

$\hbar = c = k_B = 1$  egységrendszer

$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s} = 1$

$\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 1$

$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K} = 1$

$m_e c^2 = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot c^2 = 0,511 \text{ MeV}$

$1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$1 \text{ s} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m}$

$1 \text{ s} \approx 0,15 \cdot 10^{16} \frac{1}{\text{eV}}$

$1 \text{ eV} = 11600 \text{ K}$

$1 \text{ K}^3 = 83,4 \frac{1}{\text{cm}^3}$

$1 \text{ K}^4 = 1,28 \cdot 10^{-35} \frac{g}{\text{cm}^3}$

Planck egységei:

$c = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{\text{kg s}^2}$

$\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34} \frac{\text{kg m}^2}{s}$

$l_P = \sqrt{\frac{G \hbar}{c^3}} = 1,6 \cdot 10^{-35} \text{ m}$

$t_P = \sqrt{\frac{G \hbar}{c^5}} = 5,3 \cdot 10^{-44} \text{ s}$

$m_P = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2,1 \cdot 10^{-8} \text{ kg} = 1,22 \cdot 10^{19} \frac{\text{GeV}}{c^2}$

$E_P = 1,22 \cdot 10^{19} \text{ GeV}$

$m_P = \frac{1}{\sqrt{G}}$  ha  $\hbar = c = 1$

### A korai Univerzum termodinamikája

a részecskék kölcsönhatnak egymással, tehát hőmérsékleti egyensúlyból indulunk ki részecskék kvantumstatistikát követve

$h^3$  térfogatban  $f_i = \frac{g_i}{c \frac{e_i - \mu_i}{T} + 1}$  fermionok  
 ↑ setülési szám      ↓ bozonok

egységnyi fázistérfogatban  $\frac{1}{h^3} f_i = \frac{1}{(2\pi)^3} f_i$  részecske

$$N_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3r d^3p \frac{1}{e^{\frac{E_i + \mu_i}{T_i}} \pm 1} \quad \text{részcsohaszám}$$

$$E_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3r d^3p \frac{E_i}{e^{\frac{E_i + \mu_i}{T_i}} \pm 1} \quad \text{energia}$$

$$P_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3p \frac{p^2}{3E_i} \frac{1}{e^{\frac{E_i + \mu_i}{T_i}} \pm 1} \quad \text{nyomás}$$

$$P = - \frac{dE}{dV} = - \frac{dE}{dp} \frac{dp}{dV} \quad E_i^2 = p_i^2 + m_i^2 \Rightarrow \frac{dE}{dp} = \frac{p}{E}$$

$$V \sim R^3(t) \quad \uparrow \text{skalafaktor}$$

$$r(t) = R_0 R(t) \quad \uparrow \text{mai horizonttáv.} \\ 4 \cdot 10^{26} \text{ m}$$

$$P \sim R^{-1} \sim V^{-1/3}$$

$$\frac{dp}{dV} = - \frac{1}{3} \frac{P}{V}$$

$$P = \dots = \frac{1}{3} \frac{P^2}{E} \frac{1}{V}$$

1) relativisztikus eset:  $T \gg m, \mu, p \gg m \Rightarrow E = p$

$$\text{részcsohaszám sűrűség: } n_i = \frac{g_i}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{p + \mu_i}{T_i}} \pm 1} p^2 dp = \frac{P}{T} = x$$

$$\int d^3p = 4\pi \int_0^\infty p^2 dp$$

$$= \frac{g_i}{(2\pi)^2} T_i^3 \int_0^\infty \frac{1}{e^x \pm 1} x^2 dx = *$$

$$\oplus: \frac{3}{2} \zeta(3) \quad \text{Riemann-féle} \\ \int_0^\infty \frac{1}{e^x \pm 1} x^s dx = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s} \int_0^\infty e^{-nx} x^s dx$$

$$\zeta(3) = 1,20206$$

$$\ominus: 2 \zeta(3)$$

$$* = \begin{cases} \frac{3}{4\pi^2} \zeta(3) g_f T_f^3 \\ \frac{1}{\pi^2} \zeta(3) g_b T_b^3 \end{cases}$$

energiasűrűség:

$$S_i = \frac{g_i}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{p + \mu_i}{T_i}} \pm 1} p^3 dp = \frac{g_i}{2\pi^2} T_i^4 \int_0^\infty \frac{1}{e^x \pm 1} x^3 dx =$$

$$\oplus: \frac{7}{8} \frac{\pi^4}{15}$$

$$\ominus: \frac{\pi^4}{15}$$

$$= \begin{cases} \frac{\pi^2}{30} \frac{7}{8} g_f T_f^4 \\ \frac{\pi^2}{30} g_b T_b^4 \end{cases}$$

nyomás:  $P_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\beta p} \pm 1} \frac{p^3}{3} dp = \frac{1}{3} \rho_i$

állapoteqvenlet:  $P_i = w \rho_i$

relativisztikus esetben (sugárzásra)  $w = \frac{1}{3}$

teljes energiasűrűség

$$\rho = \sum_i \rho_i = \frac{\pi^2}{30} \left( \sum_f \frac{7}{8} g_f T_f^4 + \sum_b g_b T_b^4 \right) =$$

$$= \frac{\pi^2}{30} T^4 \left( \sum_f \frac{7}{8} g_f \left( \frac{T_f}{T} \right)^4 + \sum_b g_b \left( \frac{T_b}{T} \right)^4 \right)$$

$g^*$  effektív degenerációs fok

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} g^* T^4$$

részecskék:

	generáció	polarizáció	szín	iz	antirészecske	fermion / boszon	$\Sigma$
$e, \mu, \tau$	3	2	1	1	2	$\frac{7}{8}$	
$\nu$	3	1	1	1	2	$\frac{7}{8}$	
$q$	3	2	3	2	2	$\frac{7}{8}$	
$\gamma, W^\pm, Z^0$	1	2	1	4	1	1	
$g$	1	2	8	1	1	1	
$H$	1	1	1	4	1	1	

ha  $T \gg 300 \text{ GeV}$ , minden relativisztikus (ultrarel)

$T = 300 \text{ GeV}$  - en  $g^* = (12 + 6 + 72) \frac{7}{8} + 8 + 16 + 4 = 106,75$

$T = 10 \text{ MeV}$   $e^\pm, \nu, \gamma$   $g^* = 2 + 2 \cdot 2 \frac{7}{8} + 3 \cdot 2 \frac{7}{8} = 10,75$

$\approx 1 \text{ MeV}$  alatt lesz az  $e^\pm$  nem-relativisztikus

$e^- + e^+ \leftrightarrow 2\gamma$  hőmérsékleti egyensúly  $\approx 0,5 \text{ MeV}$ -ig

$e^- + \nu_e \rightarrow e^- + \nu_e$   $10 \text{ MeV}$ -en még megy

$\Gamma_w \sim T^5 \rightarrow \Gamma_w = \text{collisions rate (gyenge) rata}$

$\Gamma > H$  hőmérsékleti egyensúly

$\uparrow$  talpelési rata

gyenge lecsatolás  $T_{\text{ws}} \approx 1,5 \text{ MeV}$

mai hőmérséklet  $2,7 \text{ K} = \frac{2,7}{11600} \text{ eV} \sim 10^{-4} \text{ eV}$

(lehet, hogy  $\nu$  ma már nem-relativisztikus, de a SM-ben mindig az)

$$g^*(ma) = 2 + 3 \cdot 2 \cdot \frac{7}{8} \left( \frac{T_{\text{ws}}}{T_{\text{ws}}} \right)^4$$

2.) Nemrelativisztikus eset:  $T \ll m, m \ll \mu, p \ll m$

$$E^2 = m^2 + p^2 \Rightarrow E = \sqrt{m^2 + p^2} \approx m \left( 1 + \frac{p^2}{2m^2} \right) = m + \frac{p^2}{2m}$$

$$n_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{m_i + \frac{p^2}{2m_i} - \mu_i}{T_i}} + 1} p^2 dp 4\pi = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty e^{-\frac{m_i + \frac{p^2}{2m_i} - \mu_i}{T_i}} p^2 dp =$$

↑  
elhanyagolható

$\frac{p^2}{2m_i T_i} = x^2$

$$= \frac{g_i}{2\pi^2} e^{-\frac{m_i - \mu_i}{T_i}} \int_0^\infty e^{-x^2} x^2 dx (2m_i T_i)^{3/2} =$$

$$= \frac{g_i}{2\pi^2} e^{-\frac{m_i - \mu_i}{T_i}} (2m_i T_i)^{3/2} \frac{\sqrt{\pi}}{4} =$$

$$= g_i \left( \frac{m_i T_i}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_i - \mu_i}{T_i}}$$

$$P_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty e^{-\frac{m_i + \frac{p^2}{2m_i} - \mu_i}{T_i}} (m_i + \frac{p^2}{2m_i}) p^2 dp =$$

09.21.

$$= m_i n_i + \frac{g_i}{2\pi^2} \frac{1}{2m_i} e^{-\frac{m_i - \mu_i}{T_i}} \int_0^\infty e^{-\frac{p^2}{2m_i T_i}} p^4 dp =$$

$x^2 = \frac{p^2}{2m_i T_i}$   
 $p = \sqrt{2m_i T_i} x$

$$(2m_i T_i)^{5/2} \int_0^\infty e^{-x^2} x^4 dx = \frac{3\sqrt{\pi}}{8}$$

$$= m_i n_i + n_i 2m_i T_i \frac{3}{2} \frac{1}{2m_i} =$$

$$= n_i \left( \frac{3}{2} T_i + m_i \right) \approx n_i m_i$$

$$P_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \int_0^\infty e^{-\frac{m_i + \frac{p^2}{2m_i} - \mu_i}{T_i}} \frac{p^2}{3(m_i + \frac{p^2}{2m_i})} p^2 dp =$$

