

# Rács II.

2011. szept. 21.

bodri.elte.hu/Racs

## Mértékelmélet

$L_{gr}$  többkomponensű skaltér

$\phi^i(x)$   $N$  komp., komplex

$$S = \int d^4x \left\{ \phi(x) \cdot (\square + m^2) \phi(x) + \mathcal{U}(\phi(x) \cdot \phi(x)) \right\}$$

$$\phi \cdot \phi' = \sum_i \phi^i \phi'^i$$

$S$  invar. glob. transzformációra:

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = \Lambda^{-1} \phi(x) \quad \Lambda \in U(N)$$

$\downarrow$   
szétesik  $SU(N) + \text{unire}$

szeretnénk lokálissá tenni  $\Lambda$ -t

$$\Lambda \rightarrow \Lambda(x)$$

$\phi \square \phi$  nem invar.!

mert  $\square$   $x$  és  $y = x + dx$  beli tereket  
„használtja” össze

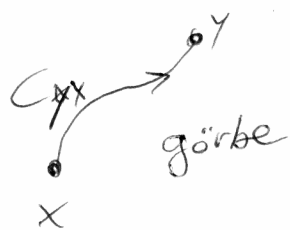
$\phi(x) \in V_x \rightarrow x$  beli vektorki tére

$\phi(y) \in V_y$

$\phi(x) \cdot \phi(y)$  értelmetlen

$\phi(x) - \phi(y)$  is -11-

well leképezés  $x$  &  $y$  pontok közt  
 $V_x \rightarrow V_y$



$$C_{yx} \rightarrow U(C_{yx}) \in SU(N)$$

$$U(C_{yx}): V_x \rightarrow V_y \quad U(C_{yx}) \phi(x) \in V_y$$

$$\Rightarrow \phi(y) \pm U(C_{yx}) \phi(x) \text{ értelmes}$$

elvárások:

$$- U(\emptyset) = \mathbb{1}$$

$$- U(C_2 \circ C_1) = U(C_2) U(C_1)$$



$$- U(-C) = U(C)^{-1} = U^\dagger(C)$$



$$- U(C_{yx}) \phi(x) \text{ úgy transzformálódik, mint } \phi(y) \text{ } (\Lambda^{-1}(y)\text{-nal})$$

$$U(C_{yx}) \rightarrow U'(C_{yx}) = \Lambda^{-1}(y) U(C_{yx}) \Lambda(x)$$

infinitesimalis eltérés:

$$C_{yx} = C_{x+dx, x}$$

$$U(C_{x+dx, x}) = \mathbb{1} - A_\mu(x) dx^\mu \rightarrow A \text{ definíciója}$$

$$A_\mu(x) \in SU(N) \text{ Lie alg.}$$

$A_\mu$ : vektör

kovariáns derivált

(3)

~~Definiáljuk~~

$$D\phi(x) = U^{-1}(C_{x+dx}, x) \phi(x+dx) - \phi(x)$$

$$D\phi(x) = D_\mu \phi(x) dx^\mu$$

$$D_\mu \phi(x) = (\partial_\mu + A_\mu(x)) \phi(x)$$

térerősség tenzor:

$$F_{\mu\nu}(x) = [D_\mu, D_\nu] = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, A_\nu]$$

skalár hatás:

$$S = \int d^4x \left\{ (D_\mu \phi(x)) \cdot (D_\mu \phi(x)) + m^2 \phi(x) \phi(x) + \right. \\ \left. + U(\phi(x) \phi(x)) \right\}$$

mértéktérnek is lehet dinamikája:

$$S_{YM} = -\frac{1}{2g^2} \int d^4x \text{Tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu})$$

(Yang-Mills)

→ később lesz magyarázat

ráilon:

$A_\mu \rightarrow$  vécspontokon

mértékinvariancia sérül  
(kivéve kommutatív esetben)  
QED

$$S = \dots - 2K \sum_{\langle x, y \rangle} \phi(x) \phi(y) + \dots$$

$$\phi(x) \rightarrow \Lambda^{-1}(x) \phi(x)$$

elég az eltolást a legkisebb távra megadni:

$$C_{x+a\hat{\mu}, x}$$

$$U(C_{x+a\hat{\mu}, x}) = U_{x,\mu} \equiv U_\mu(x) \in SU(N)$$

választás  $\Rightarrow SU(N)$  mátrixokat vettek hozzá (4)

