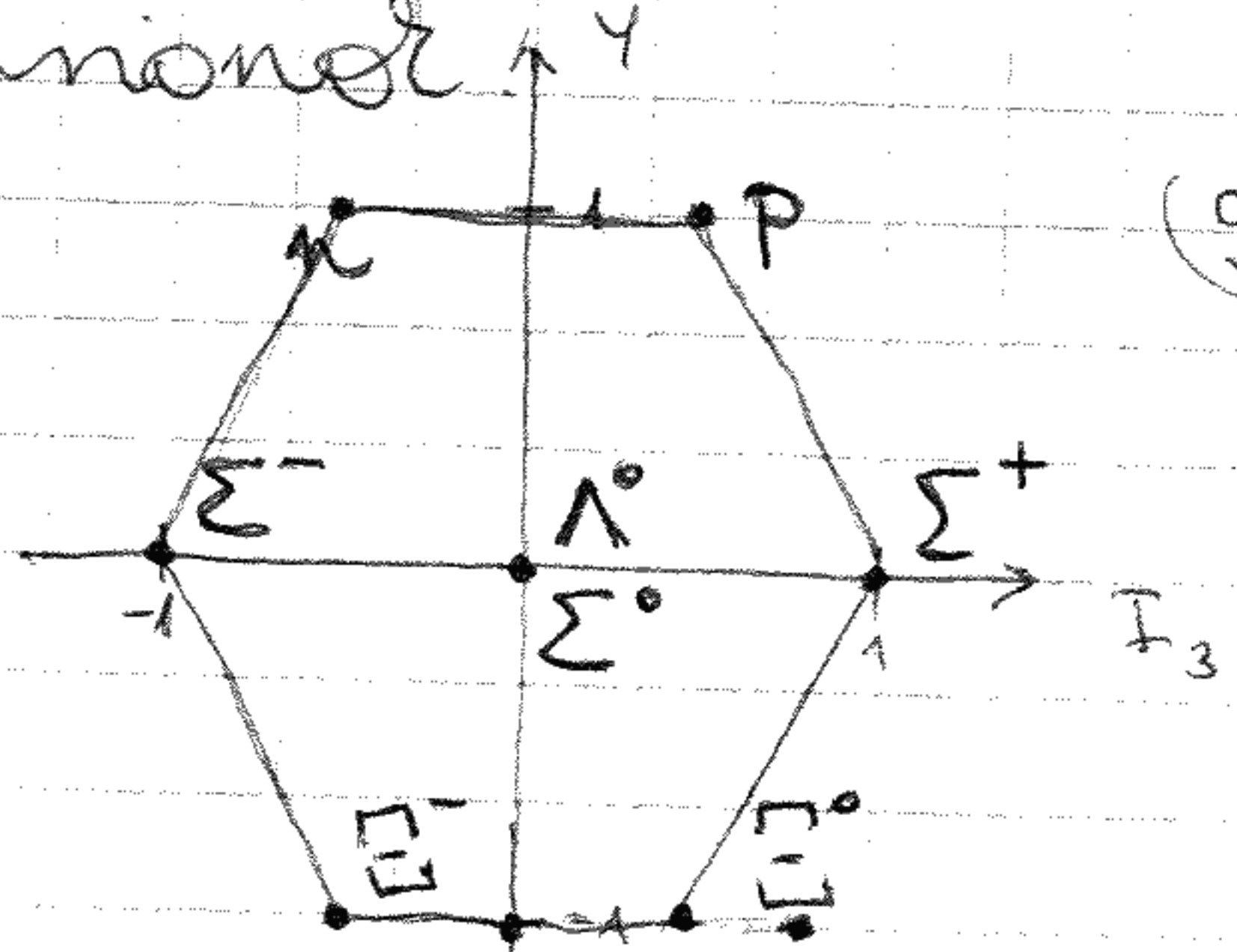
$S = -1$

($m_{\eta^0} = 540$ MeV)

meson ötlet

$\frac{1}{2}^+$

baryonok



(939 MeV)

p, n $I = \frac{1}{2}$

Λ^0

$I = 0$

$S = -1$

1116 MeV

Σ^+, Σ^0

$I = 1$

$S = -1$

1193 MeV

Ξ^0, Ξ^-

$I = \frac{1}{2}$

$S = -2$

izospin és ritkaság titcjegyzékére várakozni

u, d, s kvarkok

$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$

$I = \frac{1}{2}$

dublett

$\frac{I_3}{3} u = \frac{1}{2} u$

$\frac{I_3}{3} d = -\frac{1}{2} d$

$S = 0$

$B = \frac{1}{3}$

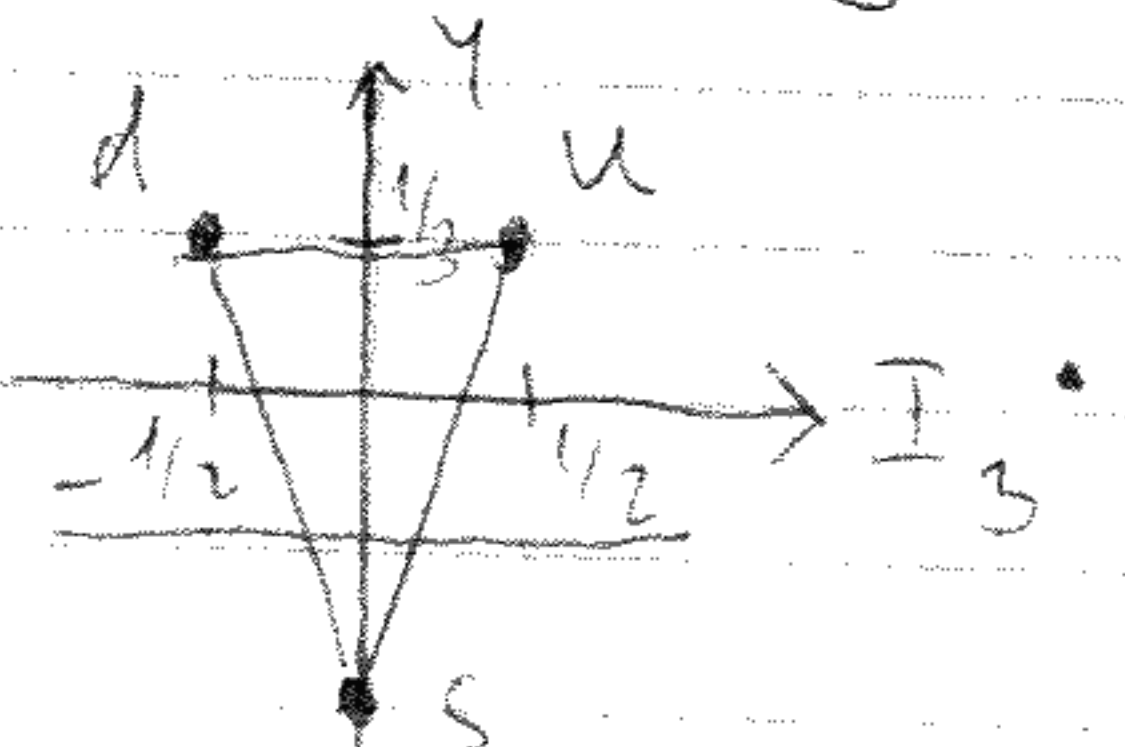
$Q = I_3 + \frac{1}{2} Y =$ fennáll itt is

(s)

$I = 0$

$S = -1$

$B = \frac{1}{3}$



$[I_i, I_j] = i \epsilon_{ijk} I_k \quad i, j, k = 1, 2, 3$

$I_\pm = I_1 \pm i I_2$

$[I_3, I_\pm] = \pm I_\pm$

$[I_+, I_-] = 2 I_3$

$\hookrightarrow$ léptető operátorok

$I_+ |u\rangle = 0$

$I_- |u\rangle = |d\rangle$

$I_+ |d\rangle = |u\rangle$

$I_- |d\rangle = 0$

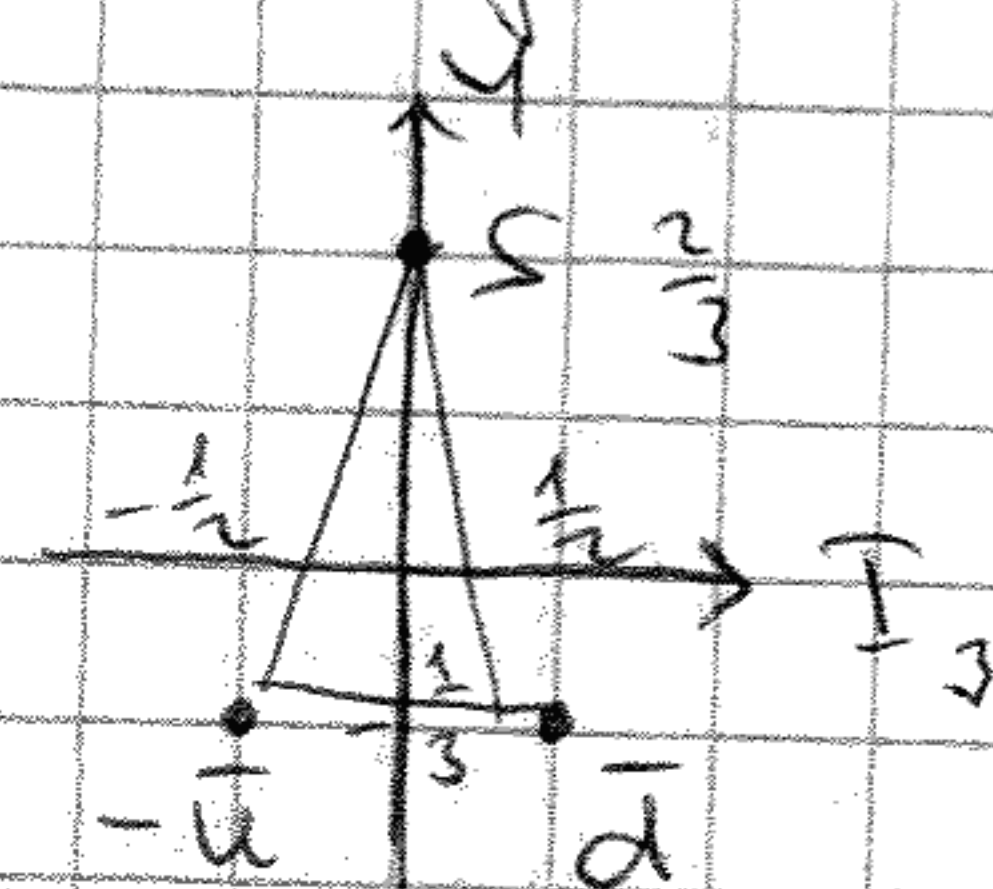
töltésconjugáció:

C	u	$\rightarrow \bar{u}$	d	$\rightarrow \bar{d}$	s	$\rightarrow \bar{s}$
Q	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
B	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
S	0	0	0	0	-1	1

megfigyeltük, hogy Gell-Mann - Nishijima anti-
barionokra is igaz legyen

$$C \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = i\sigma_2$$

fizikonvenció



It hadronok kvarkmodellje és az $SU_F(3)$ (flavour) szimmetria.

Gell-Mann, Zweig (u, d, s) egy Q kvark 3
lehetséges állapota

$SU_F(3)$ transzformációk fizikailag ekvivalens álla-
potokat adnak

barion hullámf.-ek: $\Psi = \mathcal{L}(\text{tér})/3(\text{spin}) \chi(\text{flavour})$

(QQQ) Pauli-elv miatt Ψ -nek antiszimmet-
rikusnak kell lenni

(I) hadron hullámf. kvarkszimmetriája

$SU(3)$ nem egzakt

(II) $SU_F(3)$ flavour szimmetria és a tömegfelhasadás

(III) kvarkmodell paradoxonai és a szimmetria

(I) flavourben szimmetrikus χ esete:

uuu $I_3 = \frac{3}{2}$ maximális $Q = 2$ $B = 1$ $Y = 1$

szimmetrikus u-k cseréje

$$I_- = I_- \otimes 1 \otimes 1 + 1 \otimes I_- \otimes 1 + 1 \otimes 1 \otimes I_-$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(duu + udu + uud)$$

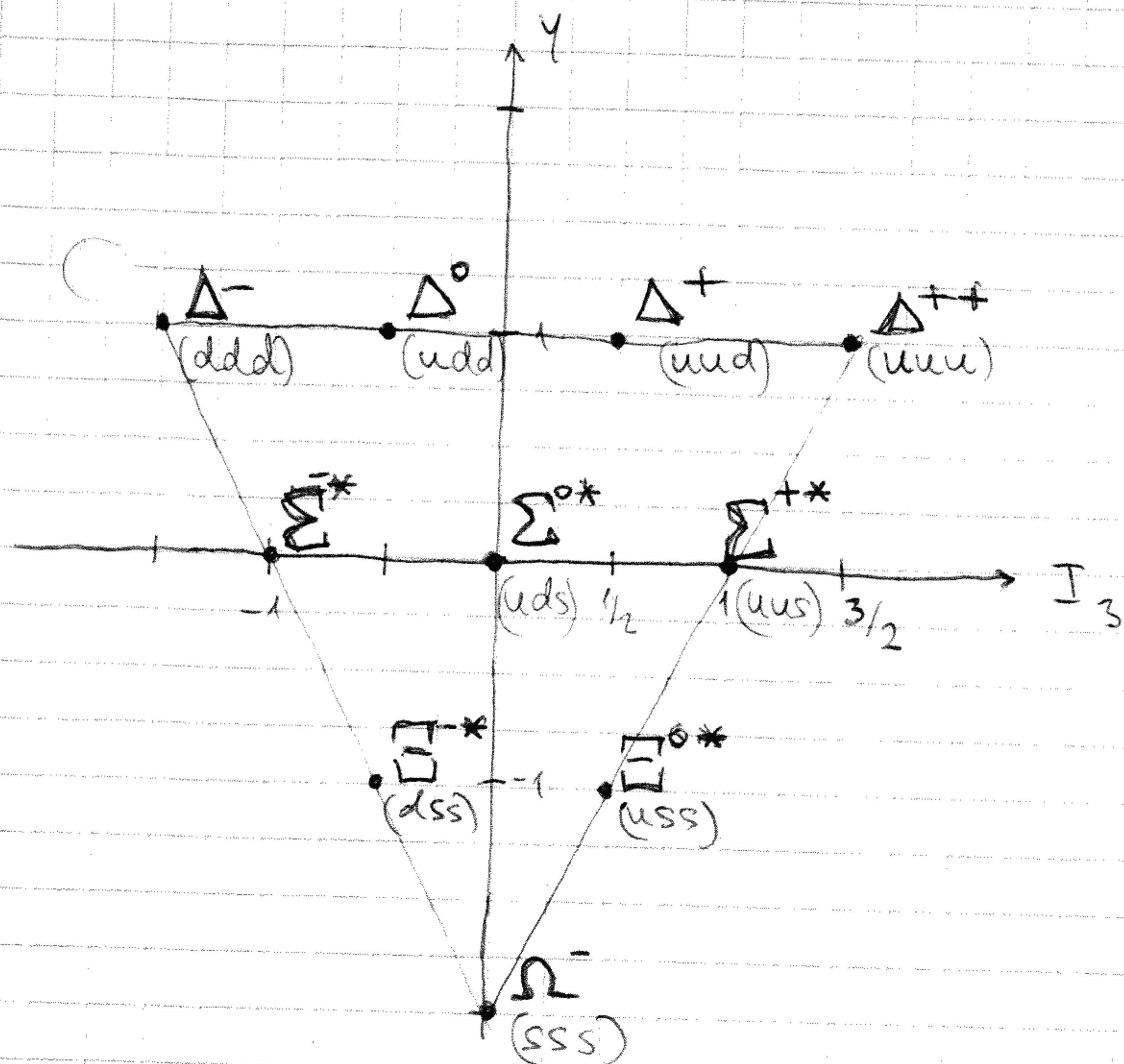
szimmetrikus

jelöljük uud $I_3 = \frac{1}{2}$ $Q = 1$ $B = 1$ $Y = 1$

udd $I_3 = -\frac{1}{2}$ $Q = 0$ $B = 1$ $Y = 1$

ddd $I_3 = -\frac{3}{2}$ $Q = -1$ $B = 1$ $Y = 1$

$\left(\frac{3}{2}\right)^+$ baryon detuplet



$I = \frac{3}{2}$ Δ -rezonanciák (1232 MeV)

$I = 1$ 1384 MeV

$I = \frac{1}{2}$ 1539 MeV

$I = 0$ 1672 MeV

$\frac{1}{\sqrt{3}}(uus + usu + suu)$

$I_3 = 1$

$Q = 1$

$S = -1$

$Y = 0$

$\downarrow I_-$

uds

$I_3 = 0$

$Q = 0$

$S = -1$

$Y = 0$

$\downarrow I_-$

dds

$I_3 = -1$

$Q = -1$

$S = -1$

$Y = 0$

$\frac{1}{\sqrt{3}}(uss + sus + ssu)$

$I = \frac{1}{2}$

$Q = 0$

$S = -2$

$Y = -1$

$\downarrow I_-$

dss

$I = -\frac{1}{2}$

$Q = -1$

$S = -2$

$Y = -1$

sss

$I = 0$

$Q = -1$

$S = -3$

$Y = -2$

baryon octett?