↑  
elhanyagolható

$$= \frac{2}{3} m_i \frac{3}{2} T_i = m_i T_i$$

# NUKLEÁRIS ÉS RÉSZECSE ASZTRÓFIZIKA

$$P \ll \rho \quad \text{nem rel.}$$

$$P = \omega \rho$$

$$\omega_{\text{sugárzás}} = \frac{1}{3}$$

$$\omega_{\text{neumrel.}} = 0$$

Egy idő után a részecskék kiesnek a hőmérsékleti egyensúlyból

Pl: neutrínó  $\approx 1,5 \text{ MeV}$ -nél esik ki

relativisztikus eset:

$$N_D = \underbrace{\frac{4\pi}{3} R_D(t)^3}_{\text{térfogat}} \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{p-\mu_D}{T_D} \pm 1}} p^2 dp$$

lecsatolódás pillanatában  $N_D$

későbbi időpillanatban:

$$N = \frac{4\pi}{3} R(t)^3 \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{p-\mu}{T} \pm 1}} p^2 dp = *$$

$$P = \varepsilon \sim \lambda^{-1} \sim R^{-1} \quad \lambda \sim R(t)$$

$$\frac{P}{P_D} = \frac{R_D}{R(t)}$$

$$* = \frac{4\pi}{3} R^3 \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{\frac{P_D R_D}{R} - \mu}{T} \pm 1}} p^2 dp = \underbrace{P_D^2}_{\frac{R_D^3}{R^3}} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{\frac{P_D}{R_D} - \frac{\mu}{R_D}}{\frac{T}{R_D}} \pm 1}} p_D^2 dp_D$$

$$= \frac{4\pi}{3} R_D^3 \frac{g}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{P_D - \frac{\mu}{R_D}}{\frac{T}{R_D}} \pm 1}} p_D^2 dp_D$$

$$N = N_D \quad \text{miatt} \quad T_D = T \frac{R}{R_D} \Rightarrow T \sim R^{-1} \quad \text{decoupling után}$$

$$\mu_D = \mu \frac{R_D}{R}$$

fontos az összehasonlás után  $\approx 400\,000$  évvel csatolódott le azóta  $T \sim R^{-1}$

(14) belátni ugyanazt nemrelativisztikus esetre

$$p \sim R^{-1}$$

↳ mivel a befutandó laborszög nő

$$T \sim R^{-2}$$

$$\mu(t) = m + \frac{T}{T_0} (\mu_0 - m)$$

Univerzum entropiaja:

$$dE_i = T_i dS_i - P_i dV_i + \mu_i dN_i$$

$$\left( \frac{\partial E}{\partial V} dV + \frac{\partial E}{\partial T} dT \right) = T \left( \frac{\partial S}{\partial V} dV + \frac{\partial S}{\partial T} dT \right) - P (dV + \frac{\partial V}{\partial T} dT) + \mu \left( \frac{\partial N}{\partial V} dV + \frac{\partial N}{\partial T} dT \right)$$

extenzív mennyiséget deriváltja a  $E$ -t mennyiség

hányadosa

$$dV \left( \frac{E}{V} - T \frac{S}{V} + P - \mu \frac{N}{V} \right) + dT \left( \frac{\partial E}{\partial T} - T \frac{\partial S}{\partial T} + P \frac{\partial V}{\partial T} + \mu \frac{\partial N}{\partial T} \right) = 0$$

$$\frac{S_i}{V_i} = s_i = \frac{E_i + P_i - \mu_i \frac{N_i}{V_i}}{T_i} = \frac{S_i + P_i - \mu_i \frac{N_i}{V_i}}{T_i}$$

nonrelativisztikusra

$$\downarrow \text{min. } -\mu_i n_i$$

$$T \rightarrow 0 \text{ -ra } \mu \rightarrow m$$

$\frac{0}{0}$  alakú

csak a relativisztikus részecskék adnak az entropiához járulékot

$$S = \sum_i S_i \approx \sum_{\text{relat}} \frac{4}{3} \frac{S_i}{T_i} = *$$

$$S_i + \frac{1}{3} \frac{S_i}{P_i} \gg \mu_i \text{ relativisztikus energián}$$

$$S = \frac{4}{3} \frac{\pi^2}{30} \left( \sum_b g_b T_b^3 + \frac{7}{8} \sum_f g_f T_f^3 \right)$$

$$= \frac{2\pi^2}{45} T^3 \left( \sum_b g_b \left( \frac{T_b}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_f g_f \left( \frac{T_f}{T} \right)^3 \right)$$

$g_{*S}$

entropiához tartozó

effektív degenerációs fok

$$S = \frac{4\pi}{3} R(t)^3 \frac{2\pi^2}{45} g_{*S} T^3$$

mai Hubble - térfogat  $4 \cdot 10^{26} \text{ m}^3$

hőmérséklet  $2,73 \text{ K}$

nagyon nagy az entropia

$\Delta S \ll S \Rightarrow$  az univerzum entropiaja áll

$$\Rightarrow g_{XS}(t) R^3(t) T^3(t) = \text{const.}$$

↑  
poton hőm

ha  $g_{XS} \text{ const} \Rightarrow T \sim R^{-1}$

(a korai univerzumban még nem volt igaz)

$T_1 = 10 \text{ MeV}$   $\gamma, e^\pm, \nu$  hőmérsékleti egyensúlyban

$$g_{XS, \gamma e} T_1^3 R_1^3 + g_{XS, \nu} T_1^3 R_1^3 \quad (1)$$

$T < 0,1 \text{ MeV}$

$T_\nu = 1,5 \text{ MeV}$   $\nu$  lecsatlakozott  $T_\nu \sim R^{-1}$

$T_{\text{de}} = 0,5 \text{ MeV}$   $e^\pm$  fűtsugárzás nem-relativisztikus lesz

$$g_{XS, \gamma} T^3 R^3 + g_{XS, \nu} T_\nu^3 R^3 \quad (2)$$

(1) = (2) kell a második tagot egyformán

$$\Rightarrow g_{XS, \gamma + e^\pm} T_1^3 R_1^3 = g_{XS, \gamma} T^3 R^3$$

$$(2 + \frac{7}{8} \cdot 2 \cdot 2) T_1^3 R_1^3 = 2 T^3 R^3$$

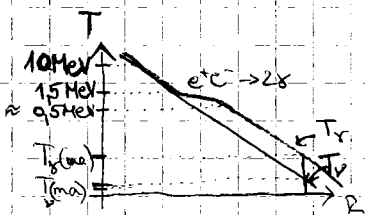
$$\frac{11}{2} T_1^3 R_1^3 = 2 T^3 R^3$$

$$\frac{11}{4} T_\nu^3 R^3 = T^3 R^3$$

$$\frac{T_\nu}{T} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3}$$

$$T_\nu(\text{ma}) = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} T_\gamma(\text{ma}) = 1,94 \text{ K}$$

↙ 2,725 K



effektív degenerációs fok ma:

$$g_X(\text{ma}) = 2 + \frac{7}{8} \cdot 6 \left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right)^4 = 3,36$$

↑  
 $\gamma$      $\nu$

$$g_{XS}(\text{ma}) = 2 + \frac{7}{8} \cdot 6 \left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right)^3 = 3,909$$

↑  
 $\frac{4}{11}$

foton sűrűsége ma:  $n_\gamma(ma) = \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty (3) T(ma)^3 = 411 \frac{1}{cm^3}$   
↑ 1,202      ↑ (2,725K)<sup>3</sup>

neutrínó "":  $n_\nu(ma) = \frac{5}{4\pi^2} \int_0^\infty (3) T_\nu^3(ma) = 112 \frac{1}{cm^3}$

entropiasűrűség:  $s(ma) = \frac{2\pi^2}{45} T_\gamma^3 g_{*s}(ma) = 2897 \frac{1}{cm^3}$  ( $\epsilon_0$  egységben)

entropia:  $\frac{4\pi}{3} R^3 \cdot s = 7,7 \cdot 10^{88}$

Univerzum dinamikája:

Univerzum homogén és izotrop  $\rightarrow$  ebben az esetben

kell megoldani az Einstein - egyenletet

Robertson - Walker metrika:

$$ds^2 = -dt^2 + R(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - \epsilon r^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 \right]$$

↑  
skalafaktor  
változik

$\epsilon = 0$  sík,  $\epsilon = +1$  zárt,  $\epsilon = -1$  nyílt

Friedman megoldotta az Einstein egyenletet ebben

a metrikában:

$$\left( \frac{\dot{R}}{R} \right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{\epsilon}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

$$\left( \frac{\ddot{R}}{R} \right) = -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}$$

→ táblázat az energia-sűrűség határozza meg (sugárzás + anyag + görbület + kozmológiai konstans)

$\frac{\dot{R}}{R} = H(t)$  Hubble parameter

ezebből leírható egyenlet:  $(H)$

$$\dot{H} = -3 \frac{\dot{R}}{R} (\rho + p)$$

anyag  $\rho_m \sim R^{-3}$

sugárzás  $\rho_r \sim R^{-4}$

$\Rightarrow$  különböző időben

különböző tagok dominálnak

Sugárzás dominál:  $\dot{H} = -3 \frac{\dot{R}}{R} \cdot \frac{4}{3} \rho$

$$\dot{H}R + 4\rho\dot{R} = 0$$

$$\frac{1}{R^3} (\rho \cdot R^4) = \frac{1}{R^3} (\dot{\rho}R^4 + 4\rho R^3\dot{R}) = 0$$



$$\rho R^4 = \text{const.}$$

$$\rho_m \sim R^{-4} \quad \text{sugárzásra}$$

Anyag dominál :  $\dot{\rho} = -3 \frac{\dot{R}}{R} \rho$

$$\frac{1}{R^2} (\rho R^3) = \frac{1}{R^2} (\dot{\rho} R^2 + 3 \rho \dot{R} R^2) = 0$$

$$\rho R^3 = \text{const.}$$

$$\rho_m \sim R^{-3} \quad \text{anyagra}$$

09.28.

