

propagátorok

mértéktér

$$\tilde{\Delta}_{\mu\nu}^{ab}(k) = \int^{ab} \frac{1}{\hat{k}^2} \left[\delta_{\mu\nu} - (1-\alpha) \frac{\hat{k}_\mu \hat{k}_\nu}{k^2} \right]$$

Sim-beli kvadr. rész $\rightarrow$ 2 pont vertex

$$V_e(\mu, b; VC) = -\frac{N}{12} \mu^2 \int^{bc} \delta_{\mu\nu} \frac{1}{a^2}$$

ghost propagator;

$$\tilde{\Delta}_{FP}^{ab}$$

FP részről is

$\propto$

$$(k) = \int^{ab} \frac{1}{\tilde{k}^2}$$

3 pont vertex

for

renorm csoport

$\bar{\gamma}$ renormálás

2011. okt. 13.

volt: $\beta_{\text{LAT}}(g, \mu a) = -a \frac{\partial g}{\partial a} \bigg|_{g_{\text{MOM}}} = \underbrace{\left\{ \frac{-g^3}{16\pi^2} \frac{11}{3} N + \mathcal{O}(g^5) \right\}}_{\beta_0} \cdot (1 + \mathcal{O}(g^2 \mu^2))$

g⁵-es tagból

integrálva

az első a dimenziót

$$a = \exp - \int g \frac{dg'}{\beta_{\text{LAT}}(g')} = \Lambda_{\text{LAT}}^{-1} \exp \left(-\frac{1}{\beta_0 g^2} \right) (\beta_0 g^2)^{-\frac{\beta_1}{2\beta_0}}$$

$$\Lambda_{\text{LAT}} = \lim_{g \rightarrow 0} \frac{1}{a} \exp \left(-\frac{1}{2\beta_0 g^2} \right) (\beta_0 g^2)^{-\frac{\beta_1}{2\beta_0}} \cdot (1 + \mathcal{O}(g^2))$$

Λ_{LAT} egyetlen dimenziós mennyiség

minden tömeg: $m = c_m \cdot \Lambda_{\text{LAT}}$

renorm. csat. futása:

$$\beta = \mu \frac{\partial g_{\text{MOM}}}{\partial \mu} / g$$

$$\beta(g_{\text{MOM}}) = -\beta_0 g_{\text{MOM}}^3 + \mathcal{O}(g_{\text{MOM}}^5)$$

$$\mu^{-1} = \Lambda_{\text{MOM}}^{-1} \exp\left(-\frac{1}{2\beta_0 g_{\text{MOM}}^2}\right) (\beta_0 g_{\text{MOM}}^2)^{-\frac{\beta_1}{2\beta_0^2}}$$

$$\Lambda_{\text{MOM}} = \lim_{g \rightarrow 0} \mu \exp\left(-\frac{1}{2\beta_0 g_{\text{MOM}}^2}\right) (\beta_0 g_{\text{MOM}}^2)^{-\frac{\beta_1}{2\beta_0^2}}$$

$$\frac{\Lambda_{\text{MOM}}}{\Lambda_{\text{LAT}}} = \lim_{g \rightarrow 0} g \mu \exp\left\{\frac{g}{g_{\text{MOM}}} \left(\frac{1}{g^2} - \frac{1}{g_{\text{MOM}}^2}\right)\right\}$$

$$\frac{\Lambda_{\text{MOM}}}{\Lambda_{\overline{\text{MS}}}} = 2,896 \quad \text{SU}(3)$$

Evo's csat. kifejtés

$$\beta \rightarrow 0, \quad g \text{ nagy} \quad \beta \sim \frac{1}{g}$$

bag: $g \rightarrow 0$ a kontin

hata's: $e^{-\beta \cdot P}$ β analóg $\frac{1}{kT}$

↑
plakett

magas hőm. kifejtés & Hopping
paraméter kif.