γ és β ~~egyen~~ ^{itt} egyenlően szimmetrikus

kvarkflavour és spin egyidejű cserejére szimmetrikus

$\uparrow n$

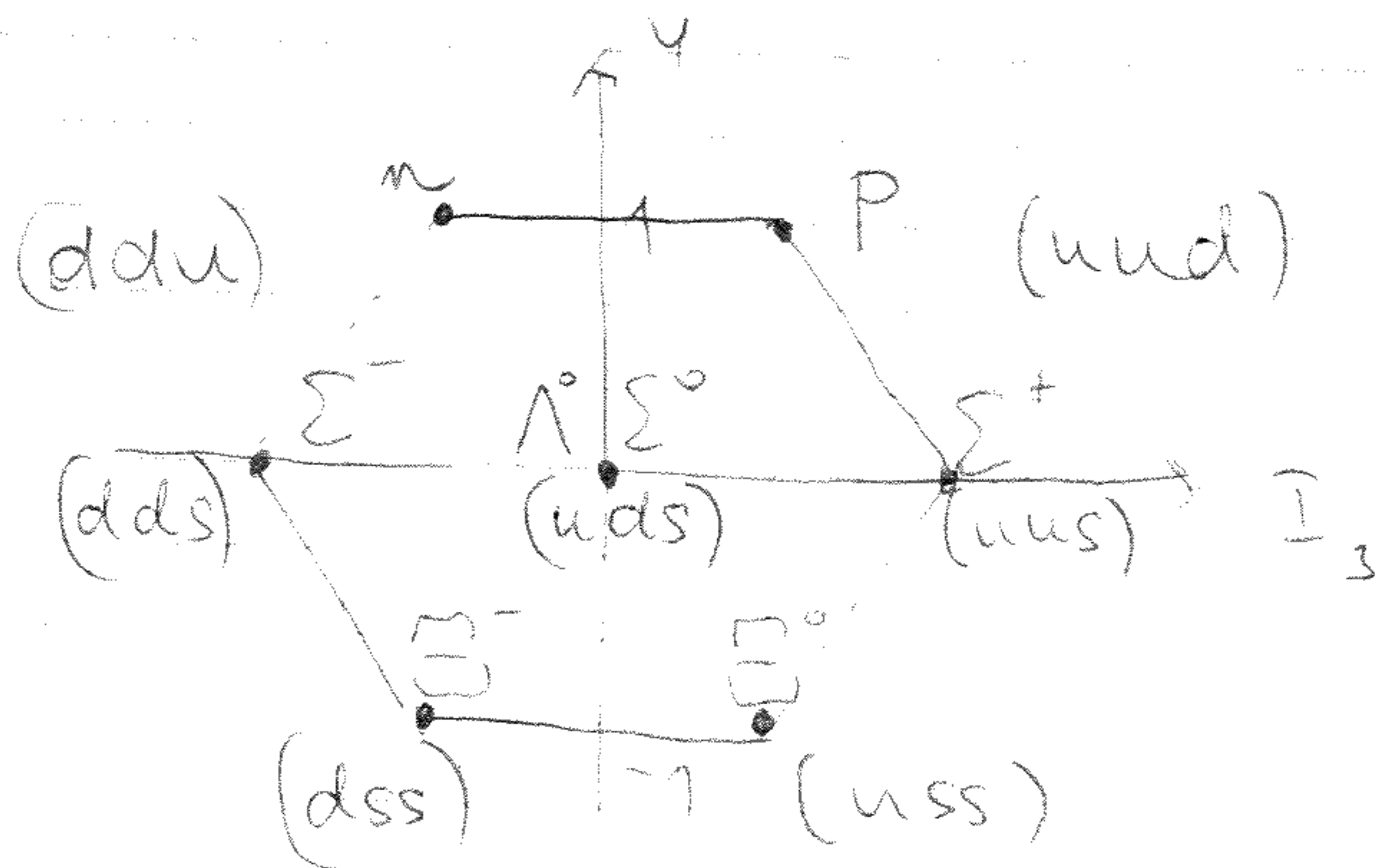
$\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\rangle|d\rangle - |d\rangle|u\rangle) =$

spin singlett

izospin singlett

$= \frac{1}{2}(\uparrow u \downarrow d - \downarrow u \uparrow d - \downarrow d \uparrow u + \uparrow d \downarrow u)$

$\uparrow n = \uparrow d$ szóráis és cserélisan permutáljuk



$I = \frac{1}{2}$

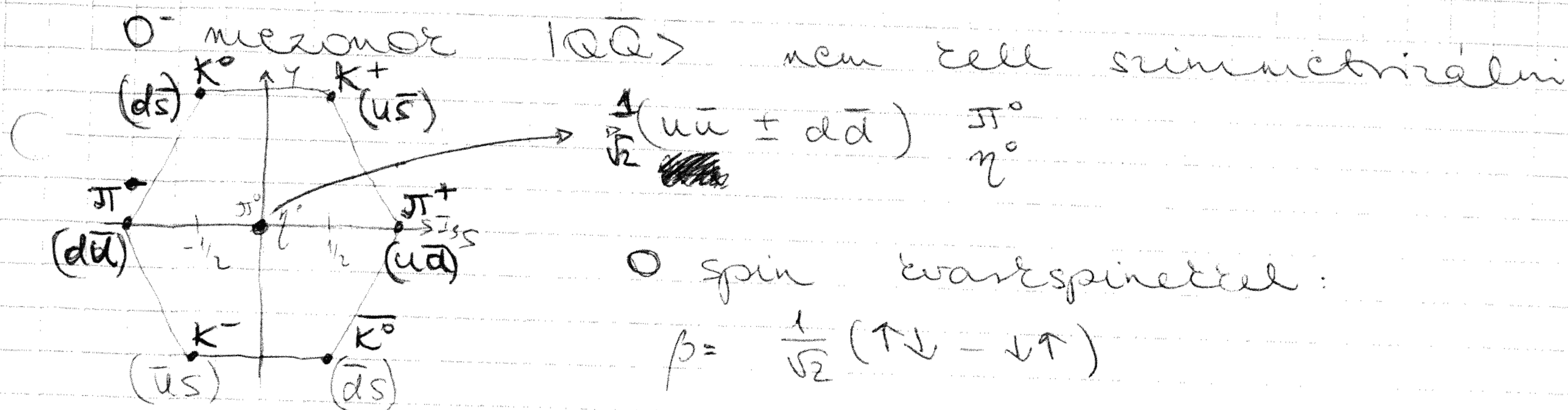
$I_3 = -\frac{1}{2}$

$\uparrow$ spin

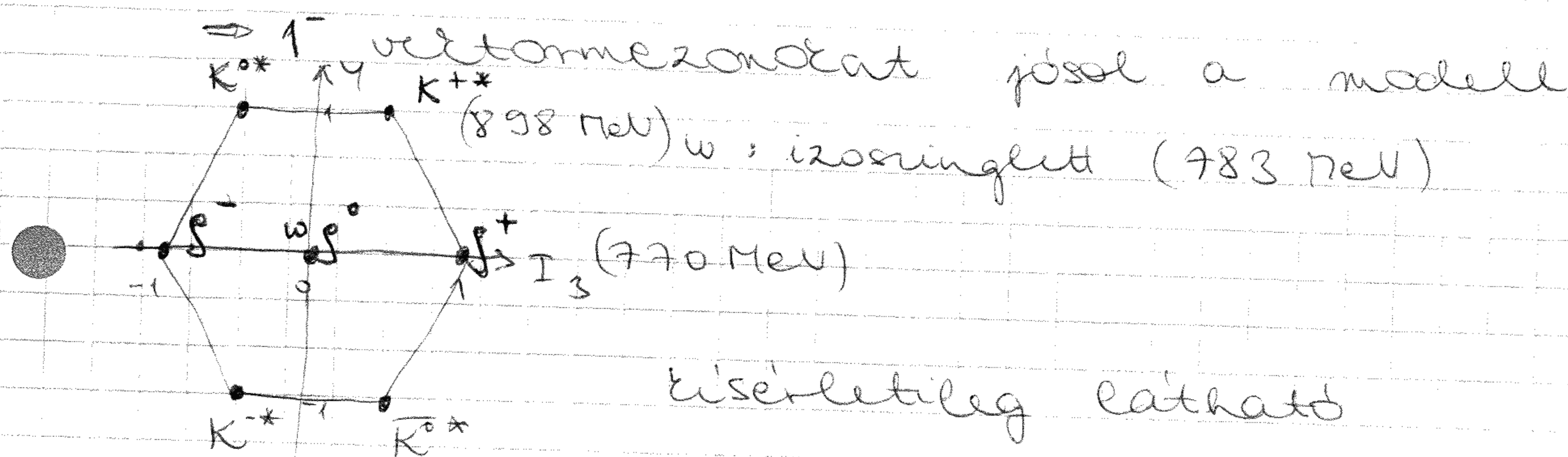
$\left(\frac{1}{2}\right)^+$

baryonok

8 db ilyen állapota



1 spinű mezonok $\rightarrow$ wave spinet "egyszerűsítve"
 $\uparrow\uparrow \quad \frac{1}{\sqrt{2}}(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow) \quad \downarrow\downarrow$



II $(u, d, s) \rightarrow |Q^a\rangle \quad a=1, 2, 3$

10, 11.

$|Q^a\rangle \rightarrow U^{ab} |Q^b\rangle \quad \dagger U^{ab} \in SU(3)$ -ra fruktálaz ugyanaz

3x3 uniter $\det U = 1$ mátrixok csoportja $SU(3)$

komplex 3D a fundamentális ábrázolás

$U = \exp\left[\frac{i}{2} \lambda^a \epsilon^a\right] \quad a=1, \dots, 8, \quad \epsilon^a \text{ valós}$

λ^a : hermitikus, spurálán, 3x3
 Gell-Mann mátrixok a szórásos bázis

fixe strukturálállandók

$\frac{\lambda_1}{2} \quad \frac{\lambda_2}{2} \quad \frac{\lambda_3}{2}$ mint $SU(2)$ alcsoport

$Q^i = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$ egy részecske 3 állapot

$\left(\begin{array}{c|c} SU(2) & 0 \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right) \rightarrow$ izospin

λ_8 diagonális és izospinnel commutál

$$Y = \frac{1}{\sqrt{3}} \lambda_8 \quad \text{hipertöltés} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\lambda_8}{2}$$

kvarkokból és antikvarkokból készíthető ábrázolások

$$\bar{Q}_a^i = (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}) \quad U^* = \exp\left[-\frac{i}{2} \varepsilon^a \lambda_a^+\right]$$

(SU(2)-ben q $\bar{q}$ ekvivalens)

$Q\bar{Q}$

$$\boxed{3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8}$$

singlet $\oplus$ 8 dimenziós ábrázolás

$$3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3}$$

$$3 \otimes 6 = 8 \oplus 10$$

(QQQ)

$$\boxed{3 \otimes 3 \otimes 3 = (6 \oplus \bar{3}) \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10}$$

olyan részecske, melynek belső állapota van $\rightarrow$ decuplet

$U \rightarrow D(U)$ $N \times N$ matrix

$$D(U_1)D(U_2) = D(U_1 U_2)$$

$N=8$

$N=10$

$$D(U) = \exp(i\varepsilon^a F_a)$$

F_a $a=1 \dots 8$

$N \times N$

$$[F_a, F_b] = if_{abc} F_c$$

egyszerűen

összefűzve

$$U \approx 1 + i\varepsilon^a \frac{F_a}{2} + O(\varepsilon^2)$$

(infinitesimalis transzformáció)

8-as ábrázolás (adjungált ábrázolás)

M 3×3 szimmetrikus, hermitikus matrixok

$$M = \sum_a c^a \frac{\lambda_a}{2} \quad c_a \in \mathbb{R}$$

$$\langle M' | M \rangle = 2 \text{tr}((M')^\dagger M)$$

$U \rightarrow D(U)$

$M \rightarrow U M U^\dagger$

(∇ megmutatni, hogy valóban ábrázolás)

infinitesimalis

$$M \rightarrow \left(1 + i\varepsilon^a \frac{\lambda_a}{2}\right) M \left(1 - i\varepsilon^b \frac{\lambda_b}{2}\right) = M + i\varepsilon^a \left[\frac{\lambda_a}{2}, M\right] + O(\varepsilon^2)$$

F_a 8×8 matrix

$\rightarrow$ generátorok ábrázolása

ha báziselem

$$M = \frac{\lambda_a}{2}$$

$$F_a M \rightarrow \left[\frac{\lambda_a}{2}, M\right] \rightarrow \left[\frac{\lambda_a}{2}, \frac{\lambda_b}{2}\right] = if_{abc} \frac{\lambda_c}{2}$$

$$F_a \left| \frac{\lambda_c}{2} \right\rangle = \left| \frac{\lambda_b}{2} \right\rangle (F_a)_{bc} = i f_{abc} \left| \frac{\lambda_b}{2} \right\rangle = \frac{1}{i} f_{abc} \left| \frac{\lambda_b}{2} \right\rangle$$

$$(F_a)_{bc} = \frac{1}{i} f_{abc}$$

a 8 ábrázolásban a generátorok a strukturális állandókkal lehet ábrázolni

hadronvilág: erős E.h. SU(3) invariáns

$$[H_s, D(u)] = 0$$

$$[H_s, F_a] = 0$$

$\Rightarrow$ decuplett, oktet

ugyanolyan tömegűek

Gell-Mann, Okubo: SU(3) szerint a különböző

kvarktömegek miatt $m_u = m_d < m_s$ (csak ez

a sebesség van!)

nyugró kvarkok

$$\langle Q^i | H_s | Q^j \rangle = \langle Q^i | 2 \frac{m_u + m_s}{3} 1 + \frac{m_u - m_s}{\sqrt{3}} \lambda_8 | Q^j \rangle$$

$$H_s = H_0 + H_8 \quad (\text{ezt mondhatjuk})$$

$\uparrow$
SU(3) invariáns

8-as generátoroként transzformálódik

H_8 "kicsi" lehet perturbatíven kezelni, elsőrendű perturbációszámítás elég lesz

$|h\rangle$ hadronállapot, SU(3) ábrázolásban
valójában

$$m_h = \langle h | (H_0 + H_8) | h \rangle = m_0 + \langle h | H_8 | h \rangle$$

$$m_0 = \langle h | H_0 | h \rangle$$

$$H_8 \rightarrow F_8 \sim Y$$

$$Y = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\lambda_8}{2} \quad Q = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$$

$$d_{8ab} F_a F_b \text{ is } 8\text{-as-ént transzformálódik}$$

$$\left\{ \lambda_i, \lambda_j \right\} = \frac{4}{3} \delta_{ij} + 2 d_{ijk} \lambda_k$$

$$= -\frac{1}{2\sqrt{3}} F_a^2 + \frac{\sqrt{3}}{2} (F_1^2 + F_2^2 + F_3^2) - \frac{1}{2\sqrt{3}} F_8^2$$

generátorok négyzetösszege = const. $\cdot 1 \Rightarrow$ SU(3) inv.

$I(I+1)$ izospin

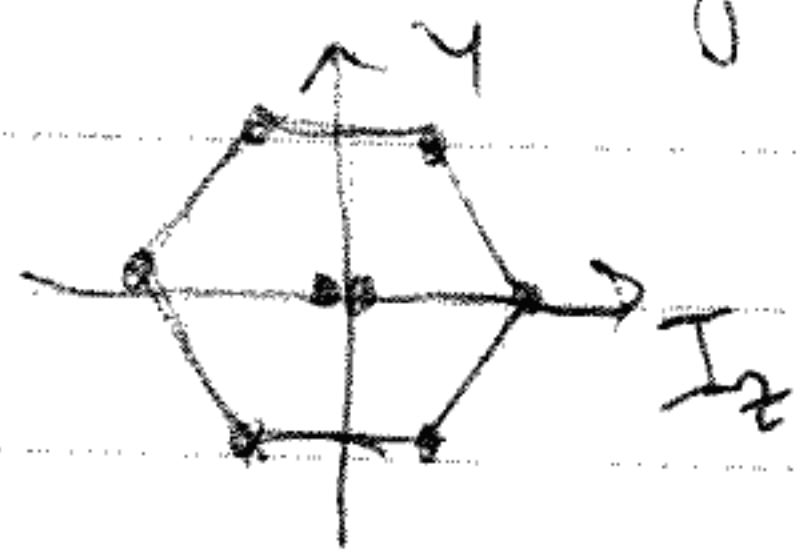
$\sim Y^2$

$\tilde{m}_0$ ábrázolás

$$m_h = \tilde{m}_0 + \delta m_1 Y + \delta m_2 \left(I(I+1) - \frac{Y^2}{4} \right)$$

egy multipleten belül a hadrontömeget felhasádnak
 $\tilde{m}_0, \delta m_1, \delta m_2$ SU(3) ábrázolás függőek
 legáltalánosabb tömegformula volt

következőkérdés?  alkalmazunk az $(\frac{1}{2})^+$ barión - octettre



4. Estimador tómeq, de 3 parámetros

$$\Rightarrow \frac{1}{2} (m_N + m_{\bar{N}}) = \frac{1}{4} (3m_A + m_S)$$

41.29 MeV

1135 MeV



nehány ~~száz~~ % elérés

 $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}^+$ deruplet

78

8ab $\overline{77}$ a $\overline{7}$ b

new forgettener

$$I(I+1) - \frac{Y^2}{4}$$

4-nat

linearis fo-e

$$m_p \approx m_0 + \delta m_1 Y$$

$$m_{\Sigma^*} - m_{\Lambda} = 152 \text{ MeV}$$

eller meg nem volt

$$m_{\Xi^*} - m_{\Sigma^*} = 149 \text{ MeV}$$

$\Omega \Rightarrow$ hol kell keresni

$$m_{\pi^-} - m_{\pi^0} = 139 \text{ MeV}$$

$\Rightarrow$ selfadjoint

Метод

$$0^- \quad 4m_K^2 = 3m_\eta^2 + m_\pi^2$$

$$0,98 (\text{GeV})^2 \quad 0,92 (\text{GeV})^2$$

III) A kvantummodell paradoxonai és a szimmetria

(1) tört töltést szabadon nem figyelt meg

(2) (qqq) (q $\bar{q}$) vannaat de (qq) (qqqq) ... stb.
allapet nince

$$(3) \quad \Delta + +$$

Figure 1 displays two examples of handwritten cursive letters. The top row shows three 'u' characters, each with a distinct stroke pattern. The bottom row shows three 'v' characters, also with distinct stroke patterns. These examples illustrate the variability in handwriting that the proposed model aims to capture.

