Korai Univerzum termikus története

- $c = \hbar = k$ egységrendszer

- Időskála

t	T	
(10^{-44} s	10^{19} GeV	Planck skála) csak extrapoláció
(10^{-32} s	10^{13} GeV	infláció vége)
10^{-10} s	100 GeV	EW fázisátmenet
$2.5 \cdot 10^{-5}$ s	200 MeV	QH fázisátmenet
1 s	1 MeV	ν - lecsatolódás
4 s	0.5 MeV	$e^- + e^+$ szétsugárzás
100 s ≈ 3 p.	100 keV	BBN
$6.19 \cdot 10^4$ év	0.87 eV	anyag - sugárzás egyensúly
$3.83 \cdot 10^5$ év	0.258 eV	γ lecsatolódás ; kozm. háttérsug.

- Részecskék ideális gáza T hőmérsékleten
Kvantum eloszlásfv.

$$f_i(\vec{p}) = \frac{1}{e^{\frac{E_i - \mu_i}{T_i}} \pm 1} \qquad \begin{array}{ll} + & F-D \\ - & B-E \end{array}$$

h^3 fáziscellában lévő részecskék száma

$$g_i\, f_i(\vec{p}) \qquad g_i: \text{ belső szabadsági fokok száma, degeneráció}$$

Egységnyi fázis térfogatban : $\frac{1}{h^3} g_i f_i(\vec{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} g_i f_i(\vec{p})$

$$N = \int d^3\vec{p}\, d^3\vec{r}\, \frac{1}{(2\pi)^3} g_i f_i(p)$$

$$n_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{p}\, f_i(\vec{p}) \quad \text{rész. szám - sűrűség}$$

$$\rho_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3}\int d^3\vec{p}\ \varepsilon_i f_i(\vec{p}) \qquad \varepsilon^2 = m^2+\vec{p}^2 \quad \left(\varepsilon^2 = m^2c^4+\vec{p}^2c^2\right)$$

nyomás: p $\qquad dE = -p\,dV \qquad p = -\frac{dE}{dV}$

$$p = -\frac{g_i}{(2\pi)^3} V \int d^3\vec{p}\ \frac{d\varepsilon}{d|\vec{p}|}\frac{d|\vec{p}|}{dV} = \frac{g_i}{(2\pi)^3}\int d^3\vec{p}\ \frac{|\vec{p}|^2}{3\varepsilon}$$

$$2\varepsilon\, d\varepsilon = 2|\vec{p}|\,d|\vec{p}|$$

$$\frac{d\varepsilon}{d|\vec{p}|} = \frac{|\vec{p}|}{\varepsilon}$$

① $p = aR^{-1}$
$V = bR^3$
$p = \frac{a}{b^{-1/3}} V^{-1/3} = ab^{1/3}V^{-1/3}$
$\frac{dp}{dV} = -\frac{1}{3}ab^{1/3}\frac{V^{-1/3}}{V} = -\frac{1}{3}\frac{p}{V}$

$$p_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3}\int d^3\vec{p}\ \frac{|\vec{p}|^2}{3\varepsilon}$$

② $P = n\frac{\langle p v\rangle}{3} = n\left\langle \frac{p^2}{3\varepsilon}\right\rangle$

Kémiai pot. : megmaradó töltéshez

$$\nu + \bar{\nu} \longleftrightarrow \gamma + \gamma$$

$$\mu_\nu + \bar{\mu}_\nu = 0 \qquad \mu_{foton} = 0$$

Termikus egyensúlyban részecske-antirészecske-aszimetria:

$$n_\nu - n_{\bar{\nu}} = \frac{g_\nu}{(2\pi)^3}\int d^3\vec{p}\left[\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{T}}\pm 1} - \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon+\mu}{T}}\pm 1}\right]$$

$$n_i = \frac{g_i}{(2\pi)^3}\int d^3\vec{p}\ f_i(p) = \frac{g_i}{2\pi^2}\int_0^\infty p^2 dp\,\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{T}}\pm 1}$$

$$d^3\vec{p} = 4\pi p^2 dp$$

$p \to \varepsilon$
$\varepsilon^2 = m^2 + p^2$
$2\varepsilon\, d\varepsilon = 2p\,dp$

$$n_i = \frac{g_i}{2\pi^2}\int_{m_i}^\infty \left(\varepsilon_i^2 - m_i^2\right)^{1/2}\varepsilon_i\, d\varepsilon_i\,\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i-\mu_i}{T_i}}\pm 1}$$

$x_i = m_i/T_i$
$y_i = \mu_i/T_i$
$u_i = \varepsilon_i/T_i$

$$n_i = \frac{g_i}{2\pi^2}T_i^3\int_{x_i}^\infty \left(u_i^2 - x_i^2\right)^{1/2} u_i\, du_i\,\frac{1}{e^{u_i-y_i}\pm 1}$$

$$\rho_i = \frac{g_i}{2\pi^2}T_i^4\int_{x_i}^\infty \left(u_i^2 - x_i^2\right)^{1/2} u_i^2\, du_i\,\frac{1}{e^{u_i-y_i}\pm 1}$$

$$p_i = \frac{g_i}{6\pi^2} \int_{m_i} (\varepsilon_i - m_i)^{3/2} d\varepsilon_i \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_i-\mu_i}{T}} \pm 1} = \frac{g_i}{6\pi^2} T_i^4 \int_{x_i} (u_i^2 - x_i^2)^{3/2} du_i \frac{1}{e^{u_i - y_i} \pm 1}$$

$$T_\gamma = T$$

$$\rho_i = T^4 \frac{g_i}{2\pi^2} \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 \int_{x_i}^{\infty} \dots$$