általános útra:  $C = \begin{array}{c} \text{---} C_5 \text{---} \\ \diagup \quad \diagdown \\ C_3 \quad C_4 \\ \diagdown \quad \diagup \\ C_2 \\ \text{---} C_1 \text{---} \end{array} \quad C_n \circ C_{n-1} \circ \dots \circ C_2 \circ C_1$

$$U(C) = U(C_n) \cdot \dots \cdot U(C_1) = \prod_i U(C_i)$$

hataás:

$$\sum_{\langle xy \rangle} \phi(x) \cdot \phi(y) \rightarrow \sum_{\langle xy \rangle} \phi(x) U(x,y) \phi(y)$$

mértelinvariáns mennyiségek

$$\phi(x) U(x,y) \phi(y)$$

$$\text{Tr } U(C_{xx})$$

↑  
zárt görbe

mértéktér dinamikája

Wilson - hataás

legegyszerűbb zárt hurrok:  plakkett

$$\text{Tr } \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{---} \end{array} + \text{Tr } \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{---} \end{array} = 2 \text{Re Tr } \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{---} \end{array}$$

$$U_P \equiv U_{x,\mu\nu} = U_{x,\nu}^\dagger U_{x+\hat{\nu},\mu} U_{x+\hat{\nu},\mu}^\dagger U_{x,\mu}$$

$$S(\{U\}) = \sum_P -\beta \left\{ \frac{1}{2 \text{Tr } 1} (\text{Tr } U_P + \text{Tr } U_P^\dagger) - 1 \right\} = \beta \sum_P \left( 1 - \frac{1}{N} \text{Re Tr } U_P \right) \quad \text{Wilson hataás}$$

kont. lim:

$$S = -\frac{\beta}{4N} \sum_x a^4 \text{Tr } F_{\mu\nu}(x) F_{\mu\nu}(x) + \mathcal{O}(a^5)$$

$$\beta = \frac{2N}{g^2} \quad \left( = \frac{6}{g^2} \text{ ha } SU(3) \right)$$

FF teljes div, de mégsem elhagyható

5

$$\Theta \cdot E_{\alpha\beta\gamma\delta} F_{\alpha\beta} F_{\gamma\delta}$$

kísérlet:  $\Theta \approx 0$  ?

most csak mértéktérvek:

$$\mathcal{O}(\{U\})$$

$$\langle \mathcal{O} \rangle = \frac{1}{Z} \int \pi dU(e) \mathcal{O} e^{-S(\{U\})}$$

$$Z = \int \pi dU(e) e^{-S}$$

Mi a  $dU$ ? lgn mértéki-mér.

→ Haar-mérték

→ tulajd.

pl.  $U(1)$ :  
 $U = e^{i\varphi}$

$$\varphi \in [-\pi, \pi]$$

$$dU = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi$$

$SU(2)$ :

$$\begin{pmatrix} x^0 + i x^3 & x^2 + i x^1 \\ -x^2 + i x^1 & x^0 - i x^3 \end{pmatrix}$$

$$dU = \frac{1}{\pi^2} d(x^2 - 1) d^4 x$$

mérhető" mennyiségek:

Polyakov hurok:

$$L = \sum_{x \in (x_i, 0)} \text{Tr}(U_x)$$



↑

a statikus kvark szabadenergiajához kapcsolódik: (6)

$$\langle L \rangle = e^{-\frac{F}{T}} \quad F \text{ 1 stat. kvark szabadenergiaja}$$

ha  $\langle L \rangle = 0 \Rightarrow F = \infty$  bezárás

$\langle L \rangle \neq 0 \Rightarrow F$  véges, nincs bezárás

$Z(N)$  szimmetria



$$U(x,0), \hat{\mu} \rightarrow Z \cdot U(x,0), \hat{\mu} \quad Z \in SU(N)$$

$$Z \cdot \square \cdot Z^{-1}$$

$Z$   $\forall$  kivel kommutál, ha

$Z \in \text{centrum}$

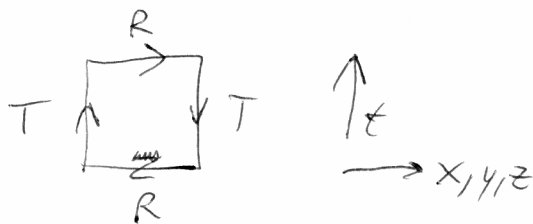
$$Z = C \cdot \mathbb{1} \quad C^N = 1$$