 $\frac{3}{2}$ spin

sinus bruis

Eisenleitzberg

⇒ symmetrical

legalacsonyabb tőmegű $\Rightarrow$ terben is szimmetrikus

Pauli - chr ???

$$(2) - (3) \quad \text{---} \quad (1)$$

felold a'sa

asimmetria

$$u_2 = (u_1 \ u_2 \ u_3)$$

→ sin

$$d_x = (d_1 \quad d_2 \quad d_3)$$
 $SU(3)_c$

flavour

...

$SU(3)_c$ egzakt szimmetria (nem sérül)
 posztulátum $\rightarrow$ csak singlett állapotok figyelhetők meg

$$3 \otimes \bar{3} = 1 \oplus 8 \Rightarrow \text{van singlet } (q\bar{q}) \checkmark$$

$$3 \otimes 3 = 6 \oplus \bar{3} \Rightarrow \text{mincs -u- } \cancel{(qq)}$$

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 1 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 10 \Rightarrow \text{van } (qqq) \checkmark \quad \text{stb.}$$

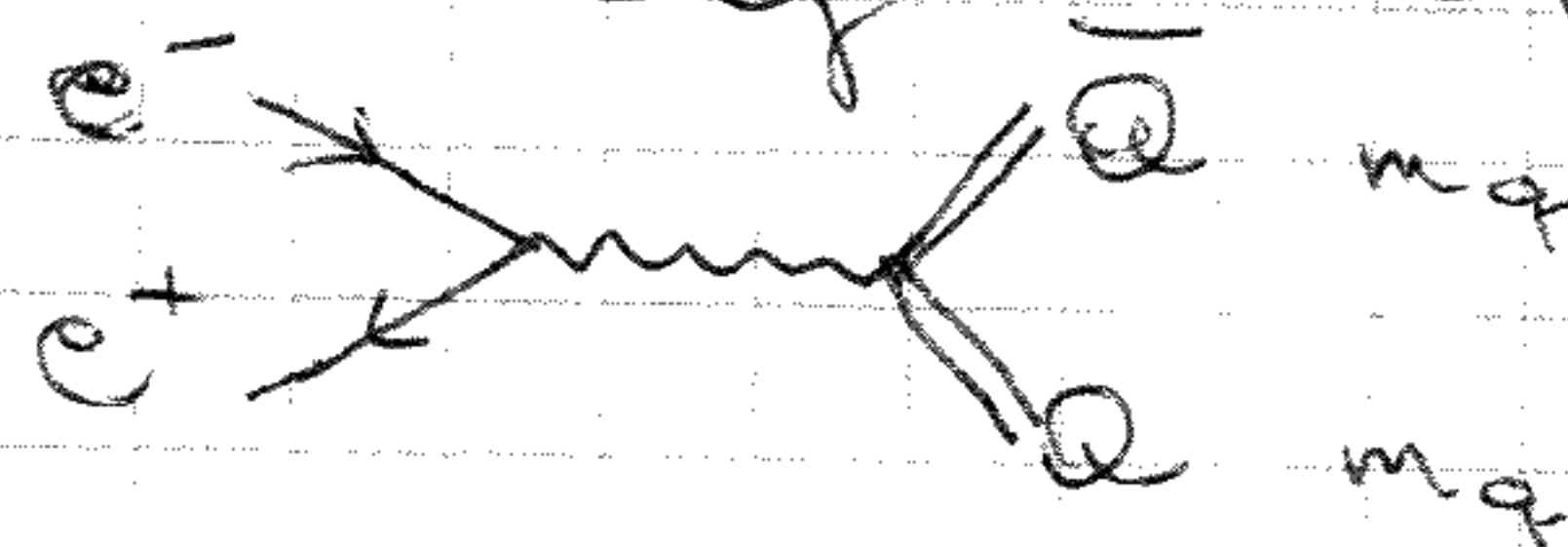
$u_\alpha u_\beta u_\gamma \epsilon^{\alpha\beta\gamma}$ antiszimmetrikus $\Rightarrow$ Pauli-elvnek eleget tesz

Miért 3 szín van? 2 kísérleti igazolása a

3 db színnek ① $R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadron})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}(s) =$

$$Q_q \rightarrow \text{várható } (e) = N \sum Q_q^2$$

$\sum \rightarrow$ kinematikailag $\rightarrow$ megengedett kvarkokra



először $s \ll 4m_c^2$ u, d, s

$s > 4m_c^2$ u, d, s, c $\rightarrow$ $\updownarrow$ u q r a $'s$

$$uqra's \sim N Q_{fc}^2 = N \frac{4}{9} = \frac{4}{3} \Rightarrow N=3$$

$\leftarrow$ kísérlet

10.18.

CP invariancia és sérülése a $K^0 \bar{K}^0$ rendszerben

• 1956-57 a gyenge kölcsönhatás sejté C-t és P-t, de a CP invariáns

• CPT invariancia elméletileg és kísérletileg nagyon pontosan igazolva

• ha CP invariáns, akkor T is

• 1964. semleges K^0 2π bomlásában CP sérül

$\Rightarrow$ T invariancia mikroszkopikus szinten sérül

CPT invariancia:

$$CPT|a\rangle = |\bar{a}\rangle$$

$$\langle b|H|a\rangle^* = \langle \bar{b}|H|\bar{a}\rangle$$

következménye: - stabil részecskékre

$$m_a = m_{\bar{a}}$$

- bomló - " -

$$\tau_a = \tau_{\bar{a}}$$

Elszórásban:

$$\frac{2(m_p - m_{\text{anti}p})}{m_p + m_{\text{anti}p}} = (7 \pm 4) \times 10^{-5}$$

$$\frac{2(\tau_{\pi^+} - \tau_{\pi^-})}{\tau_{\pi^+} + \tau_{\pi^-}} = (1,2 \pm 0,9) \times 10^{-3}$$

$K^0, \bar{K}^0$ rendszer:

rövid és hosszú élettartamú rendszer

$$\begin{array}{cc} K^0 \sim (\bar{s}d) & \bar{K}^0 \sim (s\bar{d}) \\ S=+1 & S=-1 \end{array}$$

gyenge kölcsönhatás CP invariáns, S nem marad meg, tekintve

$$K^0 \rightarrow \begin{array}{c} \pi^0 \pi^0 \\ \pi^+ \pi^- \end{array}$$

bomlaszt úgy, hogy CP megmarad

$$P|K^0\rangle = -|K^0\rangle$$

$$C|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle$$

$$P|\bar{K}^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle$$

$$C|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle$$

$|K^0\rangle$ és $|\bar{K}^0\rangle$ nem CP sajátállapot, de

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$$

$$CP|K_1^0\rangle = |K_1^0\rangle$$

$$CP|K_2^0\rangle = -|K_2^0\rangle$$

Élt sajátállapot különböző sajátértékű

$$CP|\pi^0\rangle = -|\pi^0\rangle$$

$$CP|\pi^+\pi^0\rangle = |\pi^+\pi^0\rangle$$

$\pi^+\pi^-$ relatív imp. mom.

$$CP|\pi^+\pi^-\rangle = C|\pi^+\pi^-\rangle \cdot P|\pi^+\pi^-\rangle = (-1)^L (-1)^L |\pi^+\pi^-\rangle = |\pi^+\pi^-\rangle$$

2π -ra csak K_1^0 tud bomlani

3 pions végállapotok

$$CP|\pi^0\pi^0\pi^0\rangle = -|\pi^0\pi^0\pi^0\rangle$$

$\rightarrow K_2^0$ tud így bomlani

$$CP|\pi^+\pi^-\pi^0\rangle = (-1)^{L+1} |\pi^+\pi^-\pi^0\rangle$$

$\rightarrow$

2 páros

K_2^0

$\rightarrow L=0$

2 páratlan

K_1^0

$l=0$ esetén a hullámfn. az origóban nagy ($\neq 0$)

$$|M(K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)| \ll |M(K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0)|$$

$$K_1^0 \rightarrow 2\pi \quad P \text{ szűz}$$

$$\tau_1 \sim 10^{-10} \text{ s}$$

rövid

$$K_2^0 \rightarrow 3\pi \quad P \text{ örző}$$

$$\tau_2 \sim 5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$$

hosszú

} élettartam

Cronin és munkatársai megmutatták, hogy

K_2^0 is bomlik 2π -re, de kevésbé

$$\frac{\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\Gamma(K_2^0)} = 2 \times 10^{-3}$$

$$\frac{\Gamma(K_2^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)}{\Gamma(K_2^0)} = 10^{-3}$$

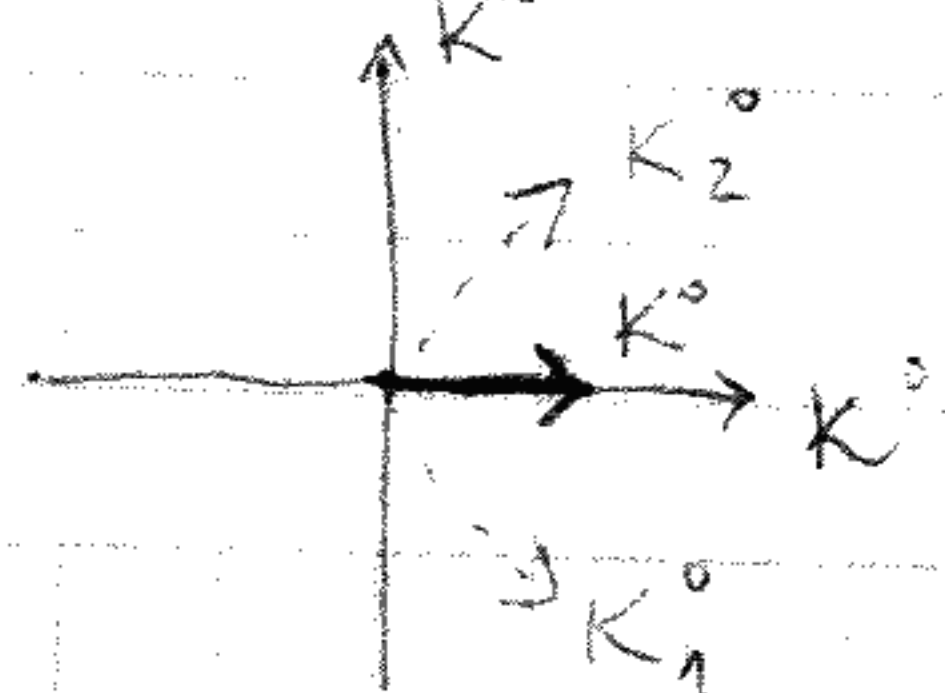
$\nearrow \searrow$

CP sértés !!!

$K^0 \bar{K}^0$ rendszer: labor a kvantummechanika gondolat- kísérleteihez:

$$\Psi = \begin{pmatrix} K^0 \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix} \quad \pi^- p \rightarrow \Lambda K^0 \quad \text{s megmarad}$$

bomlani K_1^0 K_2^0 -ként tud



$$|K_i^0(t)\rangle = e^{-i(m_i - i\frac{\Gamma_i}{2})t} |K_i^0(0)\rangle$$

mi annak a valószínűsége, hogy t -ben $|K^0\rangle$

$$\text{legyen?} \quad |K^0\rangle|_{t=0} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1^0(0)\rangle + |K_2^0(0)\rangle)$$

$$|\langle \bar{K}^0 | \frac{1}{\sqrt{2}} (K_1^0(t) + K_2^0(t)) \rangle|^2 = \frac{1}{4} (e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} + 2e^{-\frac{\Gamma_1 + \Gamma_2}{2} t} \cos[$$

$$(m_1 - m_2)t])$$

oscilláció ritkaság

$$\bar{K}^0 \rightarrow \Lambda \pi^+$$

$$\bar{K}^0 \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \pi^+$$

$$K^0 \not\rightarrow \Lambda \pi^+$$

$$K^0 \rightarrow e^+ \nu_e \pi^-$$

$\Rightarrow K^0$ -ből nem lesz π^+

mérjük meg $\rightarrow K^0$ -ként keletkezett mellett a π^+ -kat

Hadronrezonanciák

Erősen bomló részecskéket nem lehet emulzióban vagy buborékfolyadékban megfigyelni $\tau \sim 10^{-23}$ s

Szórási kísérletekben figyeljük meg leggyakoribb pion - nukleon szórás

$$\pi^- p \rightarrow \pi^- p$$

$$\pi^- p \rightarrow K^0 \Lambda$$

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p \pi^0$$

$$\pi^+ p \rightarrow X$$

teljes hatáskeresztmetszet (legegyszerűbb mennyiség)

aszimptotikus konstans $30-100$ mbarn $\approx 3-10 \cdot 10^{-26} \text{ cm}^2$

(geometria keresztmetszettel esik egybe körülbelül)

alacsony energiás csúcsok rezonanciák $\rightarrow$ erősen bomló részecskék

csúcs helye $\sim$ a részecske tömege

szélessége $\sim$ élettartam

$$\Delta E \Delta t \sim 1$$

$$\pi^+(p_1) + p(p_2) \rightarrow X$$

$\hookrightarrow$ alldo' proton

$$s = (p_1 + p_2)^2 = 2m_p \sqrt{p_1^2 + m_\pi^2} + m_p^2 + m_\pi^2$$

maximum helye $\sqrt{s} \approx 1,23 \text{ GeV} \leftrightarrow \Delta^{++} (1232)$

$$S_{fi} = \delta_{fi} + (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_f - p_i) T_{fi}$$

$$T_{fi} \sim \frac{1}{s - m_\Delta^2} \quad (\text{majd QFT-nél})$$

bomló részecske

$$m_\Delta = m_\Delta - i \frac{\Gamma_\Delta}{2} \quad \Gamma_\Delta > 0$$

$$m_\Delta^2 \gg \Gamma_\Delta^2$$

$$\left[T_{fi} \sim \frac{1}{s - m_\Delta^2 + i m_\Delta \Gamma_\Delta} \right] \quad \left[\sigma \sim |T_{fi}|^2 = \frac{1}{(s - m_\Delta^2)^2 + m_\Delta^2 \Gamma_\Delta^2} \right]$$

Breit-Wigner formula

Γ_Δ felbontási szélesség

$$\sqrt{s} = m_\Delta + \delta$$

δ kicsi

$$s = m_\Delta^2 + 2m_\Delta(\sqrt{s} - m_\Delta)$$

$$\sigma = \frac{1}{4m_{\Delta}^2 [(\sqrt{s} - m_{\Delta})^2 + \frac{1}{4}\Gamma_{\Delta}^2]}$$

ábráról $m_{\Delta} = 1232 \text{ MeV}$

$$\Gamma_{\Delta} = 115 \text{ MeV}$$

$$\rightarrow \tau_{\Delta} \sim \frac{1}{\Gamma_{\Delta}} \sim 0,57 \cdot 10^{-23}$$

$\pi^+ p$ kvantumcsomai Δ^{++} kvantumcsomait meg-
határozza $I_3 = \frac{3}{2}$ csak az $I = \frac{3}{2}$ -ben

Δ^{++} spinjéhez nem elég a $\sigma_{TOT} \rightarrow$ differenciális
szórási hatáskeresztmetszet vizsgálata

$\pi^- p \rightarrow \Delta^0$ rezonancia

A kvantumtérelmélet alapjai: (QFT)

relativisztikus részecske kvantummechanika,
ahol a részecskeszáma változhat
részecske száma változik $\rightarrow$ részecske létre-
es eltűntetése

analógia: QM harmonikus oszcillátor

a, a^+ a gerjesztési számát változtatják

$$N = a^+ a$$

QFT-ben minden $\vec{p}$ -hez $a(\vec{p})$ és $a^+(\vec{p})$

$$E^2 - \vec{p}^2 = m^2$$

$$E(\vec{p}) = \omega(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$$

$$CM \times \rightarrow QM \hat{x} \sim a + a^+$$

CFT
(eldin) $\vec{E}, \vec{B}$

$\rightarrow$ QFT $\hat{\vec{E}}, \hat{\vec{B}}$

$$\hat{\vec{E}} \sim a(\vec{p}) + a^+(\vec{p})$$

határozott számú részecskét tartalmazó álla-
potok nem mérő sajátállapotok

$\phi^a(\vec{x}, t)$ mező

$\phi_{\vec{x}}^a(t)$

$\Rightarrow$ minden $\vec{x}$ pontban

néhány dinamikai változó $a = \dots$

relativisztikus Lagrange-Hamilton formalizmus

(Noether tétel)

$$\hbar = c = 1$$

mező $\phi^a(t, \vec{x})$

$$q_i(t) \rightarrow \phi_{\vec{x}}^a(t) \quad a = 1 \dots N$$

$\phi^a(\underbrace{\vec{x}}_{x^\mu}, t)$ komplex v. valós skálarmező

$A_\mu(x)$ Lorentz-vektormező $\mu = 0, 1, 2, 3$

$\psi(x)$ Dirac spinormező

$$x^\mu = (t, \vec{x}), \quad x_\mu = (t, -\vec{x})$$

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\partial_0, \vec{\nabla}), \quad \partial^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} = (\partial_0, -\vec{\nabla})$$

Lagrange-sűrűség (f.)

$\mathcal{L}[\phi^a, \partial_\mu \phi^a]$ funkcionál

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi^a, \partial_\mu \phi^a) = \int dt L = \int dt \int d^3x \mathcal{L}(\phi^a, \partial_\mu \phi^a)$$

↑ Lagrange-sűrűség (f.)