Az egyensúlyi univerzum energiasűrűsége és nyomása a parciális adatok összege

$$\rho = T^4 \sum_i \frac{g_i}{2\pi^2} \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 \int_{x_i}^{\infty} \dots$$

$$p = T^4 \sum_i \frac{g_i}{6\pi^2} \left(\frac{T_i}{T}\right)^4 \int \dots$$

Extrém relativisztikus eset ($T > 300$ GeV): minden részecske relativisztikus: $m, \mu << T \rightarrow x, y = 0$

$$n_i = \frac{g_i}{2\pi^2} T_i^3 \underbrace{\int_0^\infty \frac{u_i^2}{e^{u_i} \pm 1} du_i}_{} = \begin{cases} \frac{3}{4\pi^2} \zeta(3) g_f T_f^3 & \text{fermion} \\ \frac{1}{\pi^2} \zeta(3) g_b T_b^3 & \text{bozon} \end{cases}$$

$$\int \frac{x^2}{e^x+1} dx = \frac{3}{2}\zeta(3); \quad \int \frac{x^2}{e^x-1} dx = 2\zeta(3)$$

$$\zeta(s) = \sum_{k=1}^{\infty} k^{-s} \qquad \zeta(3) = 1.20206\dots$$

$$\rho_i = \frac{g_i}{2\pi^2} T_i^4 \underbrace{\int_0^\infty \frac{u_i^3}{e^{u_i} \pm 1} du_i}_{} = \begin{cases} \frac{7}{8} \frac{\pi^2}{30} g_f T_f^4 \\ \frac{\pi^2}{30} g_b T_b^4 \end{cases}$$

$$\int \frac{x^3}{e^x+1} dx = \frac{7}{8}\frac{\pi^4}{15} \qquad \int \frac{x^3}{e^x-1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

Lecsat. után
$T \sim \frac{1}{R}$
$\rho \sim R^{-4}$
$\Downarrow$
$R \sim t^{1/2}$

$$p_i = \frac{g_i}{6\pi^2} T_i^4 \int \frac{u_i^3}{e^{u_i} \pm 1} du_i = \frac{1}{3}\rho_i$$

~~$\rho = T^4$~~

$$\boxed{\rho = \frac{\pi^2}{30} T^4 g_*}$$

$$\boxed{g_* = \sum_f \frac{7}{8} g_f \left(\frac{T_f}{T}\right)^4 + \sum_b g_b \left(\frac{T_b}{T}\right)^4}$$

Részecskék:

	generáció	polarizáció	szín	íz	$r, \bar{r}$	f, b	g_*
e, μ, τ	3	2	1	1	2	$\frac{7}{8}$	$\frac{21}{2}$
ν_e, ν_μ, ν_τ	3	1 (?)	1	1	2	$\frac{7}{8}$	$\frac{21}{4}$
q (u, d, s...)	3	2	3	2	2	$\frac{7}{8}$	63
$W^\pm, Z^0, \gamma$	1	2	1	4	1	1	8
8 gluon	1	2	8	1	1	1	16
H (komplex dublett)	1	1	1	4	1	1	4

$\Sigma = 106.75$

~~$T > 300$ GeV $g_* = 106.75$~~

~~$T < 100$ MeV ($\nu, e,$~~

Hűlési periódusok:

$T > 300$ GeV $\quad g_* = 106.75$

$T < 200$ MeV $\quad$ q – befogás nukleonokba

$T < 100$ MeV $\quad \tau, \mu$ szétsugárzódott

ν, e, γ termikus egyensúlyban

$$\underline{g_*} = \frac{21}{4} + \frac{7}{2} + 2 = \underline{10.75}$$

$T < 1$ MeV $\quad \nu$ – lecsatolódik $\quad T_\nu$

$T < 0.5$ MeV $\quad e^+ + e^-$ szétsugárzás

$\nu(T_\nu), \ \gamma(T)$

$$g_* = 2 + \frac{21}{4}\left(\frac{T_\nu}{T}\right)^4$$

Nem-relativisztikus részecskékre $(T \ll m,\ T \ll m-\mu)$

$$\varepsilon = m + \frac{p^2}{2m}$$

$$n = \frac{g}{2\pi^2}\int_0^\infty p^2 dp\, \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{T}} \pm 1} \qquad \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{T}} \pm 1} \approx e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{T}}$$

$$n = \frac{g}{2\pi^2}\int_0^\infty p^2 dp\, e^{-\frac{m+\frac{p^2}{2m}-\mu}{T}} = \frac{g}{2\pi^2} e^{-\frac{m-\mu}{T}} \int_0^\infty p^2 dp\, e^{-\frac{p^2}{2mT}}$$

$$\frac{p^2}{2mT} = x^2 \qquad dx = \frac{dp}{\sqrt{2mT}}$$

$$= \frac{g}{2\pi^2} e^{-\frac{m-\mu}{T}} (2mT)^{3/2} \int_0^\infty x^2 e^{-x^2} dx$$

$$\boxed{\int_0^\infty e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \qquad \int e^{-x^2} x^2 dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}} \quad \boxed{\int_0^\infty e^{-x^2} x^4 dx = \frac{3\sqrt{\pi}}{8}}$$

$$\underline{\underline{n}} = g\, \frac{(2mT)^{3/2}}{\underset{\underset{4^{3/2}}{\uparrow}}{8}\, \pi^{3/2}}\, e^{-\frac{m-\mu}{T}} = \underline{\underline{g \left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu}{T}}}}$$

$$\rho = \frac{g}{2\pi^2}\int \underset{\underset{m+\frac{p^2}{2m}}{\uparrow}}{\varepsilon}\, p^2 dp\, e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{T}} = m\cdot n + \underbrace{\frac{g}{2\pi^2\cdot 2m}\int p^4 e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{T}} dp}_{\frac{g}{2\pi^2\cdot 2m}\cdot e^{-\frac{m-\mu}{T}} (2mT)^{5/2} \cdot \frac{3\sqrt{\pi}}{8}}$$

$$= n\cdot \frac{1}{2m}\cdot (2mT)\cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} T\cdot n$$

$$\underline{\underline{\rho = \left(m + \frac{3}{2}T\right) n}} \underset{\underset{T \ll m}{\uparrow}}{\approx} \underline{\underline{m\cdot n}} = m\, g\left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu}{T}}$$