$$H^2(t) = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho = \frac{c}{R^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

$$H(ma) = h \cdot 100 \frac{km}{s Mpc} \quad h = 0,7 \pm \dots$$

$$\frac{z(ma)}{R(t)} = z(t) + 1$$

↑ vöröseltolódás  $\rightarrow z(ma) = 0$  négyen nagyobb

$$d_H = R_0 R(t) \quad \text{horizonttávolság}$$

$$\uparrow R(ma) = 1$$

$$\frac{\lambda(ma) - \lambda(t)}{\lambda(t)} = z(t) \Rightarrow \frac{\lambda(ma)}{\lambda(t)} = z + 1 \quad \text{és } \lambda \sim R$$

$$\rho_r \sim R^{-4}$$

$$\rho_m \sim R^{-3}$$

↳ legkorábban ez dominál utána ez utána görbület és a kozmológiai konstans

Sugárzás dominálta kor:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 \sim R^{-4} \rightarrow \frac{\dot{R}}{R} \sim R^{-2} \rightarrow dRR \sim dt \rightarrow R^2 \sim t \rightarrow \boxed{R \sim t^{1/2}}$$

Anyag dominálta kor:

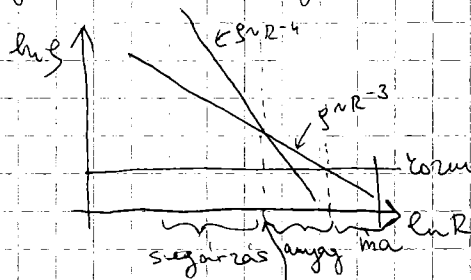
$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 \sim R^{-3} \rightarrow \frac{\dot{R}}{R} \sim R^{-3/2} \rightarrow R^{3/2} \sim t \rightarrow \boxed{R \sim t^{2/3}}$$

Univerzum görbületét kozmikus mikrohullámú háttérsugárzással meg lehet mérni  $\Rightarrow k=0$  nagy pontossággal

Kozmológiai konstans:

$$\rho \sim \text{const.} \quad \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 \sim c \rightarrow \frac{dR}{R} \sim c dt \rightarrow \ln R \sim ct \rightarrow \boxed{R \sim e^{ct}}$$

gyorsulva távolul ma az Univerzum



kósmológiai konstans  $\blacklozenge$   $\rightarrow$  sötét energia dominál

MREQ = anyag és sugárzás ekivalencia

Univerzum végtelen

általunk belátott térfogat = Hubble térfogat

= horizontálvolság

$$d_H = \int_0^t ds = R(t) \int_0^{R_0} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = R(t) \int_0^t dt' \frac{1}{R(t')}$$

$\uparrow$   
 $d\varphi = 0 = d\theta$   
 $\frac{dt}{dt} = 0$

jobbra  $ds = 0$   
 $\frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \frac{dt}{R(t)}$

sugárzás dominálta  $R \sim t^{1/2}$

$$d_H(t) = t^{1/2} \int_0^t \frac{dt'}{t'^{1/2}} = t^{1/2} \cdot 2 t'^{1/2} = \underline{2t}$$

anyag dominálta  $R \sim t^{2/3}$

$$d_H(t) = t^{2/3} \int_0^t \frac{dt'}{t'^{2/3}} = \underline{3t}$$

az élettartam legnagyobb részében anyag dominált

$$d_H(\text{ma}) \approx 3 \cdot 13,7 \cdot 10^9 \text{ év} = 4 \cdot 10^{26} \text{ m}$$

$$\rho_{\text{crit}} = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad \text{kritikus sűrűség} \quad (\epsilon = 0 = \text{hoz tartozik})$$

$$\rho_{\text{crit}}(\text{ma}) = \frac{3H(\text{ma})^2}{8\pi G} = \frac{3 \cdot h^2 (100 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}})^2}{8\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{cm}^3}{\text{g s}^2}} = 1,88 \cdot 10^{-29} \text{ kg cm}^{-3}$$

$\uparrow$   
 $0,72 \pm$

jelenleg éppen a kritikus sűrűsége van az Univerzum

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}} \quad \text{sűrűségparaméter}$$

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_{\text{crit}}}, \quad \Omega_B = \frac{\rho_B}{\rho_{\text{crit}}}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\rho_\Lambda}{\rho_{\text{crit}}}, \quad \Omega_r = \frac{\rho_r}{\rho_{\text{crit}}}$$

$$\Omega_m + \Omega_r + \Omega_\Lambda = 1$$

MREQ pont meghatározható

$$\rho_r \sim R^{-4} \quad \rho_m \sim R^{-3}$$

$$\frac{\rho_m}{\rho_r} \sim R$$

$$\frac{\rho_m(ma)}{\rho_r(ma)} = \frac{R(ma)}{R(EQ)} = Z(EQ) + 1$$

$$\rho_r(ma) = \frac{\pi^2}{30} g_{*}(ma) T^4(ma) = \frac{\pi^2}{30} \cdot 3,36 (2,725 K)^4 = \dots = 7,8 \cdot 10^{-34} \frac{g}{cm^3}$$

$\uparrow 2 + \frac{7}{8} \cdot 6 \cdot \left(\frac{T_p}{T}\right)^4 \approx 336 \leftarrow \frac{T_p}{T} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} \leftarrow K^4 = \dots \frac{g}{cm^3}$

$$\rho_m(ma) = \Omega_m(ma) \cdot \rho_{crit}(ma) = 0,3 \cdot 1,88 \cdot 10^{-29} \cdot 0,72^2 \frac{g}{cm^3}$$

$\uparrow$  WMAP és más mérésekből  
**0,3**

$$\frac{\rho_m(ma)}{\rho_r(ma)} = Z(EQ) + 1 \approx 3850$$

$T \sim R^{-1}$  ha a relativisztikus szabadsági fokok száma nem változik ( $t > 100s$ )

$$\frac{T(ma)}{T(EQ)} = \frac{R(EQ)}{R(ma)} = Z(EQ) + 1 = 3850$$

$$T(EQ) = 3850 \cdot \frac{2,725}{11600} eV \approx 0,9 eV$$

$$R \sim t^{2/3}$$

$$\frac{R(ma)}{R(EQ)} = \left(\frac{t(ma)}{t(EQ)}\right)^{2/3} = Z(EQ) + 1$$

$$t(EQ) = t(ma) \frac{1}{(Z(EQ) + 1)^{3/2}} = \frac{13,7 \cdot 10^9 eV}{3850^{3/2}} \approx 58600 eV$$

$e^- + p^+ \leftrightarrow H + \gamma$  amíg ez oda - vissza mehet, addig a foton szóródik a töltött részecskéken hőmérséklet elég alacsony, akkor recombinaóció a proton és az elektron hidrogénné ebben az időpontban a fotonok lecsatolódnak  $\Rightarrow$  ebből lesz a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás



gömbfelületet nézünk

= surface of last scattering (SLS)

miter történt a recombiniáció?

$B_H = 13.6 \text{ eV}$  a hidrogén ionizációs energiája a laborban

$n_e = n_p^*$  ← minden proton ami benne van a  ${}^4\text{He}$ -ben is

$n_e \approx n_p$  közelítőleg

$$n_p + n_H = n_B^* \approx n_B$$

$$n_i = g_i \left( \frac{m_i T_i}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_i - \mu_i}{T_i}}$$

hőm. egyensúlyban

$$T_e = T_p = T_H$$

$$\mu_p + \mu_e = \mu_H$$

$$1) \quad n_e = 2 \left( \frac{m_e T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_e - \mu_e}{T}}$$

$$2) \quad n_p = 2 \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_p - \mu_p}{T}}$$

$$3) \quad n_H = 4 \left( \frac{m_H T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_H - \mu_H}{T}}$$

$$e^{-\frac{\mu_e}{T}} = n_e \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{m_e T} \right)^{3/2} e^{+\frac{\mu_e}{T}}$$

$$e^{-\frac{\mu_p}{T}} = n_p \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi}{m_p T} \right)^{3/2} e^{+\frac{\mu_p}{T}}$$

$$n_H = 4 \left( \frac{m_H T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m_H - \mu_H}{T}} = n_e \cdot n_p \frac{1}{4} \left( \frac{2\pi}{m_e T} \right)^{3/2} \left( \frac{2\pi}{m_p T} \right)^{3/2} e^{\frac{m_e + m_p}{T}}$$

$m_p \approx m_H$  nem exponensben közelíthető

$$n_H = n_p^2 \left( \frac{2\pi}{m_e T} \right)^{3/2} e^{\frac{m_p + m_e - m_H}{T}}$$

$$m_p + m_e - m_H = B_H = 13.6 \text{ eV}$$

$$\frac{n_H}{n_p^2} = \left( \frac{2\pi}{m_e T} \right)^{3/2} e^{B_H/T}$$

frakcionális ionizáció  $x \equiv \frac{n_p}{n_p + n_H} = \frac{\mu_p}{m_B}$

ha  $x \rightarrow 0$  semleges

ha  $x \rightarrow 1$  teljesen ionizált

$$\frac{n_H}{n_p^2} = \frac{n_B - n_p}{n_p^2} = \frac{1 - \frac{\mu_p}{m_B}}{\frac{m_p^2}{m_B}} = \frac{1-x}{x^2 m_B}$$

$$\frac{1-x}{x^2} = m_B \left( \frac{2\pi}{m_e T} \right)^{3/2} e^{B_H/T}$$

$$\eta \equiv \frac{n_B}{n_Y} \quad \eta(\text{ma}) \approx 6 \cdot 10^{-10}$$

$$\frac{1-x}{x^2} = \dots = \eta \cdot \underbrace{\frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty (3) T^3 \left( \frac{2\pi}{m_e T} \right)^{3/2} e^{-\frac{B_H}{T}}}_{n_Y}$$

ha  $x = 0,1$

$$g_0 \leftarrow \frac{0,9}{0,01} = \eta \cdot \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty (3) T^3 \left( \frac{2\pi}{m_e T} \right)^{3/2} e^{-\frac{B_H}{T}}$$