S legyen Lorentz skálar

$\mathcal{L}$ is Lorentz skálar

↳ meghatározza a klasszikus mozgásegyenletet

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi^a} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi^a}$$

$a = 1 \dots N$

téregyenletet

↳ konjugált impulzusok definíálhatóak

$$(q_i \rightarrow p_i = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}) \Rightarrow \phi^a \rightarrow \pi^a(\vec{x}, t) = \frac{\delta L}{\delta \dot{\phi}^a} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \phi^a}$$

~~de~~

$$\mathcal{L}(\phi^a, \partial_\mu \phi^a) \quad x^\mu \rightarrow x^\mu + a^\mu \quad \text{invariáns}$$

kanonikus energia-impulzus tenzor

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi^a} \partial^\nu \phi^a - g^{\mu\nu} \mathcal{L}$$

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$$

megmarad, ha a mozgásegyenletet felhasználjuk

$\nu = 0, 1, 2, 3$

$$\partial_t P^\nu = 0$$

$$P^\nu(t) := \int_{t=t_0} d^3x T^{0\nu}$$

$$\text{biz! } \partial_t P^\nu = \int d^3x \partial_t T^{0\nu} = \int d^3x (-\partial_i T^{i\nu}) = 0$$

↳ Gauss tétel
zárt rendszer

P^μ t független $\rightarrow$ értelmezés: mechanikai impulzus $P^\mu = (E, \vec{P})$

$$P^0 = \int_{t=du} d^3x T^{00} = \int d^3x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}^a} \partial^0 \phi^a - \mathcal{L} \right) = \int_{t=du} d^3x \left(\pi^a(\vec{x}, t) \partial_0 \phi^a - \mathcal{L} \right) =$$

$$\left(H = p_i \dot{q}_i - L \text{ volt a Hamilton-függvény} \right) = \int_{t=du} d^3x \mathcal{H}(\pi^a, \phi^a)$$

Hamilton-sűrűség: $\mathcal{H}$

$$= H$$

$$P^0 = H = \text{Hamilton-függvény} = E \text{ (energia)}$$

példák: $\phi(\vec{x}, t)$ egy darab öntölcsönható, skalar-
mező valós

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \frac{m^2}{2} \phi^2 - \overset{\text{polinom}}{V(\phi)}$$

$$(\partial_\mu \phi)^2 = (\partial_0 \phi)^2 - (\vec{\partial} \phi)^2 = \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi$$

Moragásegyenlet

$$\partial^\mu \partial_\mu \phi = -m^2 \phi - \frac{\partial V}{\partial \phi}$$

$$\cancel{\partial_\mu \partial^\mu \phi} \quad \partial_\mu \partial^\mu \phi = \partial^\mu \partial_\mu \phi = (\partial_0^2 - \Delta) \phi = \square \phi$$

$$(\square + m^2) \phi = -\frac{\partial V}{\partial \phi}$$

ha $V(\phi) = 0$ "szabad" elmélet

többkomponensű valós skalarmező;

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi^a)^2 - \frac{m_a^2}{2} (\phi^a)^2 - V(\phi^a)$$

$$(\square + m_a^2) \phi^a = -\frac{\partial V}{\partial \phi^a} \quad a = 1, \dots, N$$

Noether tétel: minden fizikus szimmetriához tartozik megmaradó mennyiség

"belső szimmetriák"

létezik $J^\mu = (J^0, \vec{J})$ áram, amire $\partial_\mu J^\mu = \partial_0 J^0 + \text{div } \vec{J} = 0$

megmaradó mennyiség $Q = \int d^3x J^0(\vec{x}, t)$, időfüggetlen

transzformáció $\phi_i(\vec{x}, t)$ $i = 1, \dots, N$

t^a $N \times N$ mátrixok

$$[t^a, t^b] = i C^{abc} t_c$$

$$a = 1, \dots, \dim G$$

$C^{abc} \rightarrow$ teljesen antiszimmetrikus konstansok

$$\Phi_i(\vec{x}, t) \rightarrow \Phi'_i(\vec{x}, t) = \Phi_i(\vec{x}, t) + i \varepsilon_a(t^a)_{ij} \Phi_j(\vec{x}, t) + \mathcal{O}(\varepsilon^2)$$

ε_a infinitesimalis konstansok

$\mathcal{O}(\varepsilon^2)$ -t elhanyagoljuk

$$i \varepsilon_a(t^a)_{ij} \Phi_j(\vec{x}, t) = \delta \Phi_i(\vec{x}, t) \quad \text{megváltozás}$$

$$\delta \mathcal{L} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_i} \delta \Phi_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \Phi_i} \delta(\partial_\mu \Phi_i) =$$

$$= \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \Phi_i} \delta \Phi_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \Phi_i} \partial_\mu(\delta \Phi_i) =$$

$$= \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \Phi_i} \delta \Phi_i \right) = \dots$$

ha szimmetria, akkor $\delta \mathcal{L} = 0$

$$\varepsilon_a \partial_\mu \left(i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \Phi_i} (t^a)_{ij} \Phi_j \right) = 0$$

$$\mathcal{J}_\mu^a = -i \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \Phi_i} (t^a)_{ij} \Phi_j$$

$$\mathcal{Q}^a = -i \int d^3x \mathcal{J}_0^a(\vec{x}, t) = -i \int d^3x \pi_i(\vec{x}, t) (t^a)_{ij} \Phi_j(\vec{x}, t)$$

Kanonicus kvantálás:

$\Phi^a(\vec{x}, t)$ skálarmezők

$\Phi^a(\vec{x}, t)$ és $\pi^a(\vec{x}, t)$ operátorok lesznek

egymással kommutációs relációkat írjuk:

mellette, impulzusok kommutálnak egymással:

$$[\Phi^a(t, \vec{x}_1), \Phi^b(t, \vec{x}_2)] = 0$$

$$[\pi^a(t, \vec{x}_1), \pi^b(t, \vec{x}_2)] = 0$$

$$\text{de} \quad [\Phi^a(t, \vec{x}), \pi^b(t, \vec{y})] = i \delta^{ab} \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y})$$

(ha $t \neq 1$ $\delta^{ab} \rightarrow t \delta^{ab}$)

operátorok időfüggése (Heisenberg képpen)

$$\partial_0 \Phi^a(t, \vec{x}) = i [\mathbf{H}, \Phi^a(t, \vec{x})]$$

$$\partial_0 \pi^a(t, \vec{x}) = i [\mathbf{H}, \pi^a(t, \vec{x})]$$

Heisenberg-féle mozgásegyenletek

$$H = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} (\pi^a(t, \vec{x}))^2 + \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \phi^a(t, \vec{x}))^2 + \frac{m_a^2}{2} \phi_a^2 + V(\phi_a) \right\}$$

H időfüggetlen (Hamilton - operátor)

nem mond semmit a rendszer állapotáról

A'U: $(\square + m_a^2) \phi_a = -\frac{\partial V}{\partial \phi_a}$ Heisenberg mozgásegyenletéből

újra a klasszikus mozgásegyenletet az operátorokra

$$\text{Lemma: } [f(\phi), \pi] = i f'(\phi) \delta$$

$$[\phi, g(\pi)] = i g'(\pi) \delta$$

$$\partial_0 \phi^a(t, \vec{x}) = i [H, \phi^a(t, \vec{x})]$$

erre a $t=du$ -ra integrálunk így a

H -ból a ϕ -függő tagok nem számítanak

$$= i \int d^3x' \frac{1}{2} [\pi_a^2(t, \vec{x}'), \phi^a(t, \vec{x})] =$$

$$= i \int d^3x' (-i) \delta^{(3)}(\vec{x}' - \vec{x}) \pi^a(t, \vec{x}') =$$

$$= \pi^a(t, \vec{x})$$

$$\partial_0 \pi^a(t, \vec{x}) = i [H, \pi^a(t, \vec{x})] =$$

$$= i \left\{ \int d^3x' \left(m_a^2 \phi^a(t, \vec{x}') + \frac{\partial V}{\partial \phi^a}(\vec{x}') \right) \delta^{(3)}(\vec{x}' - \vec{x}) + \right.$$

$$\left. + \int d^3x' i \partial_{\vec{x}'} \phi^a(\vec{x}', t) \partial_{\vec{x}} \delta^{(3)}(\vec{x}' - \vec{x}) \right\} =$$

$$= -m_a^2 \phi^a(t, \vec{x}) - \frac{\partial V}{\partial \phi^a} + \Delta \phi^a(t, \vec{x})$$

$$\partial_0 \partial_0 \phi^a(t, \vec{x}) \Rightarrow ((\partial_0^2 - \Delta) + m_a^2) \phi(t, \vec{x}) = -\frac{\partial V}{\partial \phi^a}$$

skalármezőre bizonyítható, de ez teljesen alát.

Hol hat az operátor?

egy valódi skalármező, szabad ($V(\phi) = 0$)

$$(\square + m^2) \phi(t, \vec{x}) = 0$$

sík hullám megoldást keresünk $e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \quad (\vec{k} = \vec{k}^0 - \vec{k})$

$$E(k) = \omega(k) = \sqrt{\vec{k}^2 + m^2} \quad (\text{pozitív gyök})$$

$$\vec{k}_0^2 = \vec{k}^2 + m^2$$

$$k^0 = E(\vec{k}) = \omega(\vec{k})$$

$$\phi(t, \vec{x}) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \delta(p^2 - m^2) \Theta(p_0) \left(a(\vec{p}) e^{-ipx} + a^\dagger(\vec{p}) e^{ipx} \right)$$

$\Rightarrow$ kovariáns

$a(\vec{p}), a^\dagger(\vec{p})$ operátorok

$$\int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{1}{2\omega(\vec{p})} \left(a(\vec{p}) e^{-i(\omega(\vec{p})x^0 - \vec{p}\vec{x})} + a^\dagger(\vec{p}) e^{i(\omega(\vec{p})x^0 - \vec{p}\vec{x})} \right) =$$

$$\Phi = \int d^3p \left(a(\vec{p}) e^{-ipx} + a^\dagger(\vec{p}) e^{ipx} \right) \quad \text{új jelöléssel szép}$$

$$\Pi = \partial_0 \Phi = \dots$$

behelyettesítjük az egyidejű kommutációs relációba
 $\Rightarrow a, a^\dagger$ kommutációs relációi

$$[a(\vec{p}), a(\vec{p}')] = 0, [a^\dagger(\vec{p}), a^\dagger(\vec{p}')] = 0$$

$$[a(\vec{p}), a^\dagger(\vec{p}')] = (2\pi)^3 2\omega(\vec{p}) \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}')$$

(időfüggetlen tagok kieséséből)

(időfüggetlen tagok reprodukálják $\delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) - t$)

Fock vákuum $|0\rangle$ def: $\forall \vec{p}$ -re $a(\vec{p})|0\rangle = 0$

$$a^\dagger(\vec{p})|0\rangle \neq 0$$

$$|\vec{p}\rangle := a^\dagger(\vec{p})|0\rangle \quad \text{egyrészecskeállapot}$$

11.15.

$$\Pi = \partial_0 \Phi = -i \int d^3p \omega(\vec{p}) (a(\vec{p}) e^{-ipx} - a^\dagger(\vec{p}) e^{ipx})$$

$$\langle \vec{p}' | \vec{p} \rangle = (2\pi)^3 2\omega(\vec{p}) \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}') \underbrace{\langle 0 | 0 \rangle}_1$$

kovariáns egyrészecske normalizálás

értelmezése

$\mathcal{D}^\mu$ operátor?

$$P^\mu = \int_{\tau=0} d^3x T^{0\mu} = (E, \vec{P}) =$$

$$= \int d^3x (\pi(x) \partial^\mu \Phi(x) - g^{0\mu} \mathcal{L}) = \dots$$

$$= \int d^3p p^\mu \frac{1}{2} (a(\vec{p}) a^\dagger(\vec{p}) + a^\dagger(\vec{p}) a(\vec{p})) = *$$

$$\mathcal{N}(\vec{p}) = a^\dagger(\vec{p}) a(\vec{p}) \quad \vec{p} \text{ impulzusú gerjesztések számoperátora}$$

$$\mathcal{N}(\vec{p}) |\vec{E}\rangle = \mathcal{N}(\vec{p}) a^\dagger(\vec{E}) |0\rangle = a^\dagger(\vec{p}) a(\vec{p}) a^\dagger(\vec{E}) |0\rangle =$$

$$= a^\dagger(\vec{p}) [a(\vec{p}), a^\dagger(\vec{E})] |0\rangle = a^\dagger(\vec{p}) ((2\pi)^3 2\omega(\vec{p}) \delta^{(3)}(\vec{E} - \vec{p})) |0\rangle$$

$$= (2\pi)^3 2\omega(\vec{p}) \delta^{(3)}(\vec{E} - \vec{p}) |\vec{E}\rangle$$

$$= \int d^3p p^\mu a^\dagger(\vec{p}) a(\vec{p}) + \frac{1}{2} g^{0\mu} \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}') \int d^3p \omega(\vec{p})$$

$\uparrow$ divergens konstans

normálrendezés: ::

a és a^+ normálrendezeti szorzata: $\dagger$ eltiintető operátort jobbra írunk a keltől (ezért az összes commutátort nullának vesszük)

$$:P^\mu: = \int d\vec{p} p^\mu a^+(\vec{p}) a(\vec{p})$$

az alapállapoti energiát nullának vesszük

$$:P^\mu: |\vec{k}\rangle = \epsilon^\mu |\vec{k}\rangle \quad \epsilon^\mu = (\omega(\vec{k}), \vec{k}) \quad \omega(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$$

$|\vec{k}\rangle$ egyrészecske állapot $\omega(\vec{k})$ energiával és $\vec{k}$ impulzussal

$\Phi(x), \Pi(x)$ operátor a Fock-térben hat.

Fock-tér bázisa: $|0\rangle, a^+(\vec{p}_1)|0\rangle, a^+(\vec{p}_1)a^+(\vec{p}_2)|0\rangle, \dots,$

$$a^+(\vec{p}_1) \dots a^+(\vec{p}_n)|0\rangle, \dots$$

↓
egyrészecske állapot

↓
kétrészecske állapot

$$n - részecske \text{ állapot} \\ \sum_i \omega(\vec{p}_i) = E \quad \sum_i \vec{p}_i = \vec{P}$$

$\omega(\vec{p}_1) + \omega(\vec{p}_2)$ energiával

Komplex szabad skalármező:

$\Phi_1(x), \Phi_2(x)$ két valós mező

$\Phi_1(x) + i\Phi_2(x) = \Phi(x)$ komplex mező

$$\Phi^*(x) = \Phi_1(x) - i\Phi_2(x)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \Phi^* \partial^\mu \Phi - \frac{m^2}{2} \Phi^* \Phi$$

Φ, Φ^* független szabadcsagi fokok

mozgásegyenlet Φ -re és Φ^* -re is a szabad Klein-Gordon egyenlet

$$\Pi(x) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \Phi(x)} = \frac{1}{2} \partial_0 \Phi^*(x) \quad \Pi^*(x) = \frac{1}{2} \partial_0 \Phi(x)$$

$$[\Pi(\vec{x}, t), \Phi(\vec{y}, t)] \neq 0 = -i\delta(\vec{x} - \vec{y}) \quad ?$$

$$[\Pi^*(\vec{x}, t), \Phi^*(\vec{y}, t)] = -i\delta(\vec{x} - \vec{y})$$

$$\Phi(x) = \int d\vec{p} [a(\vec{p}) e^{-ipx} + b^+(\vec{p}) e^{ipx}]$$

$$\Phi^*(x) = \int d\vec{p} [a^+(\vec{p}) e^{ipx} + b(\vec{p}) e^{-ipx}]$$

$$[a(\vec{p}), a^+(\vec{p}')] = (2\pi)^3 2\omega(\vec{p}) \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}')$$

$$[b(\vec{p}), b^+(\vec{p}')] = (2\pi)^3 2\omega(\vec{p}) \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}')$$

$$:P^\mu := \dots = \int d\vec{p} (a^\dagger(\vec{p}) a(\vec{p}) + b^\dagger(\vec{p}) b(\vec{p})) p^\mu$$

$|a\rangle = a^\dagger(\vec{p})|0\rangle \rightarrow \omega(\vec{p})$ energia, $\vec{p}$ impulzus

$|b\rangle = b^\dagger(\vec{p})|0\rangle \rightarrow \dots$

a Lagrange-funkción van felso szimmetria

$$\phi \rightarrow \phi e^{i\alpha} \approx 1 + i\alpha\phi \quad \phi^* \rightarrow \phi^* e^{-i\alpha} \approx 1 - i\alpha\phi^* + \dots$$

$\underbrace{i\alpha\phi}_{i\delta\phi} \quad \underbrace{-i\alpha\phi^*}_{i\delta\phi^*}$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi^*} = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi$$

megmaradó áram

$$j_\mu = -i \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi^* \phi - \phi^* \partial_\mu \phi)$$