Lecsat. után $\quad T \sim R^{-2} \quad \frac{m-\mu}{T} = \frac{m-\mu_D}{T_D}$

$$= m g\left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu_D}{T_D}} \sim T^{3/2} \sim R^{-3} \Rightarrow R \sim t^{2/3}$$

$$p = \frac{g}{2\pi^2}\, \frac{1}{3}\int p^2 dp\, \frac{p^2}{m + \frac{p^2}{2m}}\, e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{T}} \approx \frac{g}{2\pi^2}\, \frac{1\cdot 2}{3}\int \frac{p^4}{2m} e^{-\frac{\varepsilon-\mu}{T}} dp = \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2} T\cdot n$$

$p \ll m$

$P_p = T \cdot n \ll \rho \qquad p = w \cdot \rho \qquad w = 0$ (anyagra)

Lecsatolódott részecskék eloszlása

1. Relativisztikus, sugárzás

$$N = R_D^3 \int \varepsilon_D^2 \, d\varepsilon_1 \, \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_D - \mu_D}{T_D}} \pm 1}$$

R – skálafaktor "univerzum mérete"

$$N = R^3 \int \varepsilon^2 \, d\varepsilon \, \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{T}} \pm 1}$$

$$\varepsilon = \hbar \nu = \frac{hc}{\lambda} \sim \lambda^{-1} \sim R^{-1}$$

$$\frac{\varepsilon(t)}{\varepsilon_D} = \frac{R_D}{R(t)} \qquad \varepsilon(t) = \varepsilon_D \frac{R_D}{R(t)}$$

$$N = R_D^3 \int \varepsilon_D^2 \, d\varepsilon_D \underbrace{\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_D \frac{R_D}{R} - \mu}{T}} \pm 1}}$$

$$\frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_D - \mu \frac{R}{R_D}}{T \frac{R}{R_D}}} \pm 1}$$

A lecsatolódás után a sugárzás eloszlása ugyan olyan mint előtte volt

$$f(t) = f(t_D) \qquad \boxed{T(t) = T_D \frac{R_D}{R(t)}} \qquad \boxed{\mu(t) = \mu_D \frac{R_D}{R(t)}}$$

2. Masszív

$$\varepsilon = m + \frac{p^2}{2m}$$

t_1 |—| méternyi d

t_2 |———| $d \frac{R_2}{R_1}$ hosszabb idő alatt futja be

$$p_2 = p_1 \frac{R_1}{R_2}$$

$$p(t) = p_D \cdot \frac{R_D}{R(t)}$$

$$N = R_D^3 \int p_D^2 \, dp_D \frac{1}{e^{\frac{\frac{p_D^2}{2m}+m-\mu_D}{T_D}} \pm 1}$$

$$N = R^3 \int p^2 \, dp \frac{1}{e^{\frac{\frac{p^2}{2m}+m-\mu}{T}} \pm 1}$$

$$= R_D^3 \int p_D^2 \, dp_D \frac{1}{e^{\frac{\frac{p_D^2}{2m}\frac{R_D^2}{R^2}+m-\mu}{T}} \pm 1}$$

$f(p)$ ugyanolyan mint a lecsat. előtt volt

$$T(t) \cdot \frac{R^2}{R_D^2} = T_D \qquad (m-\mu)\frac{R^2}{R_D^2} = m-\mu_D$$

$$T(t) = T_D \cdot \left(\frac{R_D}{R}\right)^2 \qquad \mu(t) = m - \left(\frac{R_D}{R}\right)^2 (m-\mu_D)$$

$$\boxed{T \sim R^{-2}} \qquad \boxed{\mu(t) = m + \frac{T}{T_D}(\mu_D - m)}$$

Kevert sugárzás (pl. $\gamma + \nu$)

$$dE = T\,dS - p\,dV$$

$$\frac{\partial E}{\partial T} dT + \underbrace{\frac{\partial E}{\partial V}}_{\frac{E}{V}} dV = T\frac{\partial S}{\partial T} dT + T\underbrace{\frac{\partial S}{\partial V}}_{\frac{S}{V}} dV - p\,dV$$

ext mennyiség $\frac{dE}{dV} = \frac{E}{V}$

$$dT\underbrace{\left(\frac{\partial E}{\partial T} - T\frac{\partial S}{\partial T}\right)}_{0} + dV\underbrace{\left(\frac{E}{V} - T\frac{S}{V} + p\right)}_{0} = 0$$

$$E = TS - pV + \sum_i \mu_i N_i$$

$$s = \frac{\rho + p - \sum_i \mu_i n_i}{T} \quad \text{entrópia sűrűség}$$

$\frac{\mu}{T} \approx 0$ és a rel. részecskék adnak járulékot $\quad s = \frac{4}{3}\frac{\rho}{T}$

$$s = \begin{cases} \frac{7\pi^2}{180} g_f T_f^3 & \text{fermion} \\ \frac{2\pi^2}{45} g_b T_b^3 & \text{bozon} \end{cases}$$

$$s = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s}(T)\, T^3$$

$$g_{*s} = \sum_f \frac{7}{8} g_f \left(\frac{T_f}{T}\right)^3 + \sum_b g_b \left(\frac{T_b}{T}\right)^3$$

Az univerzum teljes entrópiája óriási, a változása kicsi

$\Rightarrow dS \ll S \Rightarrow dS \approx 0$

$$dS = d(s R^3) = 0$$

$$\boxed{g_{s*} (TR)^3 = \text{const.}}$$

Alkalmazás: ν lecsatolódás, $e^- + e^+$ szétsugárzás

$T \approx 1.5\,\text{MeV}$ e^-, ν, γ termikus egyensúlyban

$$S = S_\gamma + S_e + S_\nu$$

ν lecsatolódás előtt: T_1, R_1

$$S = (T_1 R_1)^3 g_{\gamma+e^-} + (T_1 R_1)^3 g_\nu$$

$e^- + e^+$ szétsugárzás után: T, R γ hőmérséklet

$$S = (TR)^3 g_\gamma + (T_\nu R)^3 g_\nu$$

$$T_1 R_1 = T_\nu R$$ ν adiabatikusan hűl; lecsatolódott rel. gáz

$$(T_1 R_1)^3 g_{\gamma+e^-} = (TR)^3 g_\gamma$$

$$(T_\nu R)^3 \cdot \frac{11}{2} = (TR)^3\, 2$$

$$\left(\frac{T_\nu}{T}\right)^3 = \frac{4}{11}$$

$$\underline{\underline{\frac{T_\nu}{T_\gamma} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3}}}$$