$$Z = e^{ik \frac{2\pi}{N}} \cdot \mathbb{1} \quad k = 0 \dots N-1$$

poljarkor - hurok nem invariáns

$\langle L \rangle \neq 0 \Rightarrow$  sűrű a  $Z(N)$  szimmetria

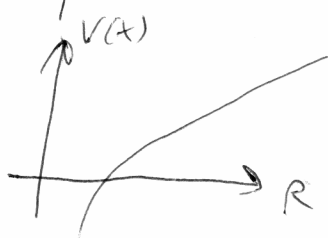
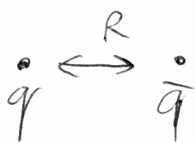
Wilson hurok



$$W_{RT} = \text{Tr } U(C_{RT})$$

$$W_{RT} \sim C \cdot e^{-TV(R)} \quad \text{ha } T \rightarrow \infty$$

$V(x)$  statikus potenciál



Mérték rögzítés általában nem kell 2011. szept. 28. [7]  
 de lehet csinálni  
 pl: ~~B~~ rácson: Lgn  $B$  linkek halmaza, amelyekben  
 nincs zárt  
 hurvok

feltétel:  $U(b) = U_0(b) \quad b \in B$

Hf:  $\forall U(b) \quad \exists \Lambda(x)$

miel  $U'(x, y) = \Lambda^{-1}(x) U(x, y) \Lambda(y)$

erőit  $U'(b) = U_0(b) \quad b \in B$

Lgn  $f$  mérték-invarians  $f_{\Lambda} = f$

$$\langle f \rangle = \frac{1}{Z} \int \prod_{b \in B} dU(b) f(U|_B)$$

$$f(U|_B) = \int \prod_{b \notin B} dU(b) f(U) e^{-S[U]}$$

$f(U|_B) \quad b \in B$  linkektől függ

$U \rightarrow U' \quad U'(b) = U_0 \quad \text{ha } b \in B$

$dU = dU' \quad S[U] = S[U'] \quad f(U) = f(U')$

$f(U|_B) = f(U_0)$

$$\langle f \rangle = \frac{1}{Z} f(U_0) = \frac{1}{Z} \int \prod_{b \notin B} dU(b) f(\tilde{U}) e^{-S[\tilde{U}]}$$

$$\tilde{U} = \begin{cases} U & b \notin B \\ U_0 & b \in B \end{cases}$$





$$L_1[u_t] = -\frac{\beta}{N} \sum_{p \in P_t} \text{ReTr } U_p$$

$$S = -\frac{\beta}{N} \sum_p \text{ReTr } p \quad (9)$$

$$L_2[u_{t+1}, u_{t+1,t}, u_t] = -\frac{\beta}{N} \sum_{p \in P_{t+1,t}} \text{ReTr } U_p$$

Hülláért. (funkcionál)

$$\psi[u_t] \in \mathbb{C}$$

$$\psi[u_{t+1}] = \int \mathcal{D}u_t T[u_{t+1}, u_t] \psi[u_t]$$

$$T[u_{t+1}, u_t] = \int \prod_{b \in B_{t+1,t}} dU(b) \exp\{-L[u_{t+1}, u_{t+1,t}, u_t]\}$$

időirányban periodikus rács:  
 $N_t = N$

$$\text{Tr}(T^N) = \int \mathcal{D}u_1 \mathcal{D}u_2 \dots \mathcal{D}u_N T[u_N, u_{N-1}] \cdot$$

$$\cdot T[u_{N-1}, u_{N-2}] \dots T[u_2, u_1] T[u_1, u_N] =$$

$$= \int \prod_t \prod_{b \in B_t} dU(b) T[u_{t+1}, u_t] = \int \prod_{b \in B} dU(b) e^{-S} = Z$$

$$u_{N+1} = u_1$$

reflexió's pozitivitás  $\rightarrow T$  önadjungált, korlátos, pozitív oper.

$$\Rightarrow H = -\frac{1}{n} \log T \quad \text{Hamilton-op.}$$

temp mértékben egyszerűbb.