$\uparrow$
áram

$$:Q: = \int d^3x j_0(\vec{x}, t) = \int d^3x \frac{1}{2i} (\partial_0 \phi^* \phi - \phi^* \partial_0 \phi) = \dots =$$

$$= \int d\vec{p} (a^\dagger(\vec{p}) a(\vec{p}) - b^\dagger(\vec{p}) b(\vec{p}))$$

$$Q|a\rangle = |a\rangle$$

$$Q|b\rangle = -|b\rangle$$

} ebben különbözik a két állapot

Feynman-propagátor:

a T szorzat vákuumvárható értéke

$\phi(x)$ valós egykomponensű skalármező, szabad

$$T(\phi(x)\phi(y)) = \text{T szorzat} / \text{időrendezett szorzat} =$$

$$= \theta(x^0 - y^0) \phi(x)\phi(y) + \theta(y^0 - x^0) \phi(y)\phi(x)$$

$\hookrightarrow$ lépcsőfü. $\downarrow$

$$(\Box_x + m^2) iT(\phi(y)\phi(y)) = \delta^{(4)}(x-y) \text{ lássuk be!}$$

$$\partial_{x^0}^2 T(\phi(x)\phi(y)) = \partial_{x^0} \{ \theta(x^0 - y^0) \partial_{x^0} \phi(x)\phi(y) + \theta(y^0 - x^0) \phi(y)\partial_{x^0} \phi(x) +$$

$$+ \delta(x^0 - y^0) [\phi(x), \phi(y)] \}$$

$\hookrightarrow$ EKR $\Rightarrow \phi$

$$\partial_{x^0}^2 T(\phi(x)\phi(y)) = \theta(x^0 - y^0) \partial_{x^0}^2 \phi(x)\phi(y) + \theta(y^0 - x^0) \phi(y) \partial_{x^0}^2 \phi(x) +$$

$$+ \delta(x^0 - y^0) [\partial_0 \phi(x), \phi(y)] =$$

$$= T(\phi(x)\phi(y)) + [\underbrace{x(\vec{x}, x^0), \phi(y, x^0)}_{-i\delta^{(3)}(\vec{x}-\vec{y})}] \delta(x^0 - y^0) = T(\phi(x)\phi(y)) - i\delta^{(4)}(x-y)$$

szabad mozgásegyenlet: $(\partial_0^2 - \Delta)\phi + m^2\phi = 0$

$$\partial_{x^0}^2 T(\phi(x)\phi(y)) = T(\phi(x)\phi(y)) - i\delta^{(4)}(x-y) = T((\Delta_x - m^2)\phi(x)\phi(y)) - i\delta^{(4)}(x-y) = (+\Delta_x - m^2)T(\phi(x)\phi(y)) - i\delta^{(4)}(x-y)$$

$$(\Box_x + m^2)iT(\phi(x)\phi(y)) = \delta^{(4)}(x-y)$$

vegyük a vákuum-várható értéket

$$i\langle 0|T(\phi(x)\phi(y))|0\rangle = iG(x,y)$$

$$(\Box_x + m^2)\underbrace{i\langle 0|T(\phi(x)\phi(y))|0\rangle}_{iG(x,y)} = \delta^{(4)}(x-y)$$

Ha $x^0 > y^0$ $\langle 0|T(\phi(x)\phi(y))|0\rangle = \theta(x^0 - y^0)\langle 0|\phi(x)\phi(y)|0\rangle$

$\phi(y)|0\rangle$ y -ben feltett egy (tetszőleges impulzusú) részecskét
 $\langle 0|\phi(x)$ x -ben elnyelődik a részecske

$$(\Box_x + m^2)iG(x,y) = \delta^{(4)}(x-y)$$

$G(x,y)$ csak $(x-y)$ -től függ

Fourier-transzformáció, $m^2 \rightarrow m^2 + i\varepsilon$ ahol $\varepsilon > 0$
 $\varepsilon \rightarrow 0$

$\Rightarrow G$ -nek van inverze impulzusterében $+i\varepsilon$ -mal

$$G(x,y) = \int \frac{d^4\varepsilon}{(2\pi)^4} \frac{i}{\varepsilon^2 - m^2 + i\varepsilon} e^{-i\varepsilon(x-y)}$$

$$\varepsilon^2 = \varepsilon_\mu \varepsilon^\mu = \varepsilon_0^2 - \vec{\varepsilon}^2$$

$$\varepsilon(x-y) = \varepsilon_\mu(x-y)^\mu$$

$x^0 > y^0$ v. $y^0 > x^0$ nem ugyanazt adja

ε_0 integrál $\varepsilon^2 - m^2 + i\varepsilon = \varepsilon_0^2 - \vec{\varepsilon}^2 - m^2 + i\varepsilon =$

$$= (\varepsilon_0 - \sqrt{\vec{\varepsilon}^2 + m^2 - i\varepsilon})(\varepsilon_0 + \sqrt{\vec{\varepsilon}^2 + m^2 - i\varepsilon})$$

$x^0 > y^0$ esetén $e^{-i\varepsilon(x-y)}$ integrált alul lehet

hogy a félkör járuléka ϕ lesz

Kölcsönhatási lép és perturbációs számítás:

$\Phi(\vec{x}, t)$ valós, önkölcsönható, skalármező

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi)^2 - \frac{m^2}{2}\Phi^2 - \frac{\lambda}{4}\Phi^4$$

$E \in \mathbb{R}$ -t fennállhat $\phi(x)$, $\pi(x)$ operátorok

Heisenberg egyenlet: $(\square + m^2)\phi = -\lambda\phi^3$ operátoregyenlet
 általában kölcsönhatási tipbe, ha λ kicsi, akkor
 perturbációszámítás

$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}'$ $\mathcal{H}_0$ a szabad Hamiltoni

$$\mathcal{H} = \underbrace{\int d^3x \left\{ \frac{1}{2} \pi^2 + \frac{1}{2} \vec{\nabla} \phi^2 + \frac{m^2}{2} \phi^2 \right\}}_{\mathcal{H}_0} + \underbrace{\int d^3x \frac{\lambda}{4} \phi^4}_{\mathcal{H}'}$$

Képek: Heisenberg, Schrödinger, kölcsönhatási

$$\partial_t \phi = i[\mathcal{H}, \phi(x)]$$

$$\phi(\vec{x}, t) = e^{i\mathcal{H}t} \phi(\vec{x}, 0) e^{-i\mathcal{H}t}$$

Állapot $|a\rangle$ időfüggetlen

ϕ időfüggetlen $\phi^S(\vec{x}) = \phi(\vec{x}, 0) =$

$$e^{-i\mathcal{H}t} \phi(\vec{x}, t) e^{i\mathcal{H}t}$$

$$|a\rangle^S = e^{-i\mathcal{H}t} |a\rangle$$

időfüggetlen

$$i\partial_t |a\rangle^S = \mathcal{H} |a\rangle^S$$

kölcsönhatási tip:

operátorok a szabad Hamiltoni szerint fejlődnek, és
 az állapotok is függenek az időtől

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^2 - \frac{m^2}{2} \phi^2 - \frac{\lambda}{4!} \phi^4$$

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \mathcal{H}'$$

$$\mathcal{H}_0 = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} : \pi^2 : + \frac{1}{2} : (\nabla \phi)^2 : + \frac{m^2}{2} : \phi^2 : \right\} \quad \text{szabad}$$

$$\mathcal{H}' = \int d^3x \frac{\lambda}{4!} : \phi^4(x) : \quad \text{öntölcsönhatás}$$

$$\phi^I(\vec{x}, t) = e^{i\mathcal{H}_0 t} \phi^S(\vec{x}) e^{-i\mathcal{H}_0 t} = \underbrace{e^{i\mathcal{H}_0 t} e^{-i\mathcal{H}t}}_{U(t, 0)} \phi(\vec{x}, t) \underbrace{e^{i\mathcal{H}t} e^{-i\mathcal{H}_0 t}}_{U^{-1}(t, 0)}$$

$$|a, t\rangle^I = e^{i\mathcal{H}_0 t} |a, t\rangle^S = U(t, 0) |a\rangle$$

$\mathcal{H}, \mathcal{H}_0$ nem
 felcserélhető

$U(t, 0)$ időfejlésű op. a körle's

eddig a típust a $t=0$ -ban illesztettük $U(0, 0) = 1$

t_0 -ban is illeszthetünk: $U(t_0, t_0) = 1$, $U(t, t') U(t', t_0) = U(t, t_0)$

$$\Rightarrow U(t, 0) U(0, t_0) = U(t, 0) U^{-1}(t_0, 0) = U(t, t_0)$$

$U(t, t_0)$ kielégíti a következő

egyenletet:

$$\left[i \partial_t U(t, t_0) = \mathcal{H}'^I(t) U(t, t_0) \right]$$

$$U(t_0, t_0) = 1$$

$$\begin{aligned}
 i \partial_t U(t, t_0) &= i \partial_t (U(t, 0)) U^{-1}(t_0, 0) = i \left\{ e^{i\mathcal{H}_0 t} i\mathcal{H}_0 e^{-i\mathcal{H}_0 t} - e^{i\mathcal{H}_0 t} i\mathcal{H} e^{-i\mathcal{H}_0 t} \right\} \\
 &\quad \times U^{-1}(t_0, 0) = \\
 &= (i^2) e^{i\mathcal{H}_0 t} (\mathcal{H}_0 - \mathcal{H}) e^{-i\mathcal{H}_0 t} U^{-1}(t_0, 0) = e^{i\mathcal{H}_0 t} \mathcal{H}' e^{-i\mathcal{H}_0 t} U^{-1}(t_0, 0) = \\
 &= \underbrace{e^{i\mathcal{H}_0 t} \mathcal{H}' e^{-i\mathcal{H}_0 t}}_{\mathcal{H}'^I(t)} \underbrace{U(t, 0)}_{U(t, t_0)} U^{-1}(t_0, 0) = \mathcal{H}'^I(t) U(t, t_0)
 \end{aligned}$$

átírjuk integrálegyenletre

$$U(t, t_0) = \mathbb{I} - i \int_{t_0}^t dt' \mathcal{H}'^I(t') U(t', t_0)$$

h.h. $\lambda \ll 1 \Rightarrow$ perturbációs módszer, iteratív megoldás

$$\begin{aligned}
 U(t, t_0) &= \mathbb{I} - i \int_{t_0}^t dt' \mathcal{H}'^I(t') + \frac{(i)^2}{2} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \mathcal{H}'^I(t_1) \mathcal{H}'^I(t_2) + \dots \\
 &+ \frac{(-i)^n}{n!} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 \dots \int_{t_0}^{t_{n-1}} dt_n \mathcal{H}'^I(t_1) \mathcal{H}'^I(t_2) \dots \mathcal{H}'^I(t_n) = *
 \end{aligned}$$

$t_1 \geq t_2 \geq \dots \geq t_n$

$$T[A_1(t_1) \dots A_n(t_n)] = \sum_P \Theta(t_{p_1} \geq t_{p_2} \geq \dots) A_{p_1}(t_{p_1}) \dots A_{p_n}(t_{p_n}) =$$

$\nwarrow$ összes permutáció

$$* = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{t_0}^t dt_1 \dots dt_n T(\mathcal{H}'^I(t_1) \dots \mathcal{H}'^I(t_n)) = T \left[\exp \left(-i \int_{t_0}^t dt' \mathcal{H}'^I(t') \right) \right]$$

$$(*) T \left(\exp \left(-i \int_{t_1}^{t_2} dt' \mathcal{H}'^I(t') \right) \right) = T \left(\exp \left(\int_{t_1}^{t_2} dt' \mathcal{H}'^I(t') \right) \right)$$

(**) ∇ clucletben, ahol $\mathcal{L}'(x)$ - ben nincs derivált

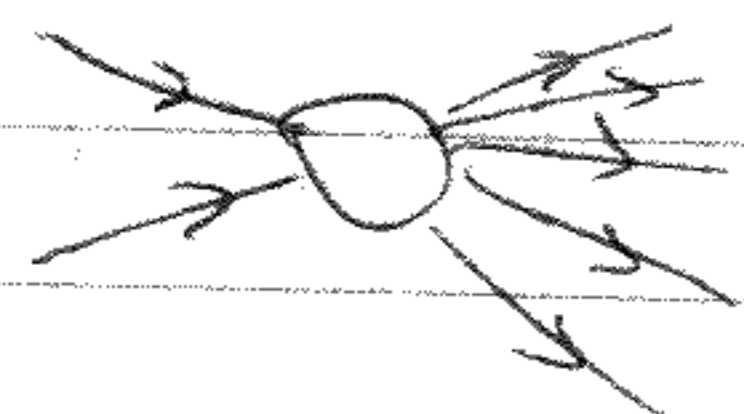
$$-\int d^3x \mathcal{L}'(\vec{x}, t) = \mathcal{H}'^I(t) \rightarrow \int_{t_0}^t dt' \mathcal{H}'^I(t') = \int_{t_0}^t \underbrace{d^4x}_{d^3x} \mathcal{L}'(\vec{x}, t)$$

$$(***) S \text{ matrix } U(+\infty, -\infty) = T \exp \left(i \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \mathcal{H}'^I(t') \right) = T \exp \left(i \int d^4x \mathcal{L}'(x) \right)$$

asimptotikus állapotok és a szórásmatrix:

szórás folyamat:

$2 \rightarrow N$ részecske



nyaláb

előt.



szórás előtt (nyaláb előkészítés) és szórás után (detektorban) szabad részecskék ehhez véges hatótáv tára

szabad állapotok elemei $\rightarrow$ szabad téreroperátorokkal

feltétel $\Rightarrow \phi_i(x), \phi_f(x) \quad (\square + m^2)\phi_i(x) = 0$

$\phi(x,t) \xrightarrow{t \rightarrow \pm\infty} \begin{matrix} \phi_i(x) \\ \phi_f(x) \end{matrix}$ feltétel

$\vec{p}_1, \vec{p}_2 \rightarrow \vec{q}_1, \vec{q}_2$ elterjesztése szórás után

$|i\rangle = |\vec{p}_1, \vec{p}_2\rangle = a^\dagger(\vec{p}_1) a^\dagger(\vec{p}_2) |0\rangle$

$\langle f| = \langle \vec{q}_1, \vec{q}_2| = \langle 0| a(\vec{q}_1) a(\vec{q}_2)$

$|i,t\rangle = U(t, -\infty) |i\rangle \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} U(\infty, -\infty) |i\rangle$

$S_{fi} = \langle f| U(\infty, -\infty) |i\rangle = \langle f| T \exp\left(-i \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \mathcal{H}^I(t')\right) |i\rangle =$
 $= \delta_{fi} - i \int_{-\infty}^{+\infty} dt' \langle f| \mathcal{H}^I(t') |i\rangle - \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 \langle f| \mathcal{H}^I(t_1) \mathcal{H}^I(t_2) |i\rangle + \dots$ λ kicsi

Feynman graf szabályok:

$\mathcal{L}' = \frac{\lambda}{4!} \phi^4(x)$: elméletre λ rendjében S_{fi} -ben additív járulékok

$|i\rangle = \int d^3x_1 d^3x_2 e^{-ip_1x_1} e^{-ip_2x_2} \overleftrightarrow{\partial}_0 \phi(x_1) \overleftrightarrow{\partial}_0 \phi(x_2) |0\rangle$

$+ \overleftrightarrow{\partial}_0 - \overleftrightarrow{\partial}_0 \quad x_1^0, x_2^0 \rightarrow -\infty$

$\langle f| = \langle 0| \int d^3y_1 d^3y_2 e^{iq_1y_1} e^{iq_2y_2} \dots \quad y_1^0, y_2^0 \rightarrow +\infty$

$\mathcal{L}' \sim (a + a^\dagger)^4 \rightarrow 16$ tagból melyik $\neq 0$ járuléku

$\langle 0| a_f a_f : (a + a^\dagger)^4 : a_i^\dagger a_i^\dagger |0\rangle$

$a^\dagger a^\dagger a a$ alaknak

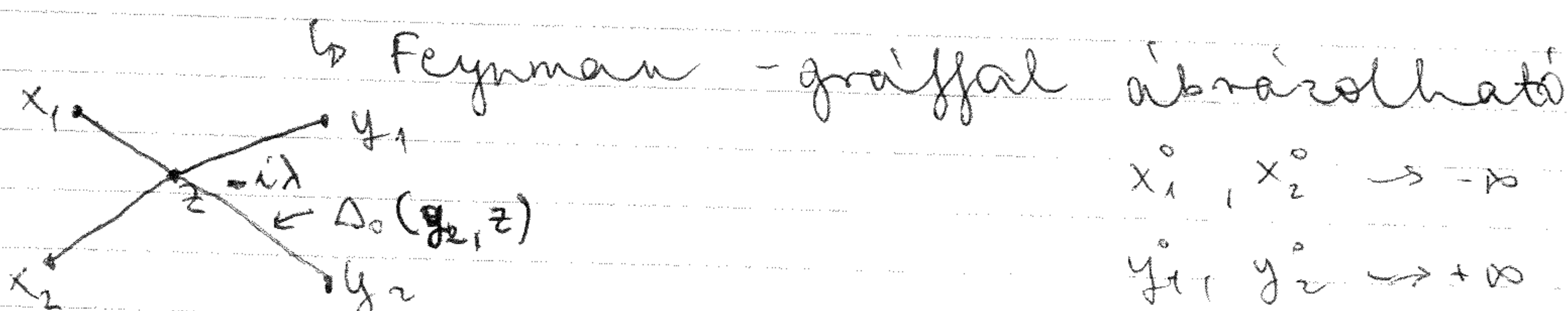
különböző számú $a^\dagger, a$ tagok 0-t adnak

$a - \epsilon$ és $a^\dagger - \epsilon$ cserélgetésével a propagátor egy részét kapjuk