Tízet mértékeln Wilson-hatással:

$$S = \sum_p S_p(U_p)$$

$$S_p(U) = -\frac{\beta}{2N} (\text{Tr} U + \text{Tr} U^\dagger - 2N)$$

$$0 \leq S_p(U) \leq 2\beta$$

$$\beta \rightarrow 0 \text{ lineár } S_p \rightarrow 0 \quad e^{-S_p} \rightarrow 1$$

$$e^{-S_p(u)} = 1 + f_p(u)$$

$$f_p(u) \xrightarrow{\beta \rightarrow 0} 0 \quad \text{~~hatalmas~~ } f_p(u) \text{ határyai szerint}$$

$$e^{-S} = \prod_p e^{-S_p} = \prod_p (1 + f_p) = (1 + f_{p_1})(1 + f_{p_2}) \dots =$$

$$= 1 + \sum_p f_p + \sum_{p_1 p_2} f_{p_1} f_{p_2} + \dots = \sum_p \prod_{p \in P} f_p$$

~~II~~

karakter lifestessé

P totál. plakett halmoz
(úgy is)

$$e^{-S_p(u)} = \sum_r \underbrace{d_r C_r(\beta)}_{\substack{\text{kif. elő} \\ \text{representációkon} \\ \text{fut}}} \chi_r(u)$$

$$r=0 \text{ -t kiemelve} \quad d_0 = 1 \quad D_0(u) = 1$$

$$C_0 \neq 0$$

$$\lim_{\beta \rightarrow 0} C_0(\beta) = 1$$

$$e^{-S_p(u)} = C_0(\beta) \left\{ 1 + \sum_{r \neq 0} d_r a_r(\beta) \chi_r(u) \right\} =$$

$$= C_0(\beta) \{ 1 + f_p(u) \}$$

$$a_r(\beta) = \frac{C_r(\beta)}{C_0(\beta)}$$

$$\text{pl } SU(2): \quad a_j(\beta) = \frac{I_{2j+1}(\beta)}{I_1(\beta)} = \frac{\beta^{2j}}{(2j+1)!}$$

$$e^{-S} = C_0(\beta) 6^{\Omega} \prod_p \left\{ 1 + \sum_{r \neq 0} d_r a_r(\beta) \chi_r(U_p) \right\} \quad (23)$$

lifektése $dr_1 q_{r_1}(\beta) \chi_{r_1}(U_{p_1}) dr_2 q_{r_2}(\beta) \chi_{r_2}(U_{p_2})$

$\rightarrow$ $\forall$ plaketthez egy r reprezentáció' jellegű tagok
(alud az 1
 $\Rightarrow$ graf $G \rightarrow \forall$ plaketthez egy r reprezentációt
jó'n be lett ~~írt~~ $r=0$)
egy graf tartó'ja $|G|$ azok a plakettek, melyekre
 $r_p \neq 0$
 $p \in |G|$, ha $r_p \neq 0$

$$e^{-S} = C_0(\beta) 6^{\Omega} \sum_G \prod_{p \in |G|} d_{r_p} q_{r_p} \chi_{r_p}(U_p)$$

integrálva

$$Z = \int \prod_{x, \mu} dU_{x, \mu} e^{-S} = C_0 6^{\Omega} \sum_G \phi(G)$$

$$\phi(G) = \int \prod_{x, \mu} dU_{x, \mu} \prod_{p \in |G|} d_{r_p} q_{r_p} \chi_{r_p}(U_p)$$

csak a $p \in |G|$ plakettek linkeire van
nemtriv $\int$

pl: $G = \text{kocka}$, G db lapokhoz $r = f$ $SU(N)$

$$\Phi(g) = a_f(\beta)^6 \int \prod_b dU(b) \prod_{i=1}^6 \left[df \operatorname{Tr}(U p_i) \right]$$

→ integral

$$\int dU d_{\mp} \operatorname{Tr}(UV_1) d_{+} \operatorname{Tr}(U^{-1}V_2) = d_{+} \operatorname{Tr}(V_1 V_2)$$

$U^{\dagger}$

Alt:

$$\int dU \chi_{r_1}(V_1 U) \chi_{r_2}(V_2 U) \dots \chi_{r_n}(V_n U)$$

$$\chi_r(U) = \operatorname{Tr} D^{(r)}(VU) = D^{(r)}(VU)_{ii} = \sum_j D^{(r)}(V)_{ij} D^{(r)}(U)_{ji}$$