(10)

$$U(b) = \mathbb{1} \quad b \in B_{t+1,t} \quad (\text{véges vácsón} \& \text{ 1 db megmarad})$$

$$T = \exp \left\{ -L [U_{t+1}, \mathbb{1}, U_t] \right\} \quad (\text{erőtel} \& \text{ 1 db integrál})$$

$\exists$  legnagyobb sé-e  $\rightarrow$  ehhez tartozó sv. (megmarad)

$|\Omega\rangle$  vákuum ( $H$  legkisebb sé-e.)

projekció:  $p_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} T^n$  vákuum vetítés

$$\Omega(U_0) = \int \prod_{b \in B_-} dU(b) e^{-S_-}$$

$$B_- = \bigcup_{t < 0} (B_t \cup B_{t+1,t})$$

$$S_- = \sum_{t < 0} L[U_{t+1}, U_{t+1,t}, U_t]$$

csoport karakterek

$G$  Lie csop.

$G$  n r unitér ábrázolása

$$U \in G \Rightarrow D^{(r)}(U)$$

$\phi(x)$  anyagter ebben a reprezentálásában

$$\phi'(x) = D^{(r)}(\Lambda^{-1}(x)) \phi(x) = D^{(r)-1}(\Lambda(x)) \phi(x)$$

mért. invar. csatlások:

$$\phi(x) D^{(r)}(U(x,y)) \phi(y)$$

Az ábrázolás karaktere:

$$\chi_r(U) = \text{Tr} D^{(r)}(U)$$

$$\chi_r(1) = d_r \quad \text{dimenzió} = \text{Tr } \mathbb{1}$$

$$\chi_r(u) = \chi_r(vuv^{-1}) \quad u, v \in G$$

$\Rightarrow \chi_r$  konj. osztályokon értelmezett fr. irreducibilis ábrázolások

$\hat{G}$  az összes irred. ábr. halmaza

All:  $r, s \in \hat{G}$

$$\int du \bar{\chi}_r(u) \chi_s(u) = \delta_{rs} \quad \text{karakterek ortogonálisak}$$

+  $\chi_r(u)$  teljes ortonormált bázis a konj. osztályokon értelmezett négyzetesen integrálható fr.-eken  
tetsz  $f(u) = f(vuv^{-1})$

$$f(u) = \sum_{r \in \hat{G}} f_r \chi_r(u)$$

$$f_r = \int du \bar{\chi}_r(u) f(u)$$

Fourier analízis a csoport sokaságon

$$\text{teljessegi reláció: } \sum_{r \in \hat{G}} \chi_r(u) \bar{\chi}_r(v) = \delta(uv^{-1})$$

$$\text{ahol } \delta \text{ definíciója: } \int du f(u) \delta(uv^{-1}) = f(v)$$

$$\delta(u) = \delta(u^{-1})$$

pl:  $U(1)$ :  $\forall u$  külön kong. oszt.

$$u = e^{-i\varphi}$$

$$u=0,1,\dots \quad du=1 \quad D^{(u)}(u) = e^{-i\varphi}$$

$$\chi_n(e^{-i\varphi}) = e^{-in\varphi}$$

$(-\pi, \pi)$ -ben per. fv-ekre szokásos Fourier sor

---

$$SU(2)$$

$$j=0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots \quad dj = 2j+1$$

$$U = \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \underline{1} + i \sin\left(\frac{\phi}{2}\right) \underline{n} \cdot \underline{\sigma} \quad \left. \begin{array}{l} \phi \text{ szög} \\ \underline{n} \text{ egységvektor} \end{array} \right\} 3 \text{ paraméter}$$

Haar mérték:  $du = \frac{1}{4\pi^2} d\phi d\Omega(\underline{n}) \cdot \sin^2 \frac{\phi}{2}$

kongug. osztályokat  $\phi$  indexeli.

$$f(u) = f(\phi) \quad \chi_j(u) = \frac{\sin((j+\frac{1}{2})\phi)}{\sin(\frac{\phi}{2})}$$

$$\begin{aligned} f_j &= \int du \chi_j(u) f(u) = \\ &= \frac{1}{4\pi^2} \int d\Omega \int d\phi \left(\sin \frac{\phi}{2}\right)^2 \cdot \frac{\sin((j+\frac{1}{2})\phi)}{\sin \frac{\phi}{2}} f(\phi) = \\ &= \frac{1}{2\pi} \int d\phi \sin \frac{\phi}{2} \sin((j+\frac{1}{2})\phi) f(\phi) \end{aligned}$$

---

plakett lifesteixe

$\text{Tr } U_p \rightarrow$  konst. oszt. ért. fv.