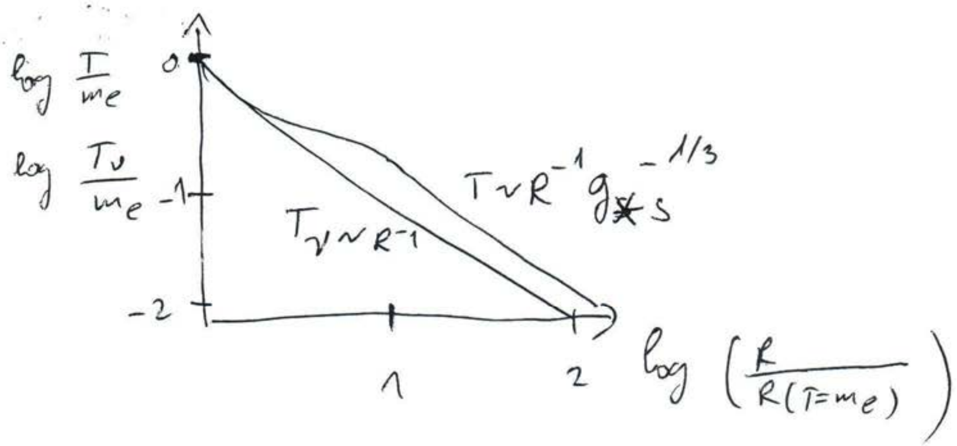
$g_\gamma = 2$

$g_{e^-} = \frac{7}{2}$

$g_{\gamma+e^-} = \frac{11}{2}$

$(TR)^3 g$ ν: R nő $\rightarrow$ T csökken

γ: R nő $+ g$ csökken $\rightarrow$ T lassabban csökken



ma: $T_\gamma = 2.725$ K

$T_\nu = 1.945$ K

Friedmann - Robertson - Walker univerzum

RW metrika: $ds^2 = -dt^2 + R^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta \, d\varphi^2\right]$

Friedman egyenlet:

$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G \rho}{3} - \frac{K}{R^2} \qquad \frac{R_{ma}}{R(t)} = (z+1)_t$$

$$dE = -p\, dV$$

$$d(\rho R^3) = -p\, d(R^3) = -d(pR^3) + R^3 dp$$

$$d\left((p+\rho) R^3\right) = R^3 dp$$

$p = w\rho \qquad w = \frac{1}{3}$ (sug.), $w = 0$ (anyag), $w = -1$ (kozm. k.)

$w(*)$

$$(1+w)\, d\rho R^3 + (1+w)\rho\, 3R^2 dR = R^3 w\, d\rho$$

$$d\rho\, R^3 = -(1+w)\rho\, 3R^2 dR$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{3(1+w)}{R} dR$$

$$\ln \rho = -3(1+w) \ln R$$

$$\rho = \rho_0 R^{-3(1+w)}$$

$w=0 \quad \rho_m \sim R^{-3}$

$w=\frac{1}{3} \quad \rho_R \sim R^{-4}$

$w=-1 \quad \rho_V \sim \rho_0 = \text{konst}$

$$H^2 = \left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho$$

$$\dot R = \sqrt{\frac{8\pi G}{3}\rho_0}\ \underbrace{R^{-\frac{3(1+w)}{2}+1}}_{R^{-\frac{3w+1}{2}}}$$

$$R^{\frac{3w+1}{2}}\, dR = \sqrt{\ }\, dt$$

$$\frac{2}{3w+3} R^{\frac{3w+3}{2}} = \sqrt{\ }\, t + \text{konst}$$

$$R = R_0\, t^{\frac{2}{3(w+1)}}$$

$R \sim t^{2/3}$ anyag

$R \sim t^{1/2}$ sug.

$R \sim \exp(H_0 t)$ vákuum

általánosan : $\rho = C_1 R^{-3} + C_2 R^{-4} + C_3$

$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{R^2} \Rightarrow \underline{\underline{R(t)}}$$

Kritikus sűrűség

$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{R^2} = H(t)^2$$

$$\rho = \frac{3}{8\pi G}\left(H^2 + \frac{k}{R^2}\right)$$

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

$\rho < \rho_c \rightarrow k=-1$

$\rho = \rho_c \rightarrow k=0$

$\rho > \rho_c \rightarrow k=1$

~~Sűrűség paraméter~~ $\cancel{\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}}$

$$H = 100 \cdot h\, \frac{\text{km}}{\text{s}} / \text{Mpc}$$

$$\rho_c^{\text{ma}} = \frac{3 \cdot 10^4\ h^2 \left(\frac{\text{km}}{\text{Mpc}}\right)^2}{8\pi G \quad \text{s}^2} = \frac{3\cdot 10^4 \frac{1}{(3.08)^2} \cdot 10^{-38}}{8\pi \cdot 6.67\cdot 10^{-8}}\, h^2\, \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$1\ \text{Mpc} = 3.08\cdot 10^{24}\ \text{cm} = 3.08 \cdot 10^{19}\ \text{km} \qquad G = 6.67\cdot 10^{-8}\ \frac{\text{cm}^3}{\text{g}\,\text{s}^2}$