Tensorprodukt:

$$(D^{(r_1)} \otimes D^{(r_2)})_{ik, j\ell} = D^{(r_1)}_{ij} D^{(r_2)}_{k\ell}$$

$$\operatorname{Tr} (D^{(r_1)} \otimes D^{(r_2)}) = \operatorname{Tr} D^{(r_1)} \operatorname{Tr} D^{(r_2)}$$

$$\chi_{r_1}(V_1 U) \dots \chi_{r_n}(V_n U) = \operatorname{Tr} \left[D^{(r_1)}(V_1 U) \otimes D^{(r_2)}(V_2 U) \dots \otimes D^{(r_n)}(V_n U) \right]$$

$$D^{(r)}(VU) = D^{(r)}(V) D^{(r)}(U)$$

$$\begin{aligned} D^{(r_1)}(V_1 U) \otimes D^{(r_2)}(V_2 U) &= D^{(r_1)}(V_1 U)_{ij} D^{(r_2)}(V_2 U)_{k\ell} = \\ &= D^{(r_1)}(V_1)_{im} D^{(r_1)}(U)_{mj} D^{(r_2)}(V_2)_{kn} D^{(r_2)}(U)_{\ell n} = \\ &= [D^{(r_1)}(V_1) \otimes D^{(r_2)}(V_2)]_{ik, mn} [D^{(r_1)}(U) D^{(r_2)}(U)]_{mj, \ell n} \end{aligned}$$

$$\chi_{v_1}(V_1(U)) \dots \chi_{v_n}(V_n(U)) = \text{Tr} \left\{ D^{(v_1)}(V_1) \otimes \dots \otimes D^{(v_n)}(V_n) \right\}.$$

$$\underbrace{\left[D^{(v_1)}(U) \otimes \dots \otimes D^{(v_n)}(U) \right]}_{\oplus_r m_r D^{(v)}(U)} = \sum_r m_r \text{Tr} \{ M D^{(v)}(U) \}$$

blokkmatricák

$$\begin{aligned} \Rightarrow \int dU \sum_r m_r \text{Tr} \{ M D^{(v)}(U) \} &= \\ &= \sum_r m_r \sum_i d_i \int dU \text{Tr} (D^{(v)}(U_i) D^{(v)}(U)) = \\ &= \sum_r m_r \sum_i d_i \int dU \text{Tr} D^{(v)}(U) = \sum_r m_r \sum_i d_i \text{Tr}_0 = m_0 \sum_i d_i \end{aligned}$$

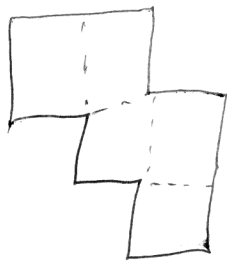
triv. szabály: $\forall$ lineáris az ott található plakettok
rendelt $v_1, v_2, \dots, v_n$ ábrázolásdon

az $v_1, v_2, \dots, v_n$ kifejtésében szerepelnie kell a
triv. ábrázolásnak

2 ábr. esetén $v_1 = v_2^*$ kell

vagy azonos irányítás esetén $v_1 = v_2$

$\rightarrow$ nem lehet szel a grafonok
 $\rightarrow$ legalacsonyabb rend $\rightarrow$ kocka



2011. okt. 26.

statikus potenciál

→ Minkowski kontinuum

hata's: $S = -\frac{1}{4} \int d^4x F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}$ (A_μ^a van)

kont. formalizmus

$$\pi_\mu^a(x) = \frac{\delta S}{\delta(\partial_0 A^\mu_a(x))} = -F_{0\mu}^a(x)$$

A_0 -hoz nincs imp. $\pi_0^a = 0 \Rightarrow$ legyen $A_0 = 0$
mérték
(vadáson $U_4 = 1$)

$$\pi_i^a = -F_{0i}^a = F_{i0}^a = -E_i^a$$

E_i^a nemabeli elektr. térerősség

Ham f_i :

$$H = \frac{1}{2} \int d^3x (E_i^a E_i^a + B_i^a B_i^a)$$

ahol $B_i^a = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} F^{jk a}$

→ H-ból lesznek mozgás egyenletek

$D^i E_i = 0$ am gön ki, kereti feltétel

$$\frac{\partial}{\partial t} (D^i E_i) = 0 \quad (D^i A)^a = \partial^i A^a + f^{abc} A^b \partial^c$$

kanonikus kvantálás

Hullámfü. ~~transzformáció~~
(funkcionál) $\psi(A)$

$$A_i^a(x) \rightarrow \text{szorzás op.} \quad \psi[A] \rightarrow A_i^a(x) \psi[A]$$

impulzus

$$\pi_i^a(x) = -E_i^a(x) \rightarrow -i \frac{\delta}{\delta A^{ia}(x)}$$

időfüggetlen mértéktranszformáció $\Lambda(x)$

representációja $R(\Lambda)$

$$R(\Lambda) \psi[A_\mu] = \psi[\Lambda^{-1} A_\mu \Lambda + \Lambda^{-1} \partial_\mu \Lambda]$$