$$e^{-S_W(U_p)} = \sum_{r \in G} dr C_r(\beta) \chi_r(U_p)$$

$$U(1) \quad C_1 = \ln(\beta) e^{-\beta}$$

$$SU(2) \quad C_j = \frac{2}{\beta} J_{2j+1}(\beta) e^{-\beta}$$

$J_n$ : módosított ~~Bessel~~ Bessel fv.

refl. pozitivitás

$$\Theta: \Theta x = x' \quad \begin{aligned} x_4' &= -x_4 \\ x_i' &= x_i \end{aligned}$$

$$\Theta f(x) = f(\Theta x)$$

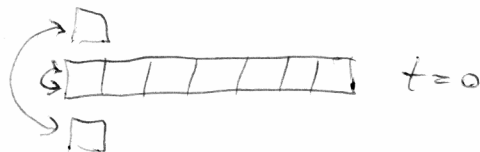
refl. poz:  $F(\phi_1, \phi_2, \dots)$   $t \geq 0$ -beli terektől független

$$\langle (\Theta F) \cdot F \rangle \geq 0$$

mértékeltetés:

$$\Theta U(x, y) = U(\Theta x, \Theta y)$$

point  
site



$$S_+ \quad b \in B_+$$

$$S_- \quad b \in B_-$$

$$S = S_+ + \cancel{\Theta S_+} + S_0$$

$$S_- = \Theta S_+$$

$$S_0 = L_1[u_0]$$

$$Z \langle (\Theta F) F \rangle = \int_b \pi dU(b) \quad (\Theta F) F e^{-S} = \int_b \pi dU(b) e^{-S_0}.$$

$$L_{\text{gr}} \quad \mathcal{F}(u_0) = \int_{b \in B_+} \pi dU(b) F e^{-S_+} \cdot \Theta(F e^{-S_+}) F e^{-S_+}$$

$$\Theta \mathcal{F}(u_0) = \tilde{\mathcal{F}}(u_0) = \int_{b \in B_-} \pi dU(b) \Theta(F e^{-S_+})$$

$$Z \langle (\Theta F) F \rangle = \int_{b \in B_0} \pi dU(b) e^{-S_0} \mathcal{F}(u_0) \tilde{\mathcal{F}}(u_0) =$$

$$= \int_{b \in B_0} \pi dU(b) e^{-S_0} (\mathcal{F})^2 \geq 0$$

$$Z \geq 0 \Rightarrow \langle (\Theta F) F \rangle \geq 0$$

link felvétel

$$\begin{array}{c} \uparrow S_+^i \\ \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \uparrow \\ \downarrow S_-^i = \Theta S_+^i \end{array}$$

$$S = S_+^i + \Theta S_+^i + S_c$$

$$S_c = L_2[u_1, u_{1,0}, u_0] = -\frac{\beta}{N} \sum_x \sum_{i=1}^3 \text{Re Tr } U_{x+\hat{e}_i, i}^\dagger U_{x, i}$$

$$\text{funkc. } \int - \text{ban } \prod_{x, i} e^{-\text{Re Tr } U_{x+\hat{e}_i, i}^\dagger U_{x, i}}$$

$$\begin{aligned}
 e^{-\text{ReTr} U_{x+4,i}^+ U_{x,i}} &= \sum_{r \in \hat{G}} \text{dr } C_r \chi_r(U_{x+4,i}^+, U_{x,i}) = \\
 &= \sum_{r \in \hat{G}} \text{dr } C_r \sum_{k,l} \left\{ \left[ \text{tr } D_{kl}^{(r)}(U_{x,i}) \right] D_{kl}^{(r)}(U_{x+4,i}^+) \right\} = \\
 &= \sum_m b_m \text{tr } (S_m) S_m \quad \text{all: } \text{dr } C_r > 0 \quad \sum_m = \sum_{r \in \hat{G}} \sum_{k,l}
 \end{aligned}$$

$$Z(\Theta F) F = \int \prod_{b \in B_+} dU(b) \Theta(F e^{-S}) F e^{-S} \sum_m b_m (\Theta S_m) S_m$$

$$F = \int \prod_{b \in B_+} dU(b) S_m F e^{-S}$$

$$\Theta F = \bar{F} = \int \prod_{b \in B_-} dU(b) \Theta S_m \Theta(F e^{-S})$$

$$Z(\Theta F) F = \sum_m b_m |F|^2 \geq 0$$

2011. okt. 12.