Friedmann Robertson-Walker univerzum

RW metrika: $ds^2 = -dt^2 + R^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2\sin^2\theta\, d\varphi^2\right]$

homogén, izotróp megoldás

$$H(t)^2 = \left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \frac{k}{R^2}\left(+\frac{\Lambda}{3}\right) \qquad \frac{R_{ma}}{R(t)} = (z+1)_t$$

$$\frac{\ddot R}{R} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p)\left(+\frac{\Lambda}{3}\right)$$

$\frac{d}{dt}$ (1)

$$2\frac{\dot R}{R}\cdot\frac{\ddot R R - \dot R^2}{R^2} = \frac{8\pi G}{3}\dot\rho + 2\frac{k}{R^3}\dot R$$

$$2\frac{\dot R}{R}\frac{\ddot R}{R} - 2\left(\frac{\dot R}{R}\right)^3 = \frac{8\pi G}{3}\dot\rho + 2\frac{k\dot R}{R^3}$$

$$\boxed{+2\frac{\Lambda}{3} - 2\frac{\Lambda}{3}}$$

$$\frac{\dot R}{R}\underbrace{\left(2\frac{\ddot R}{R} - 2\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2\right)}_{-\frac{8\pi G}{3}(\rho+3p) - \frac{16\pi G\rho}{3} + \frac{2k}{R^2}} = -\,\|\,-$$

$$\frac{\dot R}{R}\left[-\frac{8\pi G}{3}(\rho + 3p + 2\rho) + \cancel{\frac{2k}{R^2}}\right] = \frac{8\pi G}{3}\dot\rho + \cancel{2\frac{k\dot R}{R^3}}$$

$$-3(\rho + p)\frac{\dot R}{R} = \dot\rho$$

$p = w\cdot\rho$

- $w = 0$ anyag
- $w = \frac{1}{3}$ el. sug.
- $w = -1$ kozm. konst.

anyag: $\dot\rho = -3\rho\frac{\dot R}{R}$

$$3\rho\dot R + R\dot\rho = \frac{d}{dt}(\rho R^3) = 0 \Rightarrow \rho \sim R^{-3} \Rightarrow R = R_0 t^{2/3}$$

$\dot R \sim R^{-1/2}$

$R^{1/2}dR \sim dt$

$\downarrow$

Sugárzás : ~~4ρ~~

$$-3\left(\rho+\frac{1}{3}\rho\right)\frac{\dot R}{R}=\dot\rho$$

$$-4\frac{\dot R}{R}=\dot\rho$$

$\dot R \sim R^{-1}$, $R\,dR \sim dt$

$R \sim t^{1/2}$

$$\frac{d}{dt}\left(\rho R^4\right)=0 \Rightarrow \rho \sim R^{-4} \qquad R=R_0 t^{1/2}$$

Kozm. konst :

$$-3(\rho-\rho)\frac{\dot R}{R}=\dot\rho=0$$

$$\rho=\text{const}$$

$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2=\text{const.} \Rightarrow R \sim e^t$$

$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2=\alpha^2 R^{-4}+\beta^2 R^{-3}-kR^{-2}+\frac{1}{3}\Lambda$$

$k \approx 0$

anyag - sugárzás egyensúlya :

$$z_{eq} \approx 3800$$

$$T_{eq} \approx 0.9\ \text{eV}$$

$$t \approx 5.8\cdot 10^4\ \text{év}$$

Korai univerzum: Sug. dominált : $\rho \approx \rho_{sug}$.

$k=0$, sug. dom.

$$H^2=\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2=\frac{8\pi G}{3}\frac{\pi^2}{30}g_*(T)\,T^4$$

$$R=R_0 t^{1/2} \qquad \dot R=\frac{1}{2}\frac{R}{t} \Rightarrow \begin{array}{l} H=\frac{1}{2}t^{-1} \\ t=\frac{1}{2}H^{-1}\end{array}$$

$$t=\frac{1}{2}H^{-1}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{45}{4\pi^3 G}}\frac{T^{-2}}{\sqrt{g_*}}=\sqrt{\frac{45}{16\pi^3}}\,m_{pe}\frac{T^{-2}}{\sqrt{g_*}} \qquad m_{pe}=\frac{1}{\sqrt G}=1.22\cdot 10^{19}\ \text{GeV}$$

Kritikus sűrűség

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{R^2} = H(t)^2$$

$$\rho = \frac{3}{8\pi G}\left(H^2 + \frac{k}{R^2}\right)$$

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

$\rho < \rho_c \rightarrow k = -1$

$\rho = \rho_c \rightarrow k = 0$

$\rho > \rho_c \rightarrow k = 1$

sűrűség paraméter $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$ $\qquad H = 100 \cdot h \, \frac{km}{s} / Mpc$

$$\rho_c^{ma} = \frac{3 \cdot 10^4 \, h^2 \left(\frac{km}{Mpc}\right)^2}{8\pi G \quad s^2} = \frac{3 \cdot 10^4 \, \frac{1}{(3.08)^2} \cdot 10^{-38}}{8\pi \cdot 6.67 \cdot 10^{-8}} \, h^2 \, \frac{g}{cm^3}$$

$1 \, Mpc = 3.08 \cdot 10^{24} \, cm = 3.08 \cdot 10^{19} \, km \qquad G = 6.67 \cdot 10^{-8} \, \frac{cm^3}{g \, s^2}$

$$\rho_c = 1.886 \cdot 10^{-29}\ h^2\ \frac{g}{cm^3}$$

~~R~~ sűrűségparaméter: $\Omega = \frac{\rho}{\rho_c}$

$$\Omega h^2 = \frac{\rho}{1.886 \cdot 10^{-29}} = 5.302 \cdot 10^{28}\ \rho$$

ma $$\rho_{sug}^{ma} = \frac{\pi^2}{30} T^4 \underbrace{\left[2 + \frac{7}{8}\cdot 6 \cdot \underbrace{\left(\frac{T_\nu}{T}\right)^4}_{\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3}}\right]}_{3.36} = 60.95\ K^4 = \underline{7.808 \cdot 10^{-34} \frac{g}{cm^3}}$$