$\uparrow$   
nagy

$\uparrow$   
nagy  
kicsi  
szám

$\Rightarrow$  ennél nagyobb  
nagy számúval  
 kell lenni  $\Rightarrow T \ll B_H$

$$g_0 = 6 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{2}{\pi^2} \cdot 1,202 \cdot T^3 \left( \frac{2\pi}{511 \text{ eV}} \right)^{3/2} T^{-3/2} e^{-B_H/T}$$

$$T^{3/2} e^{-B_H/T} = 8,3 \cdot 10^{18} \text{ (eV)}^{3/2}$$

$$\frac{3}{2} \ln T + \frac{13,6}{T} = 43,56$$

$$T = \frac{13,6}{-\frac{3}{2} \ln T + 43,56} \quad \text{iterative} \quad T^{(0)} = 1 \text{ eV}$$

$$T^{(1)} = \frac{13,6}{-\frac{3}{2} \ln 1 + 43,56} = 0,31 \text{ eV}$$

$$T^{(2)} = \frac{13,6}{43,56 - \frac{3}{2} \ln 0,31} = 0,30 \text{ eV}$$

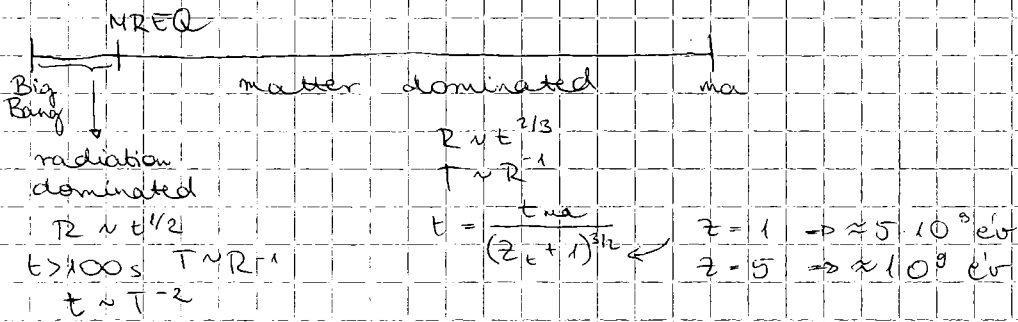
$\Rightarrow$   $T = 0,299 \text{ eV}$  a rekombináció hőmérsékletére az eredményünk

közelítés nélkül  $T_{\text{rec}} = 0,26 \text{ eV}$

$$t_{\text{rec}} = \frac{t(\text{ma})}{(Z_{\text{rec}} + 1)^{3/2}} \rightarrow \frac{R(\text{ma})}{R_{\text{rec}}} = \frac{T_{\text{rec}}}{T(\text{ma})} = \frac{0,26 \text{ eV}}{\frac{2,725}{11600} \text{ eV}} \approx 1100$$

$$t_{\text{rec}} = \frac{13,6 \cdot 10^9 \text{ eV}}{(1100)^{3/2}} \approx 380\,000 \text{ eV}$$

Kozmológiai időskála



$$t_{1\text{MeV}} = \frac{t_{\text{eq}}}{t_{\text{eq}}} = \frac{T_{\text{eq}}^2}{(1\text{MeV})^2} = \frac{(0.9\text{eV})^2}{(1\text{MeV})^2} = 0,81 \cdot 10^{-12}$$

$$t_{1\text{MeV}} = 58600 \cdot 365 \cdot 86400 \cdot 0,81 \cdot 10^{-12} \approx 1,5 \text{ s}$$

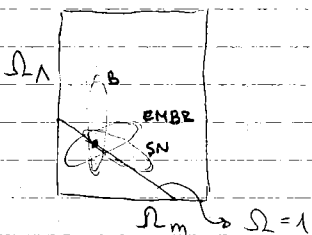
13,7 milliard eV	$\frac{2,725}{11600}$ eV	ma
380 000 eV	0,26 eV	rekombináció
58600 eV	0,9 eV	MREQ
100 s	0,1 MeV	Big Bang nukleosintézis
1 s	1 MeV	
25 $\mu$ s	200 MeV	kvark-hadron fázisátmenet
$10^{-10}$ s	100 GeV	elektrogyenge fázisátmenet
$10^{-34}$ s	$10^{14}$ GeV	infláció kezdete
$10^{-44}$ s	$10^{19}$ GeV	GUT Planck energia

Infláció

A klasszikus kozmológia problémái:

1. Símasági probléma

$$\Lambda = 0 \quad H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{\epsilon}{R^2}$$



$$\frac{k}{R^2} = H^2 \left( 1 - \frac{8\pi G}{3H^2} \rho \right) = (1 - \Omega) H^2$$

$\frac{\rho}{\rho_{cr}} = \Omega$

$$(1 - \Omega)_t = \frac{k}{H^2 R^2}$$

m.d.  $R \sim t^{2/3}$   $\dot{R} \sim \frac{2}{3} t^{-1/2}$   $H = \frac{2}{3} t^{-1}$

m.d.  $R \sim t^{1/2}$   $\dot{R} \sim \frac{1}{2} t^{-1/2}$   $H = \frac{1}{2} t^{-1}$

jó közelítéssel  $t = H^{-1}$

$(\Omega - 1)_t \sim k t^{2/3}$  m.d.  $\rho = (\Omega - 1)_{ma} \frac{1}{z_t - 1}$

$$(\Omega - 1)_{rec} = (\Omega - 1)_{ma} \left( \frac{t_{rec}}{t_{ma}} \right)^{2/3} = (\Omega - 1)_{ma} \left( \frac{3800000 \text{ év}}{13,7 \cdot 10^9 \text{ év}} \right)^{2/3} = 10^{-3}$$

m.d.  $(\Omega - 1)_t \sim k t$

$$(\Omega - 1)_t = (\Omega - 1)_{EQ} \frac{t}{t_{EQ}} = (\Omega - 1)_{ma} \frac{1}{z_{EQ} + 1} \frac{(z_{EQ} + 1)^2}{(z_t + 1)^2} = (\Omega - 1)_{ma} \frac{z_{EQ} + 1}{(z_t + 1)^2}$$

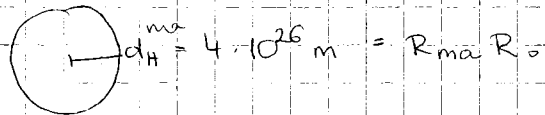
$$R \sim t^{1/2} \quad \frac{1}{(z_t^* + 1)^2} \quad (z_t + 1) = (z_{EQ} + 1)(z_t^* + 1)$$

$$z_t^* + 1 \equiv \frac{R_{EQ}}{R}$$

pl: BBN:  $z_{BBN} + 1 = 4 \cdot 10^8 \rightarrow (\Omega - 1)_{BBN} = (\Omega - 1)_{ma} 2,4 \cdot 10^{-14}$

ha nagyon kicsi időpontra megyünk, akkor nagyon pontosan be kellett állítva lenni az  $\Omega = 1$ -nek nem szeretjük a finomhangolást

## 2. Horizont probléma



$$d_H^{ma} = 4 \cdot 10^{26} \text{ m} = R_{ma} R_0$$

$$d_H \sim t \quad d_H^{ma} = R_{ma} R_0$$

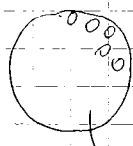
$R(t) \sim t^{2/3}$  m.d.

$$\frac{d_H(t)}{R(t)} = \frac{d_H(t)}{d_H(t_{ma})} \frac{d_H(t_{ma})}{R(t_{ma})} \frac{R(t_{ma})}{R(t)} = \frac{t}{t(t_{ma})} \frac{t_{ma}^{2/3}}{t^{2/3}} = \left( \frac{t}{t_{ma}} \right)^{1/3}$$

$$\frac{d_H(EQ)}{R(EQ)} = \left( \frac{t(EQ)}{t_{ma}} \right)^{1/3} = \frac{1}{(z_{EQ} + 1)^{1/2}} = \frac{1}{(1100)^{1/2}} = \frac{1}{33}$$



33-szor kisebb a horizont-távolság, mint a skálafaktor



fluctuáció - térfogat

33000 db-ra esik szét, amik országos viszonyban lehetnek

hőmérséklet nem zelleme, hogy egyforma legyen

WMAP méréseiből  $\frac{\Delta T}{T} \approx 10^{-5}$  a legnagyobb hőmérsékleti különbség, pedig a fotonok kauzálisan független helyről jöttek

(mitől Gauss eloszlási a fotonok eloszlása?)

A Guth vetette fel a megoldást a klasszikus kozmológia problémáira!