nagyon kis tréfó:

$$\Lambda = 1 + i\delta\omega^a T^a$$

$$A_\mu = -ig A_\mu^a T^a$$

$$\Lambda^{-1} A_\mu \Lambda + \Lambda^{-1} \partial_\mu \Lambda = (1 - i\delta\omega^a T^a) (-ig A_\mu^b T^b) (1 + i\delta\omega^c T^c) +$$

$$+ (1 - i\delta\omega^a T^a) \partial_\mu (1 + i\delta\omega^b T^b)$$

$$= -ig A_\mu^b T^b - g\delta\omega^a A_\mu^b T^a T^b + g\delta\omega^c A_\mu^b T^b T^c + i\partial_\mu \delta\omega^b T^b =$$

$$= -ig A_\mu^b T^b + g \delta\omega^a A^b [T^b, T^a] =$$

$$if^{bac} T^c + i \partial_\mu \delta\omega^b T^b$$

$$= A_\mu + ig \delta\omega^a A^b f^{bac} T^c + i \partial_\mu \delta\omega^b T^b$$

$$\Delta A_\mu$$

$$R(\Lambda)\Psi = \Psi[A_\mu + \Delta A] = \Psi[A_\mu] + \int d^4x \underbrace{\frac{\delta\Psi}{\delta A^{ia}(x)}}_{-iE_i^a} \Delta A^{ia}(x) =$$

$$= \Psi[A_\mu] + \int d^4x (i) E_i^a(A) \Psi \cdot (\delta\omega^a A^{ib} f^{bac} + \frac{1}{g} \partial^i \delta\omega^a)$$

↑
part. int.

$$= \Psi[A_\mu] - i \int d^4x \frac{1}{g} \omega^c \partial^i E_i^c - i \int d^4x \delta\omega^a f^{abc} A^{ib} E_i^a \Psi =$$

$$= \Psi[A_\mu] - i \int d^4x \frac{1}{g} \omega^a (D^i E_i)^a \Psi$$

$$R(\Lambda) = 1 - i \delta\omega^a \frac{1}{g} D^i E_i^a + \mathcal{O}(\delta\omega^2)$$

$D^i E_i^a$ mértéktér. ábrázolásának generátora

Gauss-tér $\rightarrow$ Ψ mértékinvariáns

statikus töltés ($D^i E_i \neq 0$) nemtriv mértéktér

pl: ψ_L transzformálódik $\Lambda(\underline{y})$ szerint

$$R(\Lambda) \psi_L = \Lambda_{\alpha\beta}(\underline{y}) \psi_\beta$$

$D^\mu E_i^a(x) = g T_a^i \delta(x-y) \Rightarrow$ ponttöltés az y helyen
statikus kvark

statikus kvark kon

$$(\psi_1, \psi_2, \dots, \psi_n) \rightarrow$$

$$\psi_{L1}, \dots, \psi_{Ln}$$

$$(R(\Lambda) \psi)_{L1}, \dots, \psi_{Ln} \rightarrow \Lambda(y_1) \Lambda(y_2) \dots \psi_{L1}, \dots, \psi_{Ln}$$

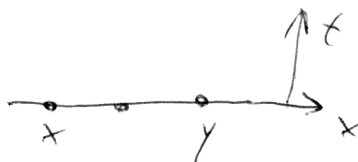
antikvark $\rightarrow \Lambda^{-1}$

Eukl. vécis $\rightarrow$

$\psi \in \mathcal{U}$ $\mathcal{U} = \{U(b)\}$ $b: t=0$ -ban térszerű linkek

$U_4 = 1$ mérték

$$U'(y, x) = \Lambda^{-1}(y) U(y, x) \Lambda(x)$$



$q(x) \bar{q}(y)$ állapotokat szeretnénk

$$(R\psi)_{\alpha\beta} = \Lambda_{\alpha\gamma}(\underline{x}) \Lambda^{-1}_{\beta\delta}(\underline{y}) \psi_{\gamma\delta}$$