$\underline{T = 2.725\,K}$

$$\rho_{anyag}^{ma} = \Omega_m\ \rho_c = 1.88 \cdot 10^{-29}\,\Omega_m h^2 \frac{g}{cm^3}$$

$$\Omega_{sug}^{ma}\ h^2 = 4.14 \cdot 10^{-5} \qquad h \approx 0.73 \qquad h^2 \approx 0.53$$

$$\left.\begin{aligned} \Omega_{sug}^{ma} &\approx 7.8 \cdot 10^{-5} \\ \Omega_{tot}^{ma} &\approx 1. \end{aligned}\right\}$$ anyag, vákum dominál ma

$$\underline{n_\gamma^{ma}} = \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} T^3 = 4.928\ K^3 = \underline{411\ \frac{1}{cm^3}}$$

$$\underline{n_\nu^{ma}} = \frac{18\zeta(3)}{4\pi^2} T_\nu^3 = 4.032\ K^3 = \underline{336\ \frac{1}{cm^3}}$$ 3 típusra $\frac{n_\nu}{tip} \approx 112 \frac{1}{cm^3}$

$$\underline{s^{ma}} = \frac{2\pi^2}{45} T_\gamma^3 \underbrace{\left[2 + \frac{7}{8}\cdot 6 \cdot \underbrace{\left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right)^3}_{\frac{4}{11}}\right]}_{3.909} = 34.697\ K^3 = \underline{2897\ \frac{1}{cm^3}}$$

$$S = s \cdot R^3 \frac{4\pi}{3}$$

$$R = 4 \cdot 10^{26}\ m = 4 \cdot 10^{28}\ cm$$

$\boxed{S = 7.76 \cdot 10^{89}}$ az infláció óta nem sokat változott

$$s \sim T^3 \qquad S = \underbrace{g_*}_{\approx const.} R^3 T^3 \frac{4\pi}{3}$$

Horizont: az a távolság ahonnan a fény t időn belül a megfigyelőhöz ér

$$ds^2 = -dt^2 + R^2(t)\left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\Theta^2 + r^2 \sin^2\Theta \, d\varphi^2\right]$$

$$\left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G \varrho}{3} - \frac{k}{R^2}$$

Galaxis távolsága (integrálás $dt = d\Theta = d\varphi = 0$ mellett)

$$d(t) = \int ds = R(t) \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}$$

Fényre $ds^2 = 0 \Rightarrow dt = R(t) \frac{dr}{\sqrt{1-kr^2}}$

$$d_H(t) = R(t) \int_0^t \frac{dt'}{R(t')} = R(t) \int_{R(0)}^{R(t)} \frac{dR'}{R' \frac{dR'}{dt'}}$$

$k = 0$

$$\frac{\dot R^2}{R^2} = C \cdot R^{-3(1+w)}$$

$$\cancel{\dot R = C \cdot R^{-\frac{3w-1}{2}}}$$

$$R(t) \sim t^{\frac{2}{3(w+1)}} \quad (\text{I/10 old.})$$

$w = \frac{1}{3}$ $\quad R \sim t^{1/2}$

$$d_H(t) = \cancel{c}\, t^{1/2} \int_0^t \frac{dt}{\cancel{c}\, t^{1/2}} = t^{1/2}\left[\frac{t^{1/2}}{+\frac{1}{2}}\right]_0^t = 2t$$

$w = 1$ $\quad R \sim t^{2/3}$

$$d_H(t) = \cancel{c}\, t^{2/3} \int_0^t \frac{dt}{\cancel{c}\, t^{2/3}} = t^{2/3}\left[\frac{t^{1/3}}{\frac{1}{3}}\right]_0^t = 3t$$

~~R~~ $\quad d_H^{ma} \approx 3 \cdot T = 3 \cdot 14 \cdot 10^9 \cdot \underbrace{86400 \cdot 365 \cdot 3 \cdot 10^8}_{\text{1 fényév méterben}} = 3.9 \cdot 10^{26}\ \text{m}$

Sugárzás-anyag egyensúly

Ma: $\rho_{Rad} = \frac{\pi^2}{30} T^4 \left[2 + 6 \cdot \frac{7}{8} \cdot \left(\frac{T_\nu}{T_\gamma}\right)^4\right] = 7.808 \cdot 10^{-34} \frac{g}{cm^3}$ {I/11 d

$$\rho_m = \Omega_m \rho_c = 1.88 \cdot 10^{-29} \Omega_m h^2 \ \frac{g}{cm^3}$$

$$\rho_m^{ma} = \rho_m^{eq} \frac{R_{eq}^3}{R_0^3} \qquad \rho_R^{ma} = \rho_R^{eq} \cdot \frac{R_{eq}^4}{R_0^4}$$

$$\rho_m \sim R^{-3} \qquad \rho_R \sim R^{-4}$$

$$\frac{\rho_m^{ma}}{\rho_e^{ma}} = \underbrace{\frac{\rho_m^{eq}}{\rho_R^{eq}}}_{1} \cdot \underbrace{\frac{R_0}{R_{eq}}}_{1+z_{eq}} = 2.408 \cdot 10^4 \cdot \Omega_m h^2 = 1 + z_{eq}$$

Fotonra $(T \sim R^{-1})$

$$\frac{T_{ma}}{T_{eq}} = \frac{R_{eq}}{R_{ma}} = \frac{1}{1+z_{eq}} \qquad \underline{T_{eq}} = T_{ma}(1+z_{eq}) =$$

$$= 2.725 \cdot 8.625 \cdot 10^{-5} eV \cdot 2.408 \cdot 10^4 \Omega_m h^2$$

$$= \underline{5.66 \ \Omega_m h^2 \ eV}$$

$\Omega_m = 0.3 \quad h = 0.73$

$$\underline{1 + z_{eq}} = \underline{3849}$$

$$\underline{T_{eq} = 0.90 \ eV} = 10440 \ K$$

Rekombináció $(e^- + p \to H)$

$$n_B = n_N - n_{\bar N} = n_p + n_n - \underbrace{n_{\bar p} - n_{\bar n}}_{\ll n_p,\, n_n} \approx n_p + n_n$$