pert. számítás

→ kont. lim közelében skálázás  
tömegek  $\Lambda_{\text{LAT}}$ -val arányosak

$$\frac{\Lambda_{\text{LAT}}}{\Lambda_{\text{kont}}} = ?$$

→ javított hataások hangolása  $c_1 \square + c_2 \square \square$

kifestés  $U_{x,\mu} = 1$  körül

$$U = \exp(i T_a \omega^a) \quad a = 1 \dots N^2 - 1 \quad SU(N)$$

Haar mérték  $dU \rightarrow d\omega^a$

$$dU \neq \prod_a d\omega^a$$

Lie-algebra  $\omega = i T_a \omega^a \quad \xi = i T_a \xi^a$   
skaláris:

$$(\omega, \xi) = -2 \text{Tr}(\omega \xi) = \omega^a \xi^a$$

$\Rightarrow$  metrika a csoport sokaságon

$$g_{ab} = -2 \text{Tr} \left( U^{-1} \frac{\partial U}{\partial \omega^a} U^{-1} \frac{\partial U}{\partial \omega^b} \right)$$

$$ds^2 = g_{ab} d\omega^a d\omega^b$$

$$dU = \sqrt{\det g} \prod_a d\omega^a$$

$g$  megadható  $\omega$ -val

$$\bar{\omega}_{cb} = f_{cba} \omega^a$$

$$g_{ab} = E(\bar{\omega})_{ac} E(\bar{\omega})_{bc} = (E E^T)_{ab}(\bar{\omega}) = \left( \frac{2}{\bar{\omega}} \text{sh} \frac{\bar{\omega}}{2} \right)_{ab}^2$$

$$E = \frac{1 - \exp(-x)}{x}$$

hátisza beírunk det-et  
tipikusan  $\log \sqrt{\det g}$  kell

$$\begin{aligned} \log(\det E E^T)^{1/2} &= \frac{1}{2} \text{Tr} \log(E E^T) = \text{Tr} \log \left( \frac{2}{\bar{\omega}} \text{sh} \frac{\bar{\omega}}{2} \right) = \\ &= \text{Tr} \left( \frac{\bar{\omega}^2}{24} - \frac{\bar{\omega}^4}{2880} + \dots \right) = -\frac{N}{24} \omega^a \omega^a + O(\omega^4) \end{aligned}$$



paraméterezés

$$U_{x\mu} = \exp(iag T_b A_\mu^b(x))$$

feltételek:  $g$  kicsi  
 $A_\mu^b$  kicsi

(17)

Wilson hataás:

$$S = \sum_x a^4 (L_2 - gL_3 + g^2 L_4 + \dots)$$

$$L_2 = \frac{1}{4} (\Delta_\mu + A_\mu^a(x) - \Delta_\mu^+ A_\mu^a(x))^2$$

$$L_3 = \sum_{\mu\nu} f_{abc} \left[ A_\mu^a(x) A_\nu^a(x) \Delta_\mu^+ A_\nu^c(x) - \frac{g}{2} A_\mu^a(x) \Delta_\nu A_\mu^b \Delta_\nu A_\nu^c \right]$$

imp. térben:

$$\tilde{A}_\mu^b(k) = \sum_x a^4 e^{-ik(x+a\frac{1}{2})} A_\mu^b(x)$$

$$A_\mu^b(x) = \int_k e^{ik(x+a\frac{1}{2})} \tilde{A}_\mu^b(k)$$

$$S_3 = \sum_x a^4 L_3 g = - \int_{k,p,q} (2\pi)^4 \delta(k+p+q) \tilde{A}_\mu^a(k) \tilde{A}_\nu^b(p) \tilde{A}_\rho^c(q) \cdot V_3(k\mu a; p\nu b; q\rho c)$$

$$V_3 = ig f_{abc} \left\{ \delta_{\mu\nu} (k-p)_\rho \cos \frac{1}{2} q_\rho + 2 \text{perm.} \right\}$$

$$P_\mu^1 = 2 \sin \frac{qa}{2}$$

( $V_4$  1 oldal)

int. mérték járuléka

$$\prod_{x,\mu} dU_{x\mu} = e^{-S_{\text{int}}[A]} \prod_{x,\mu,a} dA_{x\mu}^a$$

$$S_m = - \sum_{x,\mu} \text{Tr} \log \left( \frac{2}{A_{x,\mu}} \text{sh} \frac{\overline{A_{x,\mu}}}{2} \right) = \sum_{x,\mu} \frac{N}{24} g^2 A_{x,\mu}^b A_{x,\mu}^b$$