☞ ha exponenciálisan nőne a skálafaktor akkor belesne a Hubble térfogatba és mindenki kauzális kapcsolatban lenne

klasszikus skalárter jelenlétével lehet konstans energiasűrűséget generálni

Nagyon korai univerzum:

$k=0$ ,  $\Lambda=0$ ,  $\phi$  és  $V(\phi)$  potenciál skalárter

$$ds^2 = dt^2 - R(t)^2 d\vec{x}^2$$

metrika

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -R^2 & & \\ & & -R^2 & \\ & & & -R^2 \end{pmatrix} \quad g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -\frac{1}{R^2} & & \\ & & -\frac{1}{R^2} & \\ & & & -\frac{1}{R^2} \end{pmatrix}$$

Lagrange -for:  $L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V$

hatás  $S = \int d^4x \sqrt{-g} L$   $g = \det[g_{\mu\nu}]$   
 $\mathcal{L} = R^3 L$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0 \quad \text{Euler-Lagrange-egyenlet}$$

kovarianisan:  $\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0$

$$\partial_\mu = (\partial_t, \vec{\nabla}) \quad \partial^\mu = (\partial_t, -\frac{1}{R^2} \vec{\nabla})$$

$$L = \frac{1}{2} (\dot{\phi}^2 - \frac{1}{R^2} (\vec{\nabla} \phi)^2) - V$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 R^3 - \frac{1}{2} (\vec{\nabla} \phi)^2 R - R^3 V$$



$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi} = -R^3 V'(\Phi)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Phi}} = (R^3 \dot{\Phi}, -R \vec{\nabla} \Phi) \rightarrow \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\Phi}} = R^3 \ddot{\Phi} + 3R^2 \dot{R} \dot{\Phi} - R \Delta \Phi$$

$$R^3 \ddot{\Phi} + 3R^2 \dot{R} \dot{\Phi} - R \Delta \Phi + R^3 V'(\Phi) = 0$$

$$\ddot{\Phi} + 3 \frac{\dot{R}}{R} \dot{\Phi} - \frac{\Delta \Phi}{R^2} = -V'(\Phi)$$

tfk homogén univerzum  $\Rightarrow \Delta \Phi = 0$

$$\boxed{\ddot{\Phi} + 3H \dot{\Phi} = -V'(\Phi)} \quad (2)$$

↑ Hubble fékezés az Univerzum tágulása miatt

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho$$

$$\frac{1}{\sqrt{G}} = m_{\text{Pl}} \Rightarrow G = \frac{1}{m_{\text{Pl}}^2}$$

$$m_{\text{Pl}}^* = \frac{1}{\sqrt{8\pi G}}$$

- t használják (\*-t elfelejtjük, de ott van)

$$\boxed{H^2 = \frac{1}{3 m_{\text{Pl}}^{*2}} \rho}$$

$$T^{\mu\nu} = \partial^\mu \Phi \partial^\nu \Phi - g^{\mu\nu} \mathcal{L}$$

$$= (\rho + p) u^\mu u^\nu - g^{\mu\nu} p$$

↑  
yes sebesség

egyenlőség rendszerben  $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$

$$T^{00} = \rho$$

$$\frac{3}{R^2} p = T^{11} + T^{22} + T^{33} \rightarrow p = \frac{R^2}{3} (T^{11} + T^{22} + T^{33})$$

$$\rho = \dot{\Phi}^2 - \left( \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 - \frac{1}{2R^2} (\vec{\nabla} \Phi)^2 - V \right) = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + \frac{1}{2R^2} (\vec{\nabla} \Phi)^2 + V$$

↑  
homogén térben  $\nabla^2 \Phi = 0$

$$\boxed{H^2 = \frac{1}{3 m_{\text{Pl}}^{*2} R^2} \left( \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + V(\Phi) \right)} \quad (1)$$

$$p = \frac{R^2}{3} \left( \frac{1}{R^4} (\vec{\nabla} \Phi)^2 + \frac{3}{R^2} \left( \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 - \frac{1}{2R^2} (\vec{\nabla} \Phi)^2 - V \right) \right) =$$

$$= \frac{R^2}{3} \left( \frac{3}{2R^2} \dot{\Phi}^2 - \frac{1}{2R^4} (\vec{\nabla} \Phi)^2 - \frac{3}{R^2} V \right) =$$

$$= \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 - \frac{1}{6R^2} (\vec{\nabla} \Phi)^2 - V$$

↑  
elhanyagolható homogenitás miatt

$$\frac{\partial}{\partial t} (1)$$

$$2H\dot{H} = \frac{1}{3 m_{\text{Pl}}^{*2}} \left( \dot{\Phi} \ddot{\Phi} + V'(\Phi) \dot{\Phi} \right) = -\frac{1}{3 m_{\text{Pl}}^{*2}} 3H \dot{\Phi}^2$$

(2)

$$\dot{H} = -\frac{1}{2m_{\text{Pl}}^2} \dot{\Phi}^2 \quad (3)$$

$$\frac{\dot{H}}{\dot{\Phi}} \approx H' = -\frac{1}{2m_{\text{Pl}}^2} \dot{\Phi} \quad (4) \quad \rightarrow \quad H'' = -\frac{1}{2m_{\text{Pl}}^2} \frac{d\dot{\Phi}}{dt} \frac{dt}{d\dot{\Phi}} = -\frac{1}{2m_{\text{Pl}}^2} \frac{\ddot{\Phi}}{\dot{\Phi}}$$

↑ ~~H~~ mindkettő monoton változik az idővel

$$\ddot{H} = \frac{1}{2m_{\text{Pl}}^2} (-2m_{\text{Pl}}^2 H')^2 = -2m_{\text{Pl}}^2 H^2 \quad (5)$$

10.12.

$$\epsilon := 2m_{\text{Pl}}^2 \left( \frac{H'}{H} \right)^2$$

$$\eta := 2m_{\text{Pl}}^2 \frac{H''}{H}$$

$$\epsilon = \frac{(4), (1)}{(4), (1)} = 2m_{\text{Pl}}^2 \frac{\frac{1}{2m_{\text{Pl}}^2} \dot{\Phi}^2}{\frac{1}{2m_{\text{Pl}}^2} \left( \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + V \right)} = 3 \frac{\frac{1}{2} \dot{\Phi}^2}{\frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + V}$$

ha  $\frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 \ll V$  akkor  $\epsilon \ll 1$

$$\eta = \frac{\ddot{\Phi}}{H\dot{\Phi}} \quad \text{ha } |\ddot{\Phi}| \ll |H\dot{\Phi}| \text{ akkor } \eta \ll 1$$

lassú gördülés közelítés  $\epsilon, \eta \ll 1$   
(slow roll)

$$\begin{cases} H^2 = \frac{1}{3m_{\text{Pl}}^2} V & (a) \\ 3H\dot{\Phi} = -V' \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2HH' = \frac{1}{3m_{\text{Pl}}^2} V' & (b) \\ 2HH' + 2H^{1/2} = \frac{1}{3m_{\text{Pl}}^2} V'' & (c) \end{cases}$$

$$\frac{(b)}{(a)} \Rightarrow 2 \frac{H'}{H} = \frac{V'}{V} \rightarrow \epsilon = 2m_{\text{Pl}}^2 \left( \frac{V'}{2V} \right)^2 = m_{\text{Pl}}^2 \frac{V'}{2V^2} \ll 1$$

$$\frac{(c)}{H^2} \Rightarrow 2 \frac{H''}{H} + 2 \frac{H^{1/2}}{H^2} = \frac{1}{3m_{\text{Pl}}^2} \frac{V''}{\frac{1}{3m_{\text{Pl}}^2} V} \Rightarrow \frac{H''}{H} 2m_{\text{Pl}}^2 = m_{\text{Pl}}^2 \frac{V''}{V} - 2m_{\text{Pl}}^2 \frac{H^{1/2}}{H}$$

$$\eta + \epsilon = m_{\text{Pl}}^2 \frac{V''}{V} \ll 1$$

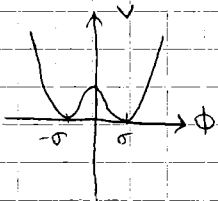
ez a két feltétel a potenciálra

$$m_{\text{Pl}}^2 \frac{V'}{2V^2} \ll 1, \quad m_{\text{Pl}}^2 \frac{V''}{V} \ll 1$$

GUT inspirálta infláció

↳ nagy együttható

GUT  $10^{14} - 10^{15}$  GeV körül egyesülhet az elektro-  
gyenge és az erős kölcsönhatás  
alatt spontán szimmetriasértés



$$V = \frac{\lambda}{4} (\phi^2 - \sigma^2)^2$$

$$m_{\text{GUT}}^2 = V''(\sigma)$$

$$V' = \lambda\phi(\phi^2 - \sigma^2)$$

$$V'' = 3\lambda\phi^2 - \lambda\sigma^2 \quad V''(\sigma) = 2\lambda\sigma^2 \approx \sigma^2$$

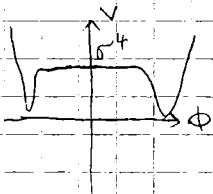
$$\sigma = m_{\text{GUT}} = 10^{14} - 10^{15} \text{ GeV}$$

$$E \approx \frac{m_{\text{Pl}}^2 \phi^2}{\sigma^4} \quad \text{ha } \phi \ll \sigma \quad m_{\text{Pl}}^* \sim 10^{19} \text{ GeV}$$

$E \ll 1$  valóban

$$1 \text{ GeV} \approx 10^{24} \frac{1}{\text{s}}$$

$$E + \eta \approx \frac{m_{\text{Pl}}^2}{\sigma^2} > 1 \quad \swarrow \searrow$$



módosított a potenciált úgy, hogy  
a második derivált  $\approx 0 \Rightarrow E + \eta \ll 1$

$$\dot{V} = V' \dot{\phi} = -3H\dot{\phi}^2 \ll 3HV$$

ebből már majdnem látszik, hogy  $V$  időben nem (alig)  
változik

$\hookrightarrow$  konstans energiasűrűség

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = H^2 = \text{const}$$

$$\frac{dR}{R} = \text{const} dt$$

$$\ln R = \text{const} t \Rightarrow R = R_0 e^{Ht}$$

legyen  $H\Delta t \approx 100$

$$R_{\text{infl. vége}} = R_{\text{infl. kezdet}} e^{100} \approx 10^{43}$$

$$H^2 \approx \frac{V}{M_{Pl}^2} \approx \frac{m_{GW}^4}{m_{Pl}^2} = \frac{(10^{14} - 10^{15} \text{ GeV})^4}{(10^{19} \text{ GeV})^2} \approx 10^{20} \text{ GeV}^2 \approx 10^{68} \frac{1}{s^2}$$

$$H = 10^{34} \frac{1}{s}$$

$H \sim t^{-1}$  volt minden esetben

Univerzum életora  $T \approx H^{-1} \Rightarrow T \approx 10^{-34} \text{ s}$

$$H \Delta t \approx 100 \Rightarrow \Delta t \approx 10^{-32} \text{ s}$$

$$t_{\text{infláció kezdete}} = 10^{-34} \text{ s}$$

$$t_{\text{infláció vége}} = 10^{-32} \text{ s}$$

$$H = 10^{34} \frac{1}{s} \text{ ebben az időszakban}$$

$$R_{i.v.} = R_{i.k.} 10^{43}$$

$\Delta V \ll \frac{3H \Delta t V}{100}$  valóban energi idő alatt a pot. közel konstans

simasági probléma:  $(\Omega - 1)_+ = \frac{k}{R^2 H^2}$

minél régebbre megyünk vissza annál pontosabban kell  $\Omega$ -nak 1-nél lenni.