$\mathcal{H}$ teljes Hilb. tér

a különböző stat. kvark konfigurációk
szétcsatolódnak (H mérték-invariáns)

$$(\psi_L, H \psi_L) = 0 \Rightarrow \mathcal{H}_{xy} \in \mathcal{H}$$

~~rendszere~~ $\psi^{(n)}$ a H sz. ~~rendszere~~
 $\psi^{(n)} \in \mathcal{H}_{xy}$

$$H \psi^{(n)} = E_n \psi^{(n)}$$

$\psi^{(0)}$ alapállapot $\rightarrow E^0$ alapállapoti energia

E^0 függ x, y -től (eltolási invar.: $E^0(x, y) = E^0(\underbrace{|x-y|}_R)$)

$$V(R) = E^0(R) = \min_{\mathcal{H}_{xy}} H$$

tetsz $\psi \in \mathcal{H}_{xy}$

$$\langle \psi | e^{-HT} | \psi \rangle = \sum_n \langle \psi | e^{-HT} | \psi^{(n)} \rangle \langle \psi^{(n)} | \psi \rangle = \sum_n |\langle \psi | \psi^{(n)} \rangle|^2 e^{-E^{(n)}T}$$

$$T \rightarrow \infty \text{ -re: } |\langle \psi^{(0)} | \psi \rangle|^2 e^{-E^0 T}$$

$$\text{Legyen } \psi_{LP}(\mathcal{U}) = u_{LP}(x, x) \Omega(\mathcal{U})$$

$$H \sim \frac{1}{L^2} \langle \psi^{(0)} | \psi \rangle \neq 0$$

$\rightarrow$ vákuum hullf.-e

$$\underbrace{e^{-HT}}_{\substack{\text{transferm.} \\ T}} \psi_{LP}(\mathcal{U}) = \int \prod_b dU(b) U(y-T\hat{q}, x-T\hat{q}) e^{-S}$$

$$\langle \psi | = \int \prod_b dU(b) \overline{U(y, x)} e^{-S}$$

$$\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = \int d^3x \psi_1^*(x) \psi_2(x)$$

$$\langle \psi | e^{-HT} | \psi \rangle = \frac{1}{Z} \int \prod_b dU(b) \overline{U}_{2\beta}(y|x) U_{2\beta}(y-T\hat{4}, x-T\hat{4}) e^{-S(U)} \quad (31)$$

$$W = \begin{array}{c} \longrightarrow \\ \longleftarrow \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow T \\ \downarrow \end{array} = \begin{array}{c} \text{---} R \text{---} \\ \uparrow \quad \downarrow \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{c} \uparrow T \\ \downarrow \end{array} \quad U_4 = 1$$

$\langle W \rangle$ $\uparrow$
mérték-invar.

$$e^{-TV(R)} \underset{T \rightarrow \infty}{\sim} \frac{1}{Z} \int \prod_b dU(b) \text{Tr} U C(R, T) = w(R, T)$$

$$V(R) = - \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \log w(R, T)$$

erős csat. kifejtés

$$w(R, T) = \frac{C_0^{6R}}{Z} \int \prod_b dU(b) \text{Tr} U(C_{RT}) \sum_{\gamma \in |G|} \prod_p q_{\gamma p} \chi_{\gamma p}(U_p)$$

$$= \frac{C_0^{6R}}{Z} Z(C_{RT}) \quad Z = C_0^{6R} \sum_G \Phi(G)$$

számláló $Z(C_{xy}) = \sum_G \Phi(G, C)$

$$\Phi(G, C) = \int \prod_b dU(b) \text{Tr} U(C_{RT}) \prod_{p \in |G|} q_{\gamma p} \chi_{\gamma p}(U_p)$$

$\uparrow$
 $\chi_+(U(C))$

→ más szabályok

1. $b \in C$ u mint Z -re

2. $b \in C$ $v_1, v_2, \dots, v_n$ plakettek találkoznak

$v_1 \otimes v_2 \dots \otimes v_n$

lehet a gráfoknak pereine γ C ~~mentén~~
 plakettek száma $A = T \cdot R$

belső S -ok $\int dr \chi_r \dots dr \chi_r$

$$\int d\mu_1 d\mu_2 \dots d\mu_n d_+ \text{Tr } U^+(C) \text{Tr } U(C)$$

$$\begin{aligned} & \int d\mu_1 \dots d\mu_n \int d\mu_1 d_+ \text{Tr } U_1^+ V^+ \text{Tr } V U_1 = \\ & = \int d\mu_1 \dots d\mu_n \underbrace{\text{Tr } V^+ V}_{\mathbb{1}} = d_f \end{aligned}$$

köretérű vend