~~XXXX~~

$\infty$  sok tag

$\downarrow$   
2 gluon vertex

mérték rögzítése:

0 módusok eltüntetése

Lorentz-mérték rácsán

mértékválasztás:  $f_v: f^c(A(x)) = \Delta_{\mu}^{back} A_{\mu}^c(x) = \sum_{\mu} \frac{1}{a} (A_{\mu}^c(x) - A_{\mu}^c(x - q_{\mu}))$

mérték transzformáció:

$$\Lambda(x) = \exp(i T_b \omega^b(x))$$

infinit. transzformáció:  $\Lambda(x) = 1 + i T_b \delta \omega^b(x)$

$$U_{xy} = \Lambda_x^{-1} U_{xy} \Lambda_y$$

$$\delta A_{\mu}^c(x) = \frac{1}{a^4} \left\{ E_{bc}^{-1}(\bar{A}) \delta \omega^b(x + q_{\mu}) - E_{cb}^{-1}(\bar{A}) \delta \omega^b(x) \right\}$$

$$E^{-1}(x) = \frac{x}{1 - \exp(-x)}$$

$$\delta f^c(A(x)) = \sum_{y} a^4 M_{cx,by} \delta \omega^b(y)$$

F. P. operator:

$$M_{cx,by}(A) = \frac{1}{A} \left[ E_{bc}^{-1}(\bar{A}_{\mu}(x)) \delta_{x+q_{\mu},y} - E_{cb}^{-1}(\bar{A}) \delta_{xy} \right]$$

$$\int \prod_{y,c} \pi df^c(A(y)) \delta(f^c(A(y)) - g^c_b)$$

$$\int \prod_{x,b} \pi d\omega^b(x) \prod_{y,c} \pi \delta(f^c(A(x)(y)) - g^c_y) \Delta_f(A^{(u)}) = \text{const.}$$

be lehet termi funkció  $\int \dots$

[19]

$$\int \prod_{x,\mu} dU_{x,\mu} \mathcal{E}(U) = c \cdot \int \prod_{x,\mu} dU_{x,\mu} \mathcal{E}(U) \cdot \prod_b d\omega^b(x) \Delta_f(A'')$$

$$\prod_{y,c} \delta(f^c(A(y)) - g^c_y)$$

1.  $A^-$

2. de nem csinal semmit

$$= c'(g_b') \int \prod_{x,\mu} dU_{x,\mu} \mathcal{E}(U) \Delta_f(A) \prod_{b,c} \delta(f^c(A(y)) - g^c_y) \int \prod_y dg^c_y e^{-\frac{1}{2} g^c_y^2} \cdot ( \quad )$$

$$= c'' \int \prod_{x,\mu} dU_{x,\mu} \mathcal{E}[U] \Delta_f[A] e^{-S_{ct}[A]}$$

$$S_{ct} = \frac{1}{2\alpha} \sum_y a^4 f(A(y))^2$$

$$O_+[A] = c''' \cdot \int \prod_{x,\mu} d\eta_{ax} d\bar{\eta}_{ax} e^{-S_{FP}(A, \eta, \bar{\eta})}$$

$$S_{FP} = \sum_y a^3 g \bar{\eta}_{ax} M_{\alpha, \beta y} \eta_{\beta y}$$

$\eta, \bar{\eta}$  Grassmann változó,  $\Rightarrow$  ghost tervek

$$\Rightarrow \int \prod_{x,\mu} dU_{x,\mu} \mathcal{E}[U] = \int \prod \dots$$

propagátorok  
mértéktér

(20)

$$\tilde{\Delta}_{\mu\nu}^{ab}(k) = \int^{ab} \frac{1}{k^2} \left[ \delta_{\mu\nu} - (1-\alpha) \frac{\hat{k}_\mu \hat{k}_\nu}{k^2} \right]$$

Sim-beli kvadr. rész  $\rightarrow$  2 pont vertex

$$V_e(\mu, b; \nu c) = -\frac{N}{12} \epsilon^2 \int^{bc} \delta_{\mu\nu} \frac{1}{a^2}$$

ghost propagator:

$$\tilde{\Delta}_{FP}^{ab}(k) = \int^{ab} \frac{1}{k^2}$$

FP részről is  $\infty$  sok vertex jön

renorm csoport

$\bar{\gamma}$  renormálás