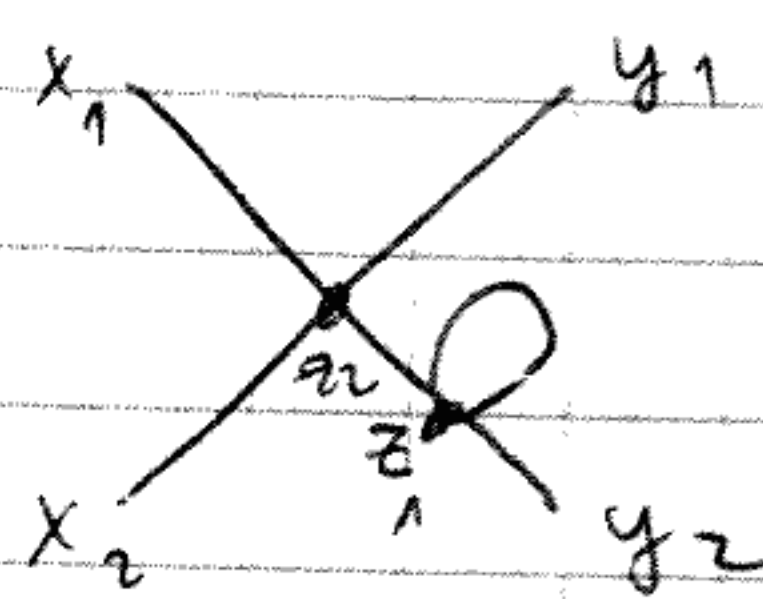
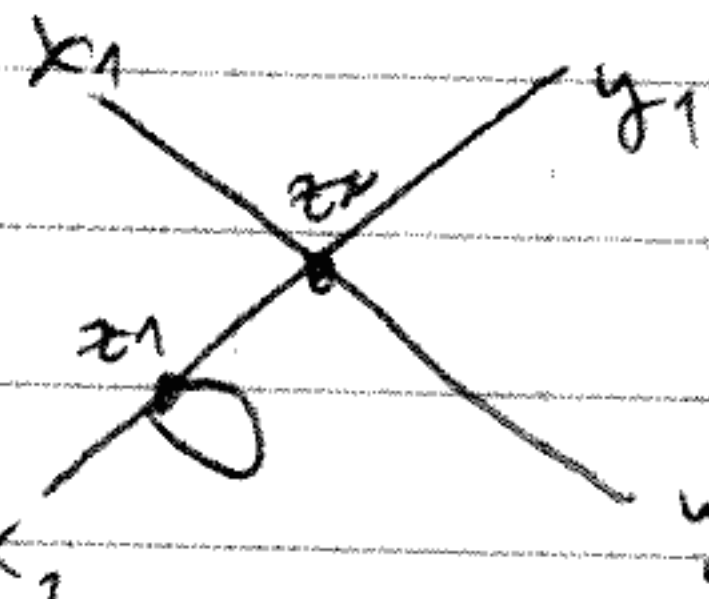
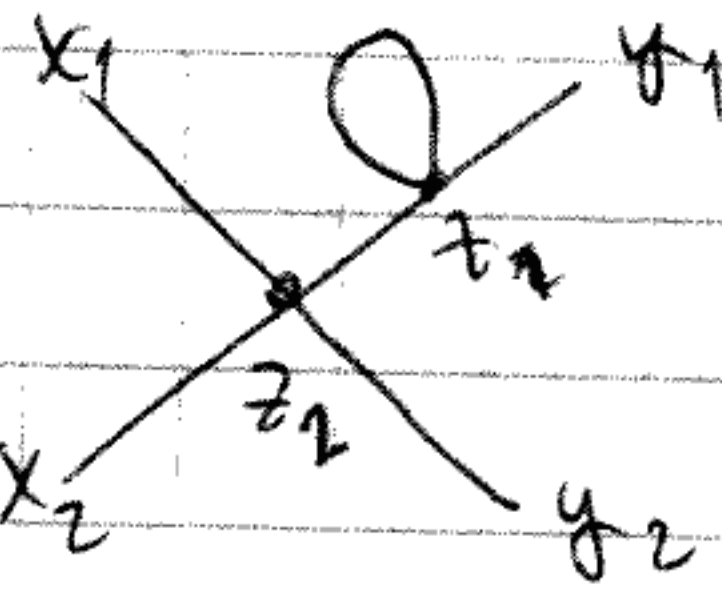
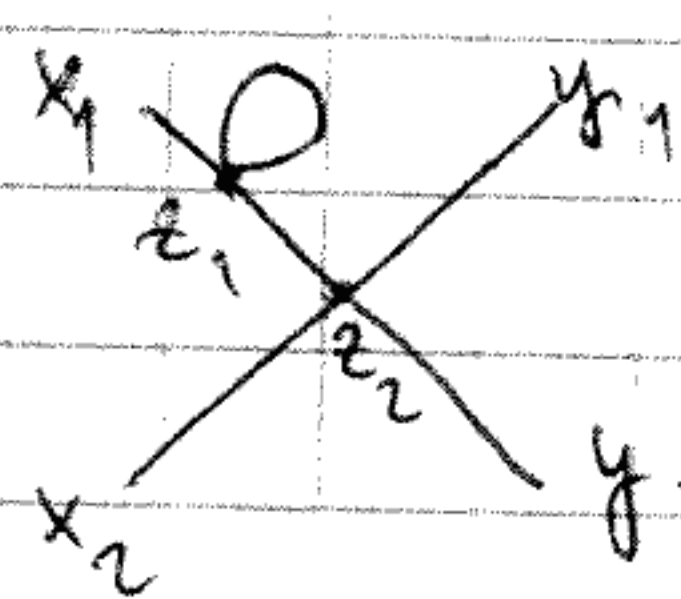
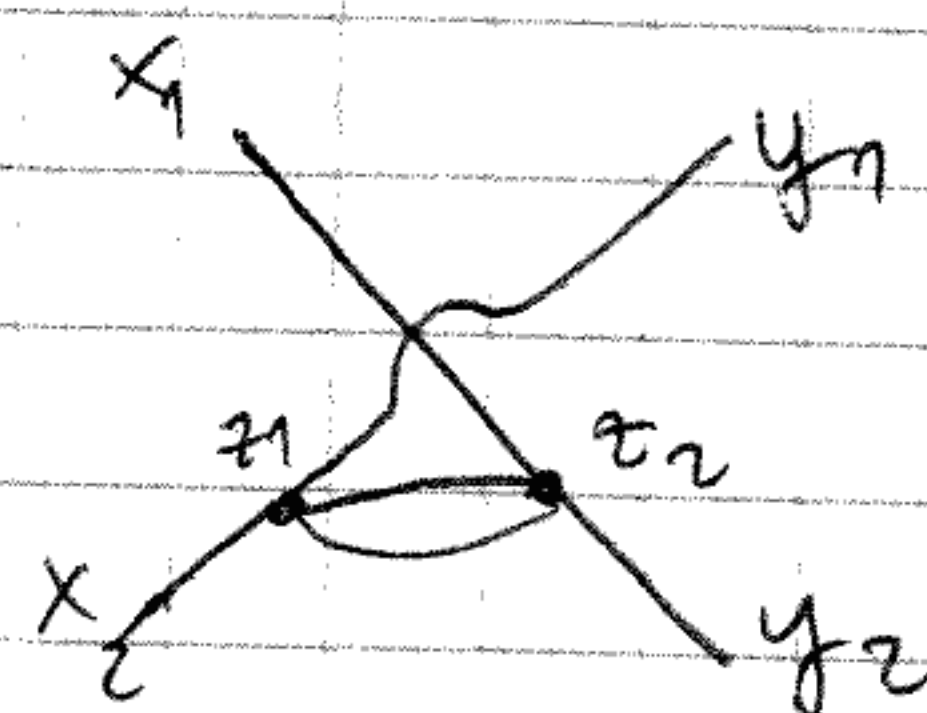
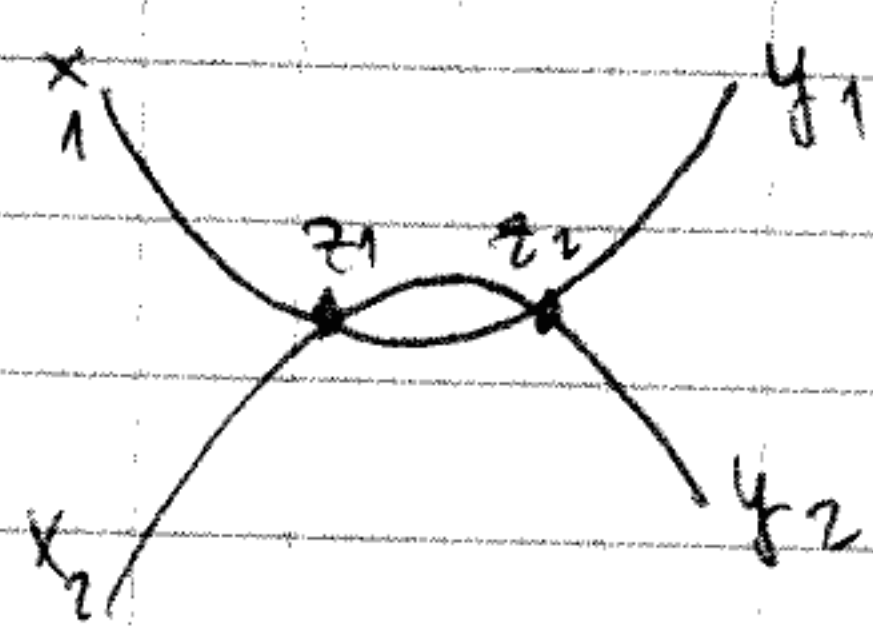
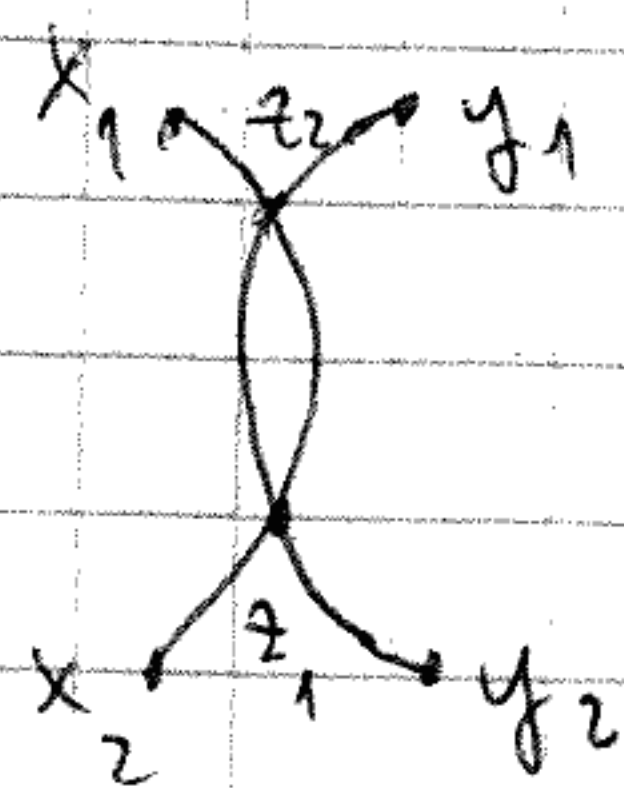
$S_{fi} = \delta_{fi} - i \frac{\lambda}{4!} \int d^4z \langle f| : \phi^4(z) : |i\rangle + \dots = \dots$

$= \delta_{fi} - i\lambda \int d^3x_1 d^3x_2 d^3y_1 d^3y_2 d^4x e^{iq_1y_1} e^{iq_2y_2} e^{-ip_1x_1} e^{-ip_2x_2} \times$

$\times \Delta_0(x_1, z) \Delta_0(x_2, z) \Delta_0(y_1, z) \Delta_0(y_2, z) + \dots$



λ^2 rendben



$$\langle 0 | T(a_f a_f : (a + a^\dagger)^4 : : (a + a^\dagger)^4 : a_i^\dagger a_i^\dagger | 0 \rangle$$

Wick - tétel alapján

$$p_1 \dots p_n \rightarrow q_1 \dots q_m \quad \lambda^N \text{ rendben}$$

1) lépés: $n + m + N$ db pont
 $\begin{matrix} 1 & 1 & 4 \\ \text{lép} & \text{lép} & \text{lép} \end{matrix}$

2) lépés az összes összefüggő grafot lerajzolni

3) minden vonalhoz $\Delta_0(x, y)$, + vertexhez $-i\lambda$

4) vertexek meg pontok helyére integrálni kell

5) szimmetriafaktorok (osztani kell)

Wick - tétel: szabad téroperatorok időrendezett szorzatát fejezi ki a normálrendezett szorzat és Δ_0 segítségével
 (parositás)

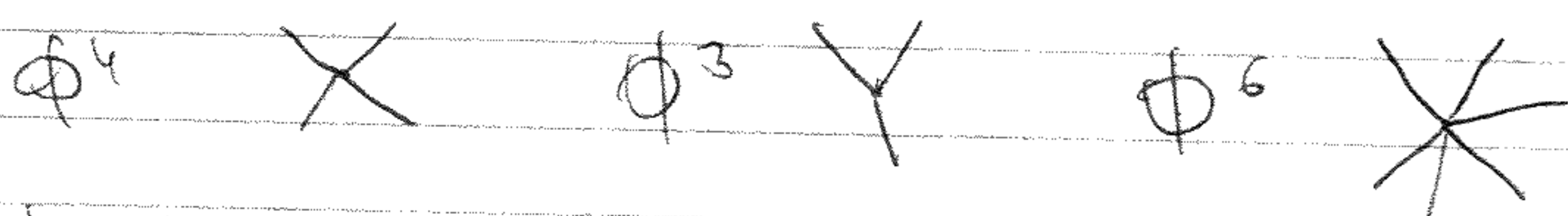
$$\text{legegyszerűbb: } T(\phi(x) \phi(y)) = : \phi(x) \phi(y) : + i \Delta_0(x, y)$$

$$\langle 0 | \phi(x) \phi(y) | 0 \rangle = 0$$

tetszőleges számú operátorra alkalmazható

Maé elméletet

először szabad elmélet $\rightarrow$ Feynman propagátorok
 kölcsönhatásból vertexek



Wick tétel segítségével Feynman szabályok

Elektromágneses mérésvantálása:

$$F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu}$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\nu A_\mu - \partial_\mu A_\nu$$

$$\vec{E}, \vec{B} \rightarrow A^\mu = (\phi, \vec{A}) \quad \vec{B} = \text{rot } \vec{A} \quad \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \phi$$

relativizálással kovariánsan

kovariáns kvantálása!!! (nem kovariáns Coulomb-mértékkel)

térerősség tenzor $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu = -F^{\nu\mu}$ antiszimmetrikus.

$$F^{i0} = E^i \text{ és } F^{ij} = \epsilon^{ijk} B^k$$

11.29.

$$\text{Lagrange: } \mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \sim (\vec{E}^2 - \vec{B}^2) \quad (\hbar = c = 1)$$

kvantálás: • 4 komponensű egyforma'n kezeljük

→ nem mind fizikai (mértéktranszformáció $\vec{E}, \vec{B}$ nem változik, de $\phi, \vec{A}$ igen)

→ $\partial^\mu A_\mu = 0$ Lorentz mértékben számolunk (kovariáns)

klasszikus:

kanonikus impulzus bevezetése (Hamilton - Lagrange formalizmust követhessük)

$$\pi^\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)}$$

→ Ez gondolkodás után látjuk, hogy baj van

1) $\partial^0 A^0 \sim F^{00} = 0 \leftarrow A^0$ nem dinamikai szabadsági fok, nincs kanonikus impulzus

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{\lambda}{2} (\partial^\mu A_\mu)^2 \text{ ahol } \lambda \text{ valós állandó}$$

$$\rightarrow \pi^\mu = F^{\mu 0} - g^{\mu 0} \lambda (\partial^\nu A_\nu) = \begin{cases} \pi^i = F^{i0} = E^i \\ \pi^0 = -\lambda (\partial^\nu A_\nu) \end{cases} \text{ így van}$$

$$g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$$

→ Euler-Lagrange egyenlet

$$\square A_\mu - (1-\lambda) \partial_\mu (\partial^\nu A_\nu) = 0$$

$$\lambda \square \partial^\nu A_\nu = 0$$

$$\square \partial^\nu A_\nu = 0 \text{ ha } \lambda \neq 0$$

alkalmas peremfeltételek mellett a ∞ -ben (green feltét)

ennek csak a $\partial^\nu A_\nu = 0$ a megoldása
(térlegyenletből Lorentz mérték)

tehát az új $\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{\lambda}{2} (\partial^\mu A_\mu)^2$

így van π^ν is csak $-\lambda (\partial^\nu A_\nu) = 0$

↳ Dirac - ényoszer

kvantumos:

nem működik az ami klasszikusan $\rightarrow$ nem lehet

$\partial^\mu A_\mu = 0$ - t operatorosan előírni

állapottól $A \rightarrow A$ fizikai

A fizikai állapot bizonyos feltételekkel választható ki
miért nem lehet $\partial^\mu A_\mu = 0$ feltételt előírni?

kanonikus kvantálás

$[A_\mu(\vec{x}, t), A_\nu(\vec{y}, t)] \stackrel{\text{EKR}}{=} 0 = [\pi^\mu(\vec{x}, t), \pi^\nu(\vec{y}, t)]$

$[A_s(\vec{x}, t), \pi^\nu(\vec{y}, t)] = i \delta_s^\nu \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y})$

$s, \nu = 0$ $[A_0, \pi^0] \neq 0$ ha $\partial^\nu A_\nu = 0$ így ellentmond
ha π -be visszahelyettesítünk

tehát akkor ne adjuk ki: $\lambda = 1$, $\square A_\mu = 0 \rightarrow$ új

mérték $\rightarrow$ Feynman - mérték, megtartjuk $A_s(\vec{x}, t)$

minden komponensét

$[A_s(\vec{x}, t), \pi^\nu(\vec{y}, t)] = i \delta_s^\nu \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y}) \rightarrow \text{EKR}$

$\hookrightarrow \left[\frac{dA_s(\vec{x}, t)}{dt}, A_\nu(\vec{y}, t) \right] = i g_{s\nu} \delta(\vec{x} - \vec{y})$

(skalármező esetén azt láttuk

tér szerinti komponensekre $[\phi(\vec{x}, t), \dot{\phi}(\vec{y}, t)] = i \delta(\vec{x} - \vec{y})$

idő szerinti komponensekre $[\dot{\phi}(\vec{x}, t), \phi(\vec{y}, t)] = i \delta(\vec{x} - \vec{y})$