Barionszám-megmaradás : $n_B \cdot R^3 = \text{const.}$

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} \approx 10^{-10} - 10^{-9}$$ a kísérletek szerint

$$n_B = \eta\, n_\gamma = \eta\, \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} T^3$$

$\underbrace{n_e,\ n_p}_{\text{szabad}},\ n_H$

$n_B \approx n_H + n_p$ hanyagoljuk el a többi magot

$n_p = n_e$ neutralitás

$$n_i = g_i \left(\frac{m_i T}{2\pi}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_i - m_i}{T}}$$ (I/5 old.)

$$\frac{n_H}{n_p n_e} = \frac{g_H}{g_p g_e}\left(\frac{2\pi}{T}\cdot\frac{m_H}{m_p m_e}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_H - m_H - \mu_p + m_p - \mu_e + m_e}{T}}$$

$\uparrow$ $\frac{n_H}{n_p^2}$ $\qquad \frac{m_H}{m_p m_e} \approx \frac{1}{m_e}$

$\mu_H = \mu_p + \mu_e$ $\quad e + p \rightleftarrows H + \gamma$ egyensúly

$m_p + m_e - m_H = B = 13.6\ eV$

$g_p = g_e = 2 \quad g_H = 4$

$$\frac{n_H}{n_p^2} = \left(\frac{2\pi}{T m_e}\right)^{3/2} e^{B/T}$$

frakcionális ionizáció : $X = \frac{n_p}{n_B} = \frac{n_p}{n_H + n_p}$ $\qquad X=0$ semleges, $X=1$ ionizált

$$\frac{\overset{n_H}{n_B - n_p}}{n_p^2} = \frac{1-X}{X^2 n_B} \qquad \frac{n_H \cdot n_B}{n_p^2} = \frac{1-X}{X^2}$$

$$\frac{1-x}{x^2} = \underbrace{\eta \frac{2\zeta(3)}{\pi^2} T^3}_{n_B} \left(\frac{2\pi}{T m_e}\right)^{3/2} e^{B/T}$$

$$= \eta\, \zeta(3)\, \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{T}{m_e}\right)^{3/2} e^{B/T}$$

$B = 13.6$ eV $\quad m = 5\cdot 10^5$ eV

Ha $\quad B \ll T \ll m_e \quad \frac{1-x}{x^2} \ll 1 \Rightarrow x \approx 1$ ionizált

Ha $\quad T \ll B \quad \frac{1-x}{x^2} \gg 1 \Rightarrow x \to 0$ semleges

$\eta \approx$ ~~10^{-9} kicsi~~ 10^{-10} kicsi

$\left(\frac{T}{m_e}\right) \approx \frac{13\,eV}{0.5\,MeV} \approx 2\cdot 10^{-5}$ kicsi

T-nek sokkal B alá kell hűlnie

Leggyen $x=0.1$ ahol már semlegesnek tekintem

$$\frac{0.9}{0.01} \cancel{\frac{0.9}{0.1}} = \overset{10^{-9}}{\cancel{10^{-10}}} \cdot 1.2\ \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{T}{5\cdot 10^5}\right)^{3/2} e^{\frac{13.6}{T}}$$

$$8.308\cdot 10^{18} = T^{3/2} e^{\frac{13.6}{T}}$$

$$\ln(\ ) = \frac{3}{2}\ln T + \frac{13.6}{T}$$

$$43.56 = \frac{3}{2}\ln T + \frac{13.6}{T}$$

$T \approx 1$ eV

1. köz	$\ln T = 0$	$T = 0.3122$
2.	$\ln T = -1.164$	$T = 0.30018$
3.	$\ln T = -1.2033$	$T = 0.29979$
4.	$= -1.20467$	$T = 0.29977$

~~T = 0.29~~ $T = 0.29977\ eV = 3477\ K$

Fotongáz hűl: $T \sim R^{-1}$ $\quad \frac{T_{rec.}}{T_{ma}} = \frac{R_{ma}}{R_{rec}} = \underline{z_{rec}+1 = 1276}$

Lecsatolódás: utolsó szóródás

$x \to 0$ tovább: $T_{dec} \approx 3000\,K =$ ~~…~~ $0.26\,eV \quad \underline{z_{dec} = 1100}$

Relativisztikus gáz hőmérséklete visszafelé

M-R eq: $1+z_{eq} = 3849$ $T_{eq} = 0.9\ eV$

Dec. $(1+z)_{dec} = 1100$ $T_{dec} = 0.26\ eV$

anyag-sugárzás egyenlőségig visszafelé : $R \sim t^{2/3}$

$$\frac{R_{ma}}{R_{eq.}} = \frac{t_{ma}^{2/3}}{t_{eq.}^{2/3}} \qquad \underline{t_{eq}} = \frac{t_{ma}}{(z_{eq}+1)^{3/2}} = \frac{14\cdot 10^9\ év}{3849^{3/2}} = \underline{5.86\cdot 10^4\ év}$$

$$= 1.848\cdot 10^{12}\ s$$

$T_{eq} = 0.9 eV = 10440 K$

$$\frac{R_{ma}}{R_{dec.}} = \frac{t_{ma}^{2/3}}{t_{dec}^{2/3}} \qquad \underline{t_{dec}} = \frac{t_{ma}}{(z_{dec}+1)^{3/2}} = \underline{3.83\cdot 10^5\ év}$$

$T_{dec} = 0.26 eV = 3016 K$

$\uparrow 1100$

Még korábbi időpontban $\underbrace{R \sim t^{1/2}\ ;\ R \sim T^{-1}\ (\text{foton gáz})}_{T \sim t^{-1/2}}$