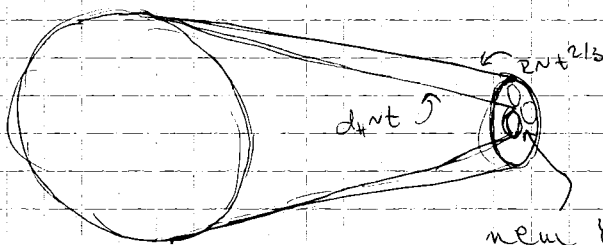
$$(\Omega - 1)_{i.v.} = \frac{k}{R_{i.v.}^2 H^2} = \frac{k}{R_{i.k.}^2 H^2} \frac{R_{i.k.}^2}{R_{i.v.}^2} = \frac{k}{R_{i.k.}^2 H^2} \left( \frac{R_{i.k.}}{R_{i.v.}} \right)^2 = (\Omega - 1)_{i.k.} \left( \frac{R_{i.k.}}{R_{i.v.}} \right)^2$$

$10^{-86}$

infláció kezdetén  $\Omega$  bármi lehetett, mert  $10^{-86}$ -szorosra lesz az infláció végeke  $\Rightarrow \Omega_{i.v.} = 1$  sor végére

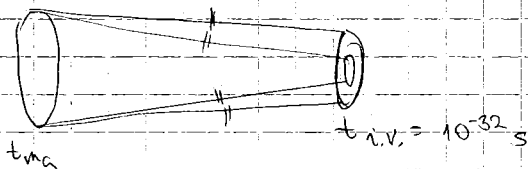
horizont probléma

$$\frac{d_H(t_{i.k.})}{R(t_{i.k.})} = \sqrt{\frac{1}{1100}}$$



potenci hőmérséklete  
+ irányban ugyanannyi

nem kauzális kapcsolatban lévő tartományok



$$\frac{d_H(t)}{R(t)} = \frac{1}{(2t+1)^{1/2}}$$

infláció végén  $\frac{R_{i.v.}}{d_{H,i.v.}} = \frac{R_{i.v.}}{R_0} \underbrace{\frac{R_0}{d_{H_0}}}_1 \frac{d_{H_0}}{d_{H,i.v.}} = \frac{1}{z_{i.v.}+1} \frac{t_{i.v.}}{t_0} g$

$$(z+1) = (z^*+1)(z_{EQ}+1)$$

$$\frac{R_{EQ}}{R(z)} \rightarrow z_{i.v.} + 1 = 3850 \frac{R_{EQ}}{R_{i.v.}}$$

$$\approx T^{-1} \text{ miatt } \frac{T_{i.v.}}{T_{EQ}} = \frac{10^9 \text{ GeV}}{0,9 \text{ eV}} = 1,1 \cdot 10^{22}$$

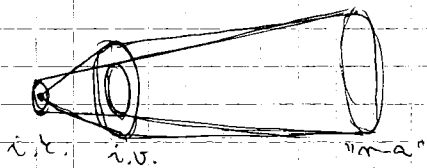
~~infláció kezdete~~

$$\frac{1}{z_{i.v.}+1} = \frac{1}{3850 \cdot 1,1 \cdot 10^{22}} = \frac{1}{4,2 \cdot 10^{25}}$$

$$\frac{R_{i.v.}}{d_{H,i.v.}} = \frac{1}{4,2 \cdot 10^{25}} \cdot 4,29 \cdot 10^{50} \approx 10^{25}$$

horizont sokkal kisebb, mint a Hubble-térfogat

$$\frac{R_{i.k.}}{d_{H,i.k.}} = \frac{10^{-43} R_{i.v.}}{10^{-2} d_{H,i.v.}} = 10^{-41} \frac{R_{i.v.}}{d_{H,i.v.}} = 10^{-16}$$



az egész Hubble térfogat a horizonton belül  $\rightarrow$  kauzális kapcsolatban minden

kosmikus háttérsugárzás fluktuációi Gauss eloszlásúak

$\hookrightarrow$  szoros összefüggés az inflációval

az inflaton elbomlik újra felfűti az univerzumot

## Bariogenézis

csak bariónt és nincsenek antibariónt

$10^{14} M_0$  térszében csak anyagot látunk

- 1) bariónszimmetria  $\rightarrow B, \bar{B}$  szétválasztás
- 2) bariónaszimmetria kezdetben
- 3) kezdetben, szimmetria és rövid időskálán aszimmetria és ma

dinamikus eltérési

nagyobb annihilációs ráta esetén alacsonyabb hőmérsékleten fagy ki  $\Rightarrow$  kevesebb marad barionokra az annihilációs ráta?

hideg részecskékre ( $x \gg 1$ )

$$\langle \sigma_{AV} \rangle = \sigma_0 \left( \frac{T}{m} \right)^n \begin{cases} n=0 \text{ s-hullámú} \\ n=1 \text{ p-hullámú} \end{cases}$$

így paraméterezzük

$(P + \bar{P})$   $\langle \sigma_{AV} \rangle = c_1 m_{\pi}^{-2}$   $m_{\pi} \approx 135 \text{ MeV}$

tfh.  $n_B = n_{\bar{B}}$  esetén  $\rightarrow$  s-hullámú  $\Rightarrow$  hőm. független

Boltzmann - egyenletbe beírva:

$$x_f = \log \left( 0,038 (n+1) \left( \frac{g}{g_*} \right)^{1/2} m_{Pl} m \sigma_0 \right) - \left( n + \frac{1}{2} \right) \log \left( \log \left( 0,038 (n+1) \left( \frac{g}{g_*} \right)^{1/2} m_{Pl} m \sigma_0 \right) \right)$$

$x < x_f$   $y \approx y_{eq}$

$x = x_f$   $y(x) = y_{eq}(x_f)$

$x > x_f$   $y(x) \rightarrow y_{\infty}$  konstans

MeV -ben

$\Gamma \sim e^{-x}$  a ráta változása

$$y_{\infty} = \frac{3,179 (n+1) x_f^{n+1}}{\left( \frac{g}{g_*} \right)^{1/2} m_{Pl} m \sigma_0}$$

$(P + \bar{P})$  -ra  $n=0$   $c_1 \approx 1$

$x_f = 42 (+ \ln c_1) \rightarrow T_f \approx 22 \text{ MeV}$

$y_{\infty} \approx 7 \cdot 10^{-20} (c_1^{-1})$

barionszimmetrius eset

ma:  $y = \frac{n_B}{n_{\text{fitt}} S} = \frac{\eta n_B}{S} = \frac{411 \frac{1}{\text{cm}^3}}{2897 \frac{1}{\text{cm}^3}} \eta \approx \frac{\eta}{7} \approx 10^{-10}$

$\rightarrow$  nem jó  $10^{10}$ -szeres különbség és nem látnak antiprotont

$\eta_{\text{ma}} \approx 6 \cdot 10^{-10}$

tfh. barionszimmetria a korai Univerzumban

$n_B \gg n_{\bar{B}} \Rightarrow y_{\bar{B}} \approx 0$  a végén

$y_{\infty}(\bar{B}) = 10^{18} \exp(-9 \cdot 10^5)$  nagyon kicsi szám kiszámolva

$y_{\infty} \rightarrow n_{\bar{B}} = y_{\infty} S_{\text{ma}}$

$n_{\bar{B}} \frac{4\pi}{3} \left( \frac{d_{\text{ma}}}{H} \right)^3 = 7,5 \cdot 10^{17} \exp(-9 \cdot 10^5) \rightarrow \ln(n_{\bar{B}} V) = 246 - 9 \cdot 10^5$

$$\Gamma_{\text{annih}} > H \quad B + \bar{B} \rightarrow \gamma$$

$\Gamma < H$  alatt valamilyen egyensúly

$$x := \frac{m}{T} \quad (\text{nő idovel})$$

$$y := \frac{n}{s} \quad (\text{részecskeszám-sűrűség / entropiasűrűség})$$

↑ térfogatváltozást kisorszjuk (együttmozgó térfogat)

↳ részecskegyakoriság az  $y$

elvileg tömeges részecskére ez a gyakoriság

ma 0 lenne legyen, ha hőmérsékleti egyensúlyba

$$y = \frac{g \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m}{T}}}{\frac{2\pi^2}{45} g_{\text{rel}} T^3} \rightarrow \left(\frac{m}{T}\right)^{3/2} e^{-\frac{m}{T}} \quad \text{maradnak}$$

↑  $e^{-\frac{10^3 \text{ MeV}}{2.7 \cdot 11600 \text{ eV}}} \sim e^{-10^{13}}$

a részecskét kiesnek a hőmérsékleti egyensúlyból

↔ kifagyhatnak

ha nem fagyhatnak ki, akkor már nem lenne 10.19.