$\square A_\mu = 0 \rightarrow$ szélhullám megoldást keresünk $\equiv$
 $\equiv$ Fourier - komponens keresés

$$e^{\pm i k x} \quad \xi^0 = \omega(k) = |\vec{k}| \quad \xi^\mu = \text{fényszerű}$$

megoldás:

$$A_\mu(x) = \int d\vec{k} \sum_{\lambda=0}^3 \left(a^\lambda(\vec{k}) \varepsilon_\mu^\lambda(\vec{k}) e^{-i k x} + e^{i k x} \varepsilon_\mu^\lambda(\vec{k})^* a^\lambda(\vec{k}) \right)$$

$$\uparrow \quad d\vec{k} = \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2\omega(\vec{k})} = \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2|\vec{k}|}$$

$$\varepsilon_\mu^{(\lambda)} - \varepsilon \quad \text{Lorentz-vektorok}$$

$\lambda = 0, 1, 2, 3$ -ra $\equiv$ polarizációs vektorok

n^μ : időszerű egységvektor

$$n^0 > 0$$

$$n_\mu n^\mu = 1$$

$\hookrightarrow$ nem lehet úgy megfogatni, hogy < 0

$$\lambda = 1, 2 \Rightarrow i \quad \varepsilon_\mu^{(i)}(\vec{k}) \xi^\mu = 0 = \varepsilon_\mu^{(i)} n^\mu \quad \text{és} \quad \varepsilon_\mu^{(i)} \varepsilon^{(j)\mu} = -\delta^{ij}$$

$\hookrightarrow$ transzverzális polarizációs vektorok

$$\lambda = 3 \quad \varepsilon_\mu^{(3)} \text{ a } (\xi, n) \text{ síkjában van} \quad \varepsilon_\mu^{(3)} n^\mu = 0 \quad \text{és}$$

$$\hookrightarrow \quad \varepsilon_\mu^{(3)} \varepsilon^{(3)\mu} = -1$$

longitudinális polarizációs vektor

$$\lambda = 0 \text{ skalar polarizáció} \quad \varepsilon_\mu^{(0)} := n_\mu$$

tulajdonságai

$$\varepsilon_\mu^{(\lambda)} \cdot (\varepsilon^{(\lambda')\mu})^* = g^{\lambda\lambda'}$$

$$\sum_\lambda \frac{\varepsilon_\mu^{(\lambda)} (\varepsilon_\nu^{(\lambda)})^*}{\varepsilon_\mu^{(\lambda)} \varepsilon_\nu^{(\lambda)}} = g_{\mu\nu}$$

pl. spec. választás

$$u^\mu = (1, 0) \quad \xi^\mu = (|\vec{k}|, 0, 0, |\vec{k}|)$$

akkor a polarizációs vektorok

$$\varepsilon^0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

skalar

$$\varepsilon^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon^2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\varepsilon^3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

transzverzális

$$\perp \vec{k}$$

longitudinális
 $\parallel \vec{k}$

EKR - ből

$$[a^{(\lambda)}(\vec{k}), a^{(\lambda')*}(\vec{k}')] = -g^{\lambda\lambda'} (2\pi)^3 2\omega(\vec{k}) \delta(\vec{k} - \vec{k}')$$

$\forall$ egyéb kommutátor = 0

legyen a Fock vákuum $|0\rangle$

$$a^{(\lambda)}(\vec{E})|0\rangle = 0 \quad \forall \lambda, \vec{E} \quad (\text{nem bűntetjük ki egyik komponensét sem})$$

$$a^{(\lambda)\dagger}(\vec{E})|0\rangle \neq 0 \quad \text{felb. operátor}$$

$$|1\rangle^{(0)} = \text{skalár foton a térben} := \int d\vec{E} f(\vec{E}) a^{(0)\dagger}(\vec{E})|0\rangle \rightarrow$$

$$\rightarrow \text{szét van terve valamilyen eloszlás szerint}$$

$$\langle 1|1\rangle^{(0)} = -\langle 0|0\rangle \int d\vec{E} |f(\vec{E})|^2$$

valamelyik normája negatív $\Leftrightarrow$ valószínűségi értelmezés

$$|1\rangle^{(i)} = \int d\vec{E} f(\vec{E}) a^{(i)\dagger}(\vec{E})|0\rangle$$

$$\langle 1|1\rangle^{(i)} \neq 0 \quad i=1,2,3 \quad (\text{itt } 0 \neq \vec{E})$$

$\mathcal{U} \equiv a|0\rangle$ -ből az összes $a^{(\lambda)\dagger}(\vec{E})$ -val generált Fock-tér $\rightarrow$
ez az állapotter

$\mathcal{U}_{\text{fizikai}} \equiv$ az előzőben vannak negatív normájú teret $\Rightarrow$
ezért ha ebben ügyszekedünk...

Gupta - Blumher: $\forall \mathcal{U}_{\text{fizikai}}, \text{ ahol } \langle \mathcal{U} | \partial^\mu A_\mu | \mathcal{U} \rangle = 0$
(nem operatorosan 0, hanem az adott al térben)

$\Rightarrow \partial^\mu A_\mu = 0$ „gyengén teljesül”

tehát az alternatív dyan megfontolást tesszünk, h
a Lorentz-mérettel valószínűségi értelmezés legyen 0

$$A_\mu(x) = \int d\vec{E} \sum_{\lambda=0}^3 a^{(\lambda)}(\vec{E}) \epsilon_\mu^{(\lambda)}(\vec{E}) e^{-i\vec{E}x} + e^{i\vec{E}x} (\epsilon_\mu^{(\lambda)}(\vec{E})^*)^* a^{(\lambda)}(\vec{E}) := A_\mu^{(+)}(x) + A_\mu^{(-)}(x)$$

pozitív frekvencia's tag

a gyengén teljesüléshez elég $\partial^\mu A_\mu^{(+)}|\mathcal{U}\rangle = 0$

$$i\partial^\mu A_\mu^{(+)} = \int d\vec{E} e^{-i\vec{E}x} \sum_{\lambda=0}^3 a^{(\lambda)}(\vec{E}) \epsilon_\mu^{(\lambda)}(\vec{E}) \epsilon^\mu =$$

trivializálásra $\epsilon_\mu^{(i)}(\vec{E}) \epsilon^\mu = 0$ miatt

trivialisan teljesül

$$= \int d\vec{E} e^{-i\vec{E}x} \sum_{\lambda=0,3} a^{(\lambda)}(\vec{E}) \epsilon_\mu^{(\lambda)}(\vec{E}) \epsilon^\mu$$

$|\Psi\rangle$ szerkezete: $|\Psi\rangle = |\Psi_T\rangle \otimes |\Phi\rangle$

transzverzális $\downarrow$ skálár + longitudinális

$$\text{és } \forall \varepsilon - \text{ra } \sum_{\lambda=0,3} \varepsilon_{\mu}^{(\lambda)} \varepsilon^{\mu} a^{(\lambda)}(\vec{\varepsilon}) |\Phi\rangle = 0$$

pl: $u^{\mu} = (1, 0)$ és $\varepsilon^{\mu} = (|\vec{k}|, 0, 0, |\vec{k}|)$ rendszerben

$$(a^0(\vec{\varepsilon}) - a^3(\vec{\varepsilon})) |\Phi\rangle = 0$$

lemma: $|\Phi\rangle = c_0 |\phi_0\rangle + c_1 |\phi_1\rangle + \dots + c_n |\phi_n\rangle$ alt. m.o.
 $\downarrow$
 $|0\rangle$

ahol $|\phi_n\rangle$: n db skálár + longitudinális gerjesztést tartalmaz $(c_0, c_1, \dots \text{ komplex állandó})$

$$\Rightarrow \langle \Phi | \Phi \rangle = |c_0|^2 \geq 0$$

$\langle \Psi | \Psi \rangle = \langle \Psi_T | \Psi_T \rangle \langle \Phi | \Phi \rangle \geq 0 \rightarrow$ így van valószínűségi értelmezés
 fiz:

$$\hat{N} = \int d\vec{\varepsilon} (a^{(3)}(\vec{\varepsilon})^\dagger a^{(3)}(\vec{\varepsilon}) - a^{(0)\dagger}(\vec{\varepsilon}) a^{(0)}(\vec{\varepsilon}))$$

$\uparrow$
gerjesztések száma

$\uparrow a^{(3)}$
gerjesztések

$\nwarrow a^{(0)}$
gerjesztések

$\ominus$ hogy > 0 szám

$$\hat{N} |\Phi_n\rangle = n |\Phi_n\rangle$$

Φ_n -re igaz, hogy $(a^{(0)}(\vec{\varepsilon}) - a^{(3)}(\vec{\varepsilon})) |\Phi\rangle = 0$

$$a^{(0)}(\vec{\varepsilon}) |\Phi_n\rangle = a^{(3)}(\vec{\varepsilon}) |\Phi_n\rangle \text{ és } \langle \Phi_n | a^{(0)\dagger}(\vec{\varepsilon}) = \langle \Phi_n | a^{(3)\dagger}(\vec{\varepsilon})$$

$$\begin{aligned} \langle \Phi_n | \hat{N} | \Phi_n \rangle = n \langle \Phi_n | \Phi_n \rangle &= \int d\vec{\varepsilon} \left\{ \langle \Phi_n | a^{(3)\dagger}(\vec{\varepsilon}) a^{(3)}(\vec{\varepsilon}) | \Phi_n \rangle - \right. \\ &\quad \left. - \langle \Phi_n | a^{(0)\dagger}(\vec{\varepsilon}) a^{(0)}(\vec{\varepsilon}) | \Phi_n \rangle \right\} = 0 \\ &\quad \overbrace{\langle \Phi_n | a^{(2)\dagger}(\vec{\varepsilon}) a^{(3)}(\vec{\varepsilon}) | \Phi_n \rangle} \end{aligned}$$

tehát

$$n \langle \Phi_n | \Phi_n \rangle = 0$$

$$\langle \Phi_n | \Phi_n \rangle = \delta_{n,0} \rightarrow \langle \Phi_0 | \Phi_0 \rangle = 1$$

látjuk $\langle \Phi_n | \Phi_m \rangle = 0$, ha $n \neq m$

így $\langle \Phi | \Phi \rangle = |c_0|^2 \geq 0$ triviális áll.

megmutatjuk, hogy a fizikai téren a fizikai mennyiségek várható értéke a) csak transzverz fotonokból
 b) c_i tetszőleges $\rightarrow$ nem ad járulékot

$$\mathcal{H} = \int d^3x : (\pi_\mu \dot{A}^\mu - \mathcal{L}) : = \frac{1}{2} \int d^3x \left\{ \sum_{i=1}^3 \dot{A}_i^2 + (\nabla A_i)^2 - \dot{A}_0^2 - (\nabla A_0)^2 \right\} =$$

$$= \int d\vec{\epsilon} \omega(\epsilon) \left(\sum_{i=1}^3 a^{(i)+}(\vec{\epsilon}) a^{(i)}(\vec{\epsilon}) - a^{(0)+}(\vec{\epsilon}) a^{(0)}(\vec{\epsilon}) \right)$$

$$\frac{\langle \Psi | \mathcal{H} | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} = \frac{1}{\langle \Psi | \Psi \rangle} \left\{ \langle \Psi_T | \int d\vec{\epsilon} \omega(\epsilon) \sum_{i=1,2} a^{(i)+}(\vec{\epsilon}) a^{(i)}(\vec{\epsilon}) | \Psi_T \rangle \langle \Phi | \Phi \rangle + \right.$$

$$\left. + \langle \Psi_T | \Psi_T \rangle \langle \Phi | \int d\vec{\epsilon} \omega(\epsilon) \left(a^{(1)+}(\vec{\epsilon}) a^{(3)}(\vec{\epsilon}) - a^{(0)+}(\vec{\epsilon}) a^{(0)}(\vec{\epsilon}) \right) | \Phi \rangle \right\} =$$

$$0, \text{ mert } \langle |N| \rangle$$

$$= \frac{1}{\langle \Psi_T | \Psi_T \rangle \langle \Phi | \Phi \rangle} \langle \Psi_T | \int d\vec{\epsilon} \omega(\epsilon) \sum_{i=1,2} a^{(i)+}(\vec{\epsilon}) a^{(i)}(\vec{\epsilon}) | \Psi_T \rangle \langle \Phi | \Phi \rangle =$$

$$= \frac{1}{\langle \Psi_T | \Psi_T \rangle} \langle \Psi_T | \int d\vec{\epsilon} \omega(\epsilon) \sum_{i=1,2} a^{(i)+}(\vec{\epsilon}) a^{(i)}(\vec{\epsilon}) | \Psi_T \rangle$$

A fizikai értelemben normál rendben a fizikai mennyiségek várható értékében csak Ψ_T játék szerepelt. Itt rá azért van mégis szükség, hogy a mennyiségek a lokális tulajdonságukat is megtartsák.

A fonon propagátor: időrendezett szorzat

12.06.

vákuumérték (2 = 1 Feynman - mértékben)

$$T[A_\mu(x) A_\nu(y)] = \Theta(x_0 - y_0) A_\mu(x) A_\nu(y) + \Theta(y_0 - x_0) A_\nu(y) A_\mu(x)$$

$\square A_\mu = 0$ mozgásegyenlettel $T[A_\mu A_\nu]$ levezethető

v. $A_\mu(x)$ kifejtésével, $[a^{(\lambda)}(\vec{\epsilon}) a^{(\lambda')\dagger}(\vec{\epsilon}')] = \delta_{\lambda\lambda'} \delta_{\vec{\epsilon}\vec{\epsilon}'}$ kommutátorral

$$\langle 0 | T[A_\mu(x) A_\nu(y)] | 0 \rangle = i g_{\mu\nu} D_F(x-y) = -i g_{\mu\nu} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ik(x-y)}}{k^2 + i\epsilon}$$

(íé ugyanolyan, mint skálármezőnél)

$$D_F(x) = \frac{1}{4\pi^2 i} \frac{1}{x^2 - i\epsilon}$$

Az $1/2$ spinű részecskék kvantumelmélete (a kvantált elektron mezo)

Dirac - egyenlet

$$\hbar = c = 1 \rightarrow \Delta x \Delta p \sim 1$$

ha Compton-hullámhossznál kisebb helyre lokalizáljuk

(a részecskét $\Delta x < \frac{1}{m} \Rightarrow \Delta E \sim \Delta p > m \Rightarrow$ új részecs-

ke tud keletkezni $\Rightarrow$ ki kell lépni az egyrészecske

kvantummechanikából $\rightarrow$ kvantumtérelmélet

$\Psi(x) \leftrightarrow$ Dirac-egyenlet klasszikus téregyenlet és

klasszikus mezőként tekintünk

$\Psi(x)$ Lorentz-trajfó alatt Dirac-bispinor

Dirac-egyenlet emléktetű:

$\hookrightarrow \Psi(x)$ 4 komponensű (spinorindex, oszlopvektor)

$\hookrightarrow (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi(x) = 0$

$[i(\gamma^\mu)_{ij} \partial_\mu - m \mathbb{1}_{ij}] \Psi_j(x) = 0 \quad \forall j$

$\hookrightarrow \gamma^\mu$ Dirac mátrixok $\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \quad (= \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu)$

$\hookrightarrow$ standard reprezentáció:

$\gamma_0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1}^{2 \times 2} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1}^{2 \times 2} \end{pmatrix} \quad \gamma_i = \begin{pmatrix} 0 & +\sigma_i \\ -\sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_i: \text{Pauli reprezentáció}$

γ_0 hermitikus, γ_i antihermitikus

$\hookrightarrow$ síkhullám megoldásokat

$p_0 = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$

$u(p)e^{-ipx}$

$v(p)e^{ipx}$

pozitív -

negatív

frekvenciák m.o.

$(\gamma^\mu p_\mu - m)u(p) = 0$

$(\gamma^\mu p_\mu + m)v(p) = 0$

ha $m \neq 0$, nyugalmi rendszerben 2 spin be-

állási lehetőség

$\chi_{s=\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\chi_{s=-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$u_s(\vec{p}) = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2} \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{p^0 + m} \chi_s \end{pmatrix},$

$\bar{u}_s := u_s^\dagger \gamma^0$

$\bar{u}_s u_s = 2m$ normalizálás

$v_s(\vec{p}) = -\sqrt{\vec{p}^2 + m^2} \begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{p^0 + m} \epsilon \chi_s \\ \epsilon \chi_s \end{pmatrix}, \quad \epsilon = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \bar{v}_s v_s = 2m$

$\hookrightarrow$ általános m.o.:

$\Psi(x) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3 2p^0} \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \left(e^{ipx} v_s(\vec{p}) b_s^\dagger(\vec{p}) + e^{-ipx} u_s(\vec{p}) a_s(\vec{p}) \right)$

$\alpha_s(\vec{p})$, $\beta_s(\vec{p})$ két db komplex fv.

most kvantálni szeretnénk $\rightarrow$ síkhullám együtthatókat
operátorosítása $\alpha_s(\vec{p}) \rightarrow a_s(\vec{p})$

$$\beta_s^*(\vec{p}) \rightarrow b_s^+(\vec{p})$$

$\Psi(x)$ komplex mérő $\Rightarrow$ két különböző fv. / op.

$$\bar{\Psi}(x) = \Psi^\dagger(x) \gamma^0 = \dots a_s^\dagger(\vec{p}) + \dots b_s(\vec{p}) \text{ lesz benne}$$

Pauli elv $\rightarrow$ azonos $1/2$ spinű részecskéket rend-
sorukat hfv-e antiszimmetrikus

$$\Rightarrow \{a_s(\vec{p}), a_{s'}(\vec{p}')\} = 0$$

$$\{b_s^+(\vec{p}), b_{s'}^+(\vec{p}')\} = 0$$

$$b_s^+(\vec{p}) b_s^+(\vec{p}') |0\rangle = -b_s^+(\vec{p}') b_s^+(\vec{p}) |0\rangle$$

$$\Rightarrow = 0$$

nem lehetnek
egyszerű állapotban

$$\{a_s(\vec{p}), a_{s'}^\dagger(\vec{p}')\} = \delta_{ss'} \delta(\vec{p} - \vec{p}') (2\pi)^3 2p^0$$

$$\{b_s(\vec{p}), b_{s'}^\dagger(\vec{p}')\} = \delta_{ss'} \delta(\vec{p} - \vec{p}') (2\pi)^3 2p^0$$

Feltétel vákuum $b_s(\vec{p}) |0\rangle = a_s(\vec{p}) |0\rangle = 0$

ez a választás konzisztens:

Heisenberg egyenlet $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial t} = i[\mathcal{H}, \mathcal{H}]$ igaz

$|0\rangle$ részecskementes állapot, $\mathcal{H}|0\rangle = 0$ legyen

egyrészecske állapotok energiája pozitív legyen

$$\int d^3p \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \left(e^{ipx} v_s(\vec{p}) i p^0 b_s^+(\vec{p}) - e^{-ipx} u_s(\vec{p}) i p^0 a_s(\vec{p}) \right) =$$

$$= \int d^3p \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \left(e^{ipx} v_s(\vec{p}) i [\mathcal{H}, b_s^+(\vec{p})] + e^{-ipx} u_s(\vec{p}) i [\mathcal{H}, a_s(\vec{p})] \right)$$

$$[\mathcal{H}, b_s^+(\vec{p})] = p^0 b_s^+(\vec{p}) \text{ és } [\mathcal{H}, a_s(\vec{p})] = -p^0 a_s(\vec{p})$$

$$\mathcal{H}^\dagger = \mathcal{H}$$

$$[\mathcal{H}, b_s(\vec{p})] = -p^0 b_s(\vec{p})$$

$$[\mathcal{H}, a_s^\dagger(\vec{p})] = p^0 a_s^\dagger(\vec{p})$$

$$a_s^\dagger(\vec{p}) |0\rangle$$

$$b_s^\dagger(\vec{p}) |0\rangle$$

$\left. \begin{matrix} a_s^\dagger(\vec{p}) |0\rangle \\ b_s^\dagger(\vec{p}) |0\rangle \end{matrix} \right\} p = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2}$ az sajátértékű állapotok
pozitív energiásak.

$$\|a_s(\vec{p})^\dagger |0\rangle\| \Rightarrow \langle 0|a_s(\vec{p})a_s^\dagger(\vec{p}')|0\rangle = \delta_{ss'} (2\pi)^3 2p^0 \delta(\vec{p}-\vec{p}') \underbrace{\langle 0|0\rangle}_1$$

$(2\pi)^3 2p^0 > 0$ kovariancia normált egyrészecske állapot

$\{a_s^\dagger(\vec{p}), b_s^\dagger(\vec{p})\} |0\rangle$ 4 db degenerált sajátállapota

$\mathcal{H}$ -nak $\rightarrow$ 2 spinbeállítás 2 állapotot magyaráz

Dirac egyenlet kvantálása kevésbé heurisztikusan:

Dirac egyenlet klasszikus téregyenlet $\rightarrow$ Lagrange

$$[\mathcal{L} = \bar{\Psi} i \gamma^\mu \partial_\mu \Psi - m \bar{\Psi} \Psi] \quad \bar{\Psi} = \Psi^\dagger \gamma^0$$

parc. int. $[\mathcal{L} = \frac{i}{2} (\bar{\Psi} \gamma^\mu \partial_\mu \Psi - \partial_\mu \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi) - m \bar{\Psi} \Psi]$ két ekvivalens alak

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{\Psi}} = \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \bar{\Psi}} \rightarrow \frac{i}{2} \gamma^\mu \partial_\mu \Psi - m \Psi = \partial_\mu (-i \gamma^\mu \Psi) \rightarrow \text{Dirac-e.}$$

$\mathcal{L}$ nem függ a koordinátától $\Rightarrow \Theta^{\mu\nu}$ megmarad

$$\Theta^{\mu\nu} = \partial^\nu \Psi \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \Psi} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \bar{\Psi}} \partial^\nu \bar{\Psi}$$

$$P^\mu = \int d^3x \Theta^{0\mu}$$

$$P^0 = \mathcal{H}$$

megmaradó 4-es impulzus

$$P^\mu = \int d\vec{p} p^\mu \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} (a_s^\dagger(\vec{p}) a_s(\vec{p}) - b_s^\dagger(\vec{p}) b_s(\vec{p}))$$

$\mathcal{H}|0\rangle = 0$ kellene $\Rightarrow$ normálrendezés kell

$$:b b^\dagger: = \cancel{b b^\dagger} - \{b, b^\dagger\} = \boxed{-b^\dagger b}$$

femionok miatt $\ominus$ jel

$$:P^\mu: = \int d\vec{p} p^\mu \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} (a_s^\dagger(\vec{p}) a_s(\vec{p}) + b_s^\dagger(\vec{p}) b_s(\vec{p}))$$

$\mathcal{L}$ szimmetriája $\Psi \rightarrow \Psi e^{i\alpha}$ $\bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi} e^{-i\alpha}$ α valós

infinitesimalisan $\Psi \rightarrow \Psi(1+i\alpha)$, $\bar{\Psi} \rightarrow \bar{\Psi}(1-i\alpha) = \bar{\Psi} + \delta\bar{\Psi}$

$$F^\mu = \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi$$

megmaradó áram

$$Q = \int d^3x \bar{\Psi} \gamma^0 \Psi = \int d^3x \underbrace{\Psi^\dagger \gamma^0 \gamma^0 \Psi}_1$$

$$Q|0\rangle = 0 \text{ legyen}$$

$$\Psi^\dagger \Psi \sim \cancel{b b^\dagger} (b + a^\dagger)(b^\dagger + a) = b b^\dagger + a^\dagger b^\dagger + a^\dagger a + b a$$

$$\langle 0|Q|0\rangle = 0$$

$\langle 0|$

$|0\rangle$

normálrendezés

$$:Q: = \int d\vec{p} \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} (a_s^\dagger(\vec{p}) a_s(\vec{p}) - b_s^\dagger(\vec{p}) b_s(\vec{p}))$$

extra két állapot mivel a^+ -tel és b^+ -tel feltett részecsek ellentétes töltéssajátállapotok sajátértékű

összefoglalva: Dirac egyenlet kvantálása

↳ antikommutátorok

↳ normarendezés (csepe $\Rightarrow \theta$)

↳ Pauli elv működik

↳ vákuum fölött csak pozitív energiájú állapotok

↳ ellenkező megmaradó töltésű részecskéknél létezését látja le

elektront kvantálunk $\rightarrow Q$ -t elektromos töltéssel kapcsol

csolatba lehet hozni $\rightarrow$ elektron töltése $-e \rightarrow :Q: - \text{ben } (-e)$

külső em térben felírt Dirac-egyenlet

$$[i\gamma^\mu (\partial_\mu - ieA_\mu) - m]\Psi = 0$$

$\uparrow$ em vektort. kesvektor

(Ebből kijön nemrelativisztikusan a Pauli-egyenlet)

$$\mathcal{L}' = \bar{\Psi} i\gamma^\mu \partial_\mu \Psi - m \bar{\Psi} \Psi + e \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi A_\mu$$

megj: $a_s(\vec{p}), b_s(\vec{p}) \dots$ antikommutátorokat át lehet

fogalmazni

$$\{\Psi_i(\vec{x}, t), \bar{\Psi}_j(\vec{y}, t)\} = (\gamma^0)_{ij} \delta(\vec{x} - \vec{y})$$

$$\{\Psi(\vec{x}, t), \Psi(\vec{y}, t)\} = 0 = \{\bar{\Psi}(\vec{x}, t), \bar{\Psi}(\vec{y}, t)\} \quad (\text{EKR-el helyett})$$

$$\pi_\Psi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \Psi} = \bar{\Psi} i\gamma^0$$

$$\gamma^0 \gamma^0 = 1$$

egyzidejű antikommutátor: $\{\Psi_i(\vec{x}, t), \pi_{\Psi j}(\vec{y}, t)\} = i\delta_{ij} \delta(\vec{x} - \vec{y})$

$\frac{1}{2}$ spinű mező kvantumelmélete:

$a_s(\vec{p}), a_s^\dagger(\vec{p}), b_s(\vec{p}), b_s^\dagger(\vec{p})$ antikommutátorokkal

$\Psi(\vec{x}, t)_i$ komponensek antikommutációs tulajdonságaiban

$$\{\Psi_i(\vec{x}, t), \bar{\Psi}_j(\vec{y}, t)\} = (\gamma_0)_{ij} \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y})$$

i, j : spinorindexek

$$\{\Psi(\vec{x}, t), \Psi(\vec{y}, t)\} = 0 = \{\bar{\Psi}(\vec{y}, t), \bar{\Psi}(\vec{x}, t)\} \quad \forall i, j$$

azonos kanonikus kvantálással, ha antikommutátorral kvantálunk

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\Psi$$

$$P_\Psi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_0 \Psi} = \bar{\Psi} i \gamma_0 \quad \{\Psi_i(\vec{x}, t), P_\Psi(\vec{y}, t)_j\} = i \delta_{ij} \delta^{(3)}(\vec{x} - \vec{y})$$

és $\forall$ egyéb egyidejű antikommutátor = 0

$(\gamma^0)^2 = 1$ kihasználásával belátható

ha $\hbar \rightarrow 0$ visszainyuk $\{ \quad \} = \hbar \underline{\quad}$

klasszikus limit: $\hbar \rightarrow 0$ $\{\Psi_i(\vec{x}, t), \bar{\Psi}_j(\vec{y}, t)\} = 0$

$\Rightarrow$ nem c-számok v. függvények !!!

(Grassmann algebra

fermion mező funkcionálintegrálját újra kell definiálni)

$$a_s(\vec{p})|0\rangle = 0 \quad b_s(\vec{p})|0\rangle = 0 \quad \text{Fock-vákuum } |0\rangle$$

(betöltött "Dirac-tenger")

mi történne, ha az $\frac{1}{2}$ spinű mezőt kommutátorral kvantálnánk? $\rightarrow$ energia $\neq$ nem lenne alulról korlátozott $\rightarrow$ lokálitás nem teljesülne

$\frac{1}{2}$ spinű mező időrendezett normata és propagátora

$$T[\Psi_i(x), \bar{\Psi}_j(y)] = \theta(x_0 - y_0) \Psi_i(x) \bar{\Psi}_j(y) - \theta(y_0 - x_0) \bar{\Psi}_j(y) \Psi_i(x)$$

$$\text{propagátor } \langle 0|T(\Psi_i(x), \bar{\Psi}_j(y))|0\rangle = i S(x-y)_{ij}$$

$S(x-y)$ is meghatározható

1. szabad téregyenlettel levezetjük az egyenletét
 $(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)_{ij} \langle 0 | T(\psi_i(x) \bar{\psi}_j(y)) | 0 \rangle = i\delta_{ij} \delta^{(4)}(x-y)$

megoldjuk az inhomogén differenciáegyenletet

2. $\psi, \bar{\psi}$ kifejtésével (a, b segítségével) és Wick-tétellel
 $T(\psi(x) \bar{\psi}(y)) = iS(x-y) + :\psi(x) \bar{\psi}(y):$

eredmény:

$$S(x-y) = \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ik(x-y)} \frac{\not{k} + m}{k^2 - m^2 + i\epsilon}$$

$$\not{k} = \gamma^\mu k_\mu$$

mint a skalárnál

A relativisztikus kvantumelektrodinamika (QED) alapjai:

elektromágneses
mező

elektron/
pozitron

kölcsönhatás

$$\mathcal{L}_{QED} = \mathcal{L}_F + \mathcal{L}_{\psi/\bar{\psi}} + \mathcal{L}_I$$

$\lambda = 1$ Feynman-méret

$$\mathcal{L}_F = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} - \frac{1}{2} (\partial_\mu A^\mu)^2$$

$$\mathcal{L}_{\psi/\bar{\psi}} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi$$

$$\mathcal{L}_I = e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu$$

$\mathcal{L}_{QED}$ klasszikusan

$$\partial_\nu F^{\mu\nu} = \square A^\mu = -e \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$$

Maxwell

egyenlet

és

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - ieA_\mu) \psi - m\psi = 0$$

első

rendű Dirac egyenlet

impulzusok szorzatos módon előállíthatók

$$:\mathcal{H}: = \int d^3x (\pi_i \dot{\Phi}_i - \mathcal{L}) =$$

↑
összes mező

$$= \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} \dot{\vec{A}}^2 + \frac{1}{2} (\vec{\nabla} A_0)^2 - \frac{1}{2} (\vec{A}_0)^2 - \frac{1}{2} (\vec{\nabla} A_0)^2 - i \bar{\psi} \gamma^i \vec{\nabla}_i \psi - m \bar{\psi} \psi \right\} + \int d^3x \bar{\psi} \gamma^\mu \psi A_\mu$$

$$\mathcal{H}_0 + \mathcal{H}_I$$

kölcsönhatási lépben

Ψ operátor $\mathcal{H}_0$ -al fejlődik

$$|\Psi\rangle \text{ állapot } i \frac{\partial |\Psi\rangle}{\partial t} = \mathcal{H}'_I |\Psi\rangle$$

$\mathcal{H}_0$ szerint fejlődik

Szörasmatrix

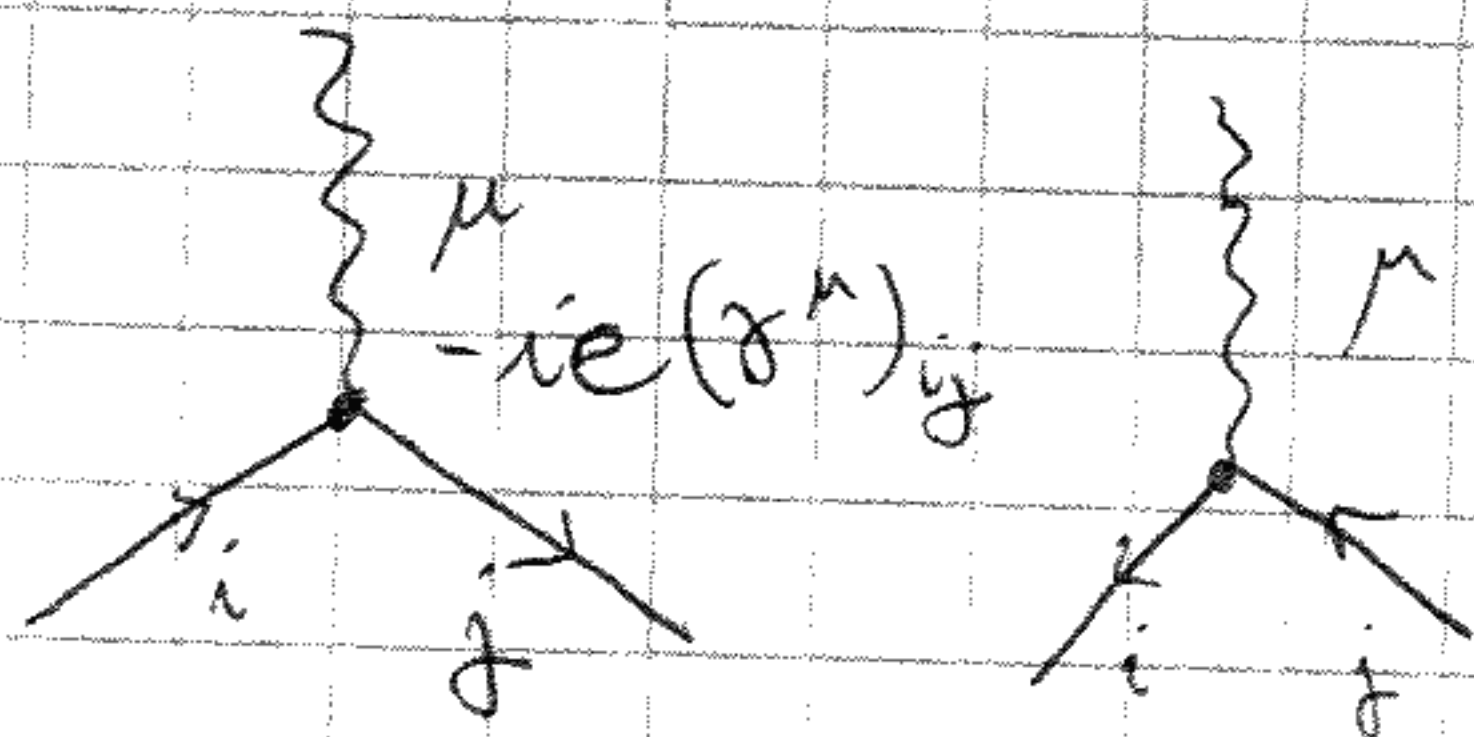
$$|i\rangle \rightarrow |f\rangle$$

$$S_{if} = T(\langle f | \exp(-i \int_{-\infty}^{\infty} dt \mathcal{H}'_{int}(t)) | i \rangle)$$

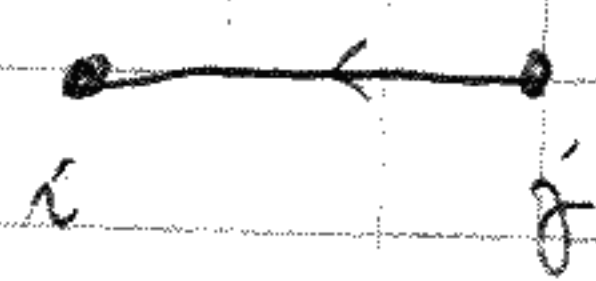
$$\int_{-\infty}^{\infty} dt \mathcal{H}'_I(t) = -ei \int d^4x : \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi : A_\mu$$

$\downarrow$
vertex(x)

$\mathcal{H}_I$ töltést megőrzi $\rightarrow$ vertexekben is megmarad

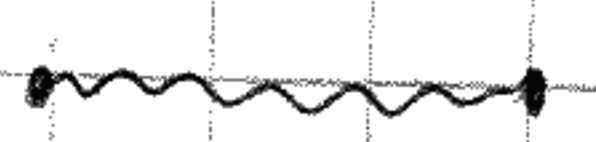


/töltés



$$iS_{ij}$$

(fermion propagátor)



$$ig_{\mu\nu} D_F$$

(fotonpropagátor)

vagy átfutó fermionvonalak v. zárt hurkok

$\downarrow$
(-1) szorzó