$\Gamma \stackrel{>}{\approx} H$  dönti el a hőmérsékleti egyensúlyt

Boltzmann - egyenlet:

$$\frac{x}{y_{\text{eq}}} \frac{dy}{dx} = - \frac{\Gamma_A}{H} \left( \left(\frac{y}{y_{\text{eq}}}\right)^2 - 1 \right) \quad \text{hőmérséklet } T \text{-ben így}$$

változik a gyakoriság

$\Gamma_A$  annihilációs ráta =  $n_{\text{eq}} \langle \sigma_{A\nu} \rangle$

$$\langle \sigma_{A\nu} \rangle = \sum_{x, \bar{x}} \langle \sigma_{A\bar{A} \rightarrow x\bar{x}} \rangle \quad \leftarrow \text{termikus átlag}$$

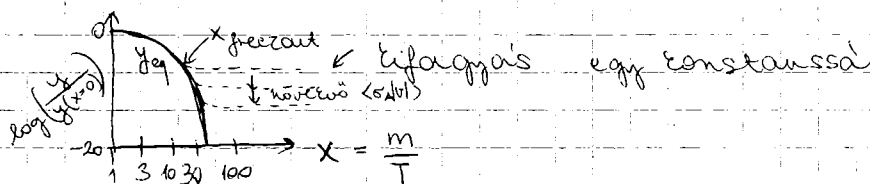
↑ különböző részecskék

$y_{\text{eq}} (n_{\text{eq}})$  egyensúlyi gyakoriság

$\frac{\Gamma_A}{H}$  mondja meg, hogy milyen hatással az annihiláció

( ) mondja meg az egyensúlytól való eltérést

megoldás



barionszimmetrikus eset kell, hogy a végén ne legyen antibarion

$$y_{\text{meit}} \approx \frac{\eta}{7} \approx 10^{-10}$$

$$y_{\text{B}} = \dots \approx 10^{-10}$$

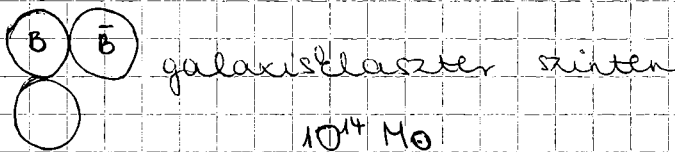
$\uparrow$   
 $x_f = ?$

$$y_{\text{B}} = 3,7g(n+1)x_f^{n+1} \left/ \left( \frac{g_{\text{NS}}}{g_{\text{B}}} \right)^{1/2} m_{\text{pl}} m_{\text{G}_0} \right.$$

$$n=0$$

$$g_{\text{B}} = g_{\text{NS}} = 10,75$$

Ei lehet számolni  $x_f - t$   $x_f = 24,3 \iff T_f = 38 \text{ MeV}$



mintha vmi folyamat sétválasztotta volna a bariont az antibariontól

a horizonton belüli barion kerülhetett egy doménbe

$$d_{\text{H}}(T=38 \text{ MeV}) = 2 \cdot t \approx 4,2 \cdot 10^5 \text{ m}$$

$$\frac{1}{38^2} \text{ s idő} \approx 7 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$g = \frac{\pi^2}{30} g_{\text{B}} T^4 \approx 1,7 \cdot 10^{12} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \Rightarrow M = g \frac{4\pi}{3} d_{\text{H}}^3 = 5,2 \cdot 10^{35} \text{ g}$$

$\uparrow$   $\uparrow$   
 $10,75$   $38 \text{ MeV}$

$$m_{\text{B}} \leftarrow \eta M \approx 3 \cdot 10^{26} \text{ g}$$

$$M_{\odot} \approx 2 \cdot 10^{33} \text{ g}$$

ez kevés anyagot ad egy doménbe

Olyan modell kell, amiben barionszimmetria kezdettben, aztán egy szimmetriasértő időszaktól és ma megint szimmetria.

$$\rightarrow 1 \text{ GeV -nél } \mu_{\text{q}} \neq \mu_{\bar{\text{q}}} \neq \mu_{\text{s}}$$

60 millió + 1 60 millió

$\leftrightarrow$  kicsi asszimmetria kellett

Szahaarov feltételek

$\rightarrow$  barionszám sértés

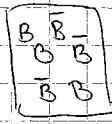
$\rightarrow$  C, CP sértés (idő iránya)

$\rightarrow$  egyensúlyból való kitérés

$S_{\text{max}}$ , ha  $\mu = 0$  egyensúlyban

$$\mu_{\text{B}} = -\mu_{\bar{\text{B}}}$$





a termodinamika is a szimmetriára törekszik

az egyenlet ünyitjuk  $\rightarrow$  megszünt az egyensúly így lehet több baryon, mint antibaryon

3féle model létezik

GUT baryogenesis:

$10^{14} - 10^{15}$  GeV skálán

leptonokat x részecske nagyon nagy tömeggel

tph két bomlási mód  $X \rightarrow qq$   
 $X \rightarrow \bar{q}l$

ráta  $r$   $X \rightarrow q+q$   $\Delta B = +\frac{2}{3}$   $r + (1-r) = \bar{r} + (1-\bar{r})$  CPT  
 $1-r$   $X \rightarrow \bar{q}+l$   $-\frac{1}{3}$

ha CP és C sérül  $\bar{r} \neq r$

$\bar{r}$   $\bar{X} \rightarrow \bar{q}+\bar{q}$   $-\frac{2}{3}$   
 $1-\bar{r}$   $\bar{X} \rightarrow q+l$   $+\frac{1}{3}$

baryonszámváltozás 
$$\epsilon = r \frac{2}{3} - (1-r) \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \bar{r} + (1-\bar{r}) \frac{1}{3} =$$
  
$$= r - \frac{1}{3} - \bar{r} + \frac{1}{3} = r - \bar{r}$$

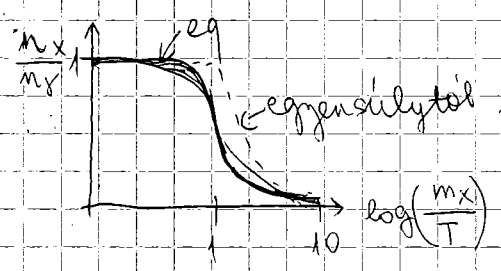
nagy hőmérséklet  $n_x = n_{\bar{x}} = n_\gamma$

$m_x c^2 \ll T$

$\frac{n}{\gamma} = \frac{n_B}{s} = \frac{E n_x}{s} \approx \frac{E n_x}{g_x n_\gamma} \approx \frac{\epsilon}{100} \Rightarrow \epsilon \approx 10^{-8}$

$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3$   $g_{*s} \approx 100$   
 $g_{*s} \approx 2n_\gamma g_x$   
 $g_x = \frac{2}{\pi^2} (3) T^3$

amit eddig látnak CP sértést az még ennél a  $10^{-8}$ -nál is sokkal kisebb



ha  $\Gamma_D$  kicsi a bomlási ráta ( $< H$ )

ha  $m_x \gg \alpha g_x^{-1/2} m_{pl} \approx \frac{\alpha}{10} 10^{13}$  GeV

$\alpha = \alpha_{GUT} \approx \frac{1}{45}$  meitől kezdve

csatolási állandója x-nél de  $\chi_{GUT} \alpha \ll \alpha_{GUT}$  lehet

előleg működhet az elmélet ezen a GUT energian

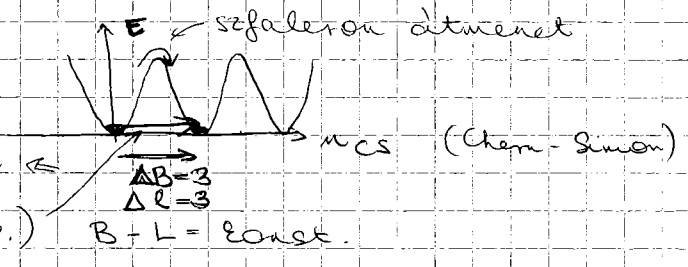
Elektrogyenge bariongenerés:

non-ábeli mértékelmélet (Yang-Mills)

többszörös vákuumállapot

barionszámsértést tudunk

instaton átmenet (alagútff.)



t' Hooft számolta ki az elektrogyenge elmélet renormalizálhatóságát, az instaton átmenet valószínűségét

$$\exp\left(-\frac{4\pi}{\alpha_w}\right) \approx 10^{-180} \quad \alpha_w \approx 0,03$$

szfaleron átmenet, ha  $T \neq 0$   $\Gamma_{sp} = T^4 e^{-\frac{E_{sp}}{T}}$   $E_{sp} = \frac{c}{\alpha} m_w$   
 $T \approx 100 \text{ GeV}$  elektrogyenge skála  $\approx 8-10 \text{ TeV}$

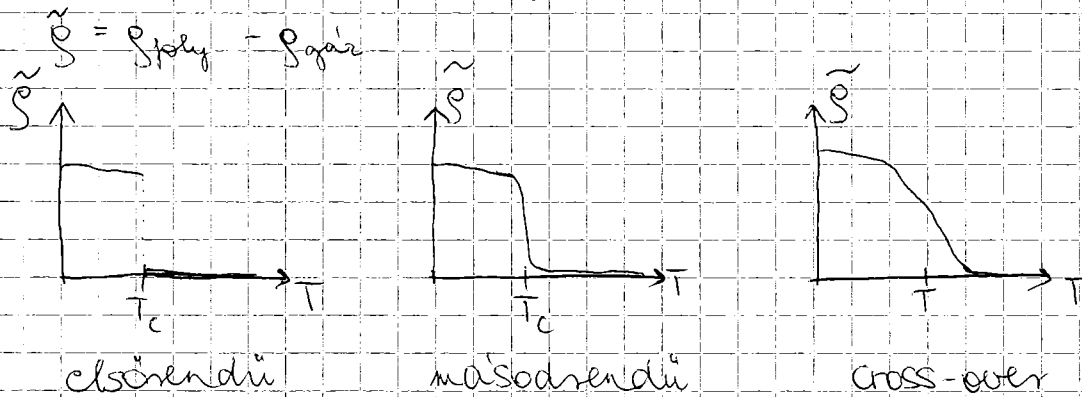
így is  $\approx e^{-100}$  nagyon kicsi valószínűség

ha az elektrogyenge fázisátmenetnél vagyunk,  $m_w = 0 \Rightarrow$

$\Gamma = \alpha^4 T^4$  jó nagy ráta lesz

10.26.

részletes vizsgálatnál kiderül, hogy csak akkor működik, ha a fázisátmenet erős, elsőrendű: hipotetikus folyadék-gáz fázisátmenet



elmélet szerint, ha  $m_H < 75 \text{ GeV}$ , akkor elsőrendű  
 Esetleg:  $m_H > 115 \text{ GeV}$  (Fodor Z.)

SUSY SM tudja emellett a csótát mellett is az elsőrendűt

## Bariogenesis leptogenesis révén

$$B-L = \text{const}$$

$B+L$  változhat

leptonaszimmetria  $\rightarrow$  bariaszimmetria

tj. majorana neutrínó  $N = \bar{N}$

fizikai modellek  $10^{12}$  GeV tömegű majorana részecskét követelmény meg

Seesaw mechanizmus: nagy tömegű majorana neutrínó tudva kis tömegű neutrínókat (izsajdtallapat) generálni

(1)  $N \rightarrow \ell + \dots$  ha  $\Gamma_1 \neq \Gamma_2$  (CP sértés)  $\Rightarrow$  aszimmetria

(2)  $N = \bar{N} \rightarrow \bar{\ell} + \dots$

$$\begin{cases} L = 10 \\ B = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B-L = 10 \\ B+L = 30 \end{cases}$$

tj. szfaleron folyamat révén leptonszám generál barionszámot

$$\begin{cases} B-L = 10 \\ B+L = 50 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L = 20 \\ B = 30 \end{cases}$$

aszimmetria  
itt is

## Big Bang nullszintézis

$$T > 200 \text{ MeV} \quad q, g$$

$$T < 200 \text{ MeV} \quad p, n$$

$$R \sim t^{1/2} \quad \text{sugárzásra}, \quad R \sim t^{2/3} \quad \text{anyagra}$$

$$T \sim R^{-1} \quad \text{közelítőleg} \quad T^3 R^3 g_{*s} = \text{const}$$

Sugárzás dominálta kor,  $k=0$ ,  $\Lambda$  elhanyagolható

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3} \rho_r$$

$$\rho_r = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4$$

$$R \sim t^{1/2} \rightarrow \dot{R} \sim \frac{1}{2} t^{-1/2} \rightarrow H = \frac{1}{2} t^{-1}$$

$$H = \sqrt{\frac{8\pi G}{3} \frac{\pi^2}{30} \frac{1}{g_*} T^4} = \frac{1}{2} t^{-1}$$

$$t = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{45}{4\pi^3}} \frac{1}{\sqrt{g_*}} \frac{1}{\sqrt{g_*}} T^{-2} \leftarrow \left(\frac{T}{\text{MeV}}\right)^{-2} (\text{MeV})^{-2}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{45}{4\pi^3}} \frac{1,22 \cdot 10^{19} \text{ GeV}}{(\text{MeV})^2} \left(\frac{T}{\text{MeV}}\right)^{-2} \frac{1}{\sqrt{g_*}} \frac{1}{\text{MeV}} = \frac{1}{1,52 \cdot 10^{21} \text{ s}}$$

$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{45}{4\pi^3}} \frac{1}{\sqrt{g_*}} \frac{1,22 \cdot 10^{22}}{1,52 \cdot 10^{21}} \left(\frac{T}{\text{MeV}}\right)^{-2} \text{ s} = 2,42 \frac{1}{\sqrt{g_*}} \left(\frac{T}{\text{MeV}}\right)^{-2} \text{ s}$$

ez most precízebb, mint az addigi közelítések

	T	g*	t
	1 MeV	10,75	0,74 s
WFO	0,8 MeV	10,75	1,15 s
NS	0,07 MeV	3,36	269 s

$$g_* = 2 + \frac{7}{8} 4 + \frac{7}{8} 6$$

(1 MeV) ↑     γ     e±     ν<sub>e, μ, τ</sub>

$$g_* (0,07 \text{ MeV}) = 2 + \frac{7}{8} 6 \left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right)^4$$

0,5 MeV-nél  
 e±-ek és  
 ν<sub>e, μ, τ</sub>

WFO = weak freeze out

$$\frac{\Gamma}{H} > 1 \quad \left(\frac{\Gamma}{H}\right)_{\text{WD}} \approx \left(\frac{T}{1,5 \text{ MeV}}\right)^3$$

~ T<sup>5</sup>     ~ T<sup>2</sup>

$\left(\frac{\Gamma}{H}\right)_{\text{WD}} \approx \left(\frac{T}{1,5 \text{ MeV}}\right)^3$   
 ν + e ↔ ν + e  
 gyenge becsatlakodás

ν + n ↔ p + e<sup>-</sup>

$$\left(\frac{\Gamma}{H}\right) \approx \left(\frac{T}{0,8 \text{ MeV}}\right)^3 \rightarrow \text{ittor esik ki ez a folyamat az egyensúlyból}$$

NS = nukleoszintézis hőmérséklet, ahol a deuteron ki tud alakulni

$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma}$  tulajdonságai:

$$\eta(T) = \frac{n_B(T)}{n_\gamma(T)} = \frac{N_B(T)}{\frac{4\pi R^3}{3} \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty (3) T^3} = \frac{N_B(ma)}{\frac{4\pi R^3(ma)}{3} \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty (3) T(ma)^3 \frac{g_{*S}(ma)}{g_{*S}(T)}} =$$

$$g_{*S} R^3 T^3 = g_{*S}(ma) R(ma)^3 T(ma)$$

$$= \frac{N_B(ma)}{n_\gamma(ma)} \frac{g_{*S}(T)}{g_{*S}(ma)} = \eta(ma) \frac{g_{*S}(T)}{g_{*S}(ma)}$$

$$g_{*S}(1 \text{ MeV}) = 2 + \frac{7}{8} 4 + 6 \frac{7}{8} = 10,75$$

$$g_{*S}(ma) = 2 + \frac{7}{8} 6 \left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right)^3 = 3,909$$

csak kb. 3-as factort változik η összesen

⇒ használjuk a mai értéket

$$\eta = \frac{n_B}{n_B} = \frac{N_B}{V} = \frac{M_B}{V m_N} = \frac{g \frac{1}{m_N}}{m_N} = \frac{g e^{-\beta \Omega_B}}{m_N n_B} = \frac{1,22 \cdot 10^{29} \text{ h}^2}{\text{cm}^3} \frac{g}{938 \text{ MeV}} = 1,67 \cdot 10^{-24} g$$

$$\eta = 2,74 \cdot 10^{-8} \Omega_B h^2$$

redukált Hubble paraméter  $\Omega_B < 1$   
 $0 < h < 1$

$$\eta \ll 2,74 \cdot 10^{-8} \ll 1$$

$$\rho, n \leftrightarrow A$$

~~z~~  $z_p + (A-z) n \leftrightarrow A(z, A-z)$  hőmérsékleti egyensúly  
 nukleáris statisztikus egyensúly (NSE)

$$z \mu_p + (A-z) \mu_n = \mu_A$$

neutron részecskék sűrűsége

$$n = g \left( \frac{m T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu}{T}}$$

$$n_p = g_p \left( \frac{m_p T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{\mu_p - \mu_p}{T}}$$

$$m_p \approx m_n \approx m_N$$

$$n_n = g_n \left( \frac{m_n T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{\mu_n - \mu_n}{T}}$$

$$n_A = g_A \left( \frac{m_A T}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-\frac{\mu_A - \mu_A}{T}}$$

$$e^{\frac{\mu_A}{T}} = e^{\frac{z \mu_p + (A-z) \mu_n}{T}} = \dots = n_p^z \frac{1}{2^z} \left( \frac{2\pi}{m_N T} \right)^{\frac{3}{2} z} n_n^{A-z} \frac{1}{2^{A-z}} \left( \frac{2\pi}{m_N T} \right)^{\frac{3}{2} (A-z)} \times$$

$$\times e^{\frac{z \mu_p + (A-z) \mu_n}{T}}$$

$$n_A = g_A \left( \frac{m_N T}{2\pi} \right)^{3/2} A^{3/2} n_p^z n_n^{A-z} \frac{1}{2^A} \left( \frac{2\pi}{m_N T} \right)^{\frac{3}{2} A} e^{\frac{z \mu_p + (A-z) \mu_n - \mu_A}{T}}$$

B<sub>A</sub>  
 kötségi energia > 0

tömegarány  $X_A \equiv \frac{n_A}{n_B}$   $n_B = n_p + n_n + \sum_A n_A A$

$$\sum_A X_A = \frac{n_p + n_n + \sum_A n_A A}{n_B} = 1$$

$$X_p = \frac{n_p}{n_B} + X_n = \frac{n_n}{n_B}$$

$$X_A = \frac{A^{5/2}}{n_B} g_A \left( \frac{2\pi}{m_N T} \right)^{\frac{3}{2} (A-1)} 2^{-A} (n_B X_p)^z (n_B X_n)^{A-z} e^{\frac{B_A}{T}} =$$

$$= g_A A^{5/2} \left( \frac{2\pi}{m_N T} \right)^{\frac{3}{2} (A-1)} 2^{-A} n_B^{A-1} X_p^z X_n^{A-z} e^{\frac{B_A}{T}}$$

$$\uparrow$$

$$m_N \eta = \eta \frac{2}{\pi^2} \int_0^\infty (p^3) T^3$$

$$X_A = g_A A^{5/2} 2^{-A} \left( \frac{2}{\pi^2} \zeta(3) \right)^{A-1} \eta^{A-1} \underbrace{\left( \frac{2\pi}{m_N T} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} T^{-3(A-1)}}_{\left( \frac{2\pi T}{m_N} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)}} X_p^2 X_n^{A-2} e^{-\frac{B_A}{T}}$$

hőmérsékletfüggő tagok  $\sim \left( \frac{T}{m_N} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \eta^{A-1} e^{-\frac{B_A}{T}}$   
 az előtűt lévő szám A nagyságrendű



mitől nem elhanyagolható A?

Títor  $X_n = 1$  ?

$$\left( \frac{T}{m_N} \right)^{\frac{3}{2}(A-1)} \eta^{A-1} e^{-\frac{B_A}{T}} = 1 \Rightarrow T_{n.s.}^A =$$

	$B_A$ (MeV)	$f_A$	$g_A$
$^2\text{H}$	2,22	1	3
$^3\text{H}$	8,48	$\frac{1}{2}$	2
$^3\text{He}$	7,72	$\frac{1}{2}$	2
$^4\text{He}$	28,3	0	1