$t \sim T^{-2}$

pl. ~~$\frac{100\ sec}{t_{eq}} = \left(\frac{T_{eq}}{T}\right)^2$~~ pl. $\left(\frac{100\ sec}{t_{eq}}\right)^{1/2} = \frac{T_{eq}}{T}$

$T_{100sec} = 0.12\ MeV$

t	T		
$14\cdot 10^9$	$2.725 K = 2.3\cdot 10^{-4} eV$		
$3.83\cdot 10^5$ év	0.26 eV	γ lecsatolódás	$z = 1100$
$5.86\cdot 10^4$ év	0.9 eV	anyag-sugárzás egyensúly	$z = 3848$
100 sec ≈ 3 perc	0.1 MeV	BBN	$z_{BBN} = 4.2\cdot 10^8$
4 sec	0.5 MeV	$e^+ + e^-$ annih	$z_{inf.} = 4.2\cdot 10^{25}$
1 s	1 MeV	ν - decoupl.	
$2.5\cdot 10^{-5}$ s	200 MeV	QH fázisátmenet	
10^{-10} sec.	100 GeV	EW —ıı—	
10^{-32} sec	10^{13} GeV	infláció	
10^{-44} sec	10^{19} GeV	Planck-kor	

$$\boxed{z^* = \frac{R_{eq}}{R_{BBN}} = \frac{T_{BBN}}{T_{eq}} = \frac{10^5}{0.9} = 1.11\cdot 10^5 \qquad z_{BBN} = z^*\cdot z_{eq} = 4.2\cdot 10^8}$$

$$z^* = \frac{R_{eq}}{R_{planck}} = \frac{T_{pl}}{T_{eq}} = \frac{10^{28}}{0.9} = 1.11\cdot 10^{28}$$

Infláció módosítja ezt a képet $\underline{ford.}$ $z_{pl.} = z^* z_{eq} = 4.2\cdot 10^{31}$

$k = \hbar = c = 1$ ⓪

$1\,eV = 11600\,K = 5.07 \cdot 10^{6}\,\frac{1}{m} = 1.52 \cdot 10^{15}\,\frac{1}{s} = 1.78 \cdot 10^{-36}\,kg =$
$= 1.6 \cdot 10^{-19}\,J$

$1K = 437.0689\,\frac{1}{m} = 4.370689\,\frac{1}{cm} = 1.53448 \cdot 10^{-37}\,g$

$(1K)^3 = 83.4929\,\frac{1}{cm^3}$

$(1K)^4 = \cancel{364.9216}\ 1.2811 \cdot 10^{-35}\,\frac{g}{cm^3}$

$c = 3 \cdot 10^{8}\,\frac{m}{s}$; $\hbar = 1.055 \cdot 10^{-34}\,Js = 6.582 \cdot 10^{-22}\,MeV\,s$; $k = 1.38 \cdot 10^{-23}\,\frac{J}{K}$

$1\,eV = 1.6 \cdot 10^{-19}\,J$

$m_e c^2 = 511\,keV = 9.109 \cdot 10^{-31}\,kg \cdot 9 \cdot 10^{16}\,\frac{m^2}{s^2}$
$5.11 \cdot 10^{5}\,eV = 8.198 \cdot 10^{-14}\,J$
$1\,eV = 1.604 \cdot 10^{-19}\,J$

$c = \hbar = k = 1$

(c) $1s = 3 \cdot 10^{8}\,m$

$(\hbar)$ $1s = 0.948 \cdot 10^{34}\,\frac{1}{J} = 0.152 \cdot 10^{22}\,\frac{1}{MeV} = 0.152 \cdot 10^{16}\,\frac{1}{eV}$

(k) $1K = 1.38 \cdot 10^{-23}\,J$

$\underline{1\,eV} = 1.6 \cdot 10^{-19}\,J = \underline{1.1594 \cdot 10^{4}\,K}$

$3 \cdot 10^{8}\,m = 0.152 \cdot 10^{16}\,\frac{1}{eV}$

$\underline{1\,eV} = \underline{5.066 \cdot 10^{6}\,\frac{1}{m}}$

$\underline{1\,eV} = \underline{1.52 \cdot 10^{15}\,\frac{1}{s}}$

$\underline{1\,eV} = \underline{1.6 \cdot 10^{-19}\,J}$ $1J = \frac{kg\,m^2}{s^2}$ $1\,kg = 1J\,\frac{s^2}{m^2}$

$1\,kg = \frac{1}{1.6 \cdot 10^{-19}}\,eV \cdot 9 \cdot 10^{16} = 5.625 \cdot 10^{35}\,eV$

$\underline{1\,eV} = \underline{1.777 \cdot 10^{-36}\,kg}$

$\underline{1K} = \underline{8.625 \cdot 10^{-5}\,eV} = 4.369 \cdot 10^{2}\,\frac{1}{m} = \underline{4.369\,\frac{1}{cm}}$

$\underline{1K} = 1.533 \cdot 10^{-40}\,kg = \underline{1.533 \cdot 10^{-37}\,g}$

$(1K)^3 = 83.396\,\frac{1}{cm^3}$

$\underline{(1K)^4} = \cancel{1.533 \cdot 10^{-37}}\ \underline{1.278 \cdot 10^{-35}\,\frac{g}{cm^3}}$

fored.

Planck egységek

$C = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$, $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{kg\, s^2}$; $\hbar = 1.054 \cdot 10^{-34} \overbrace{\frac{kg\, m^2}{s}}^{Js}$

$1\, kg = 9.487 \cdot 10^{33} \frac{s}{m^2} \hbar$

$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{s^2} \cdot \frac{1}{9.487 \cdot 10^{33}} \frac{m^2}{s} \frac{1}{\hbar}$

$= 7.03 \cdot 10^{-45} \frac{m^5}{s^3} \frac{1}{\hbar}$

$G\hbar = 7.03 \cdot 10^{-45} \frac{m^5}{s^3}$

$c^3 = 2.7 \cdot 10^{25} \frac{m^3}{s^3}$

$\frac{G\hbar}{c^3} = 2.603 \cdot 10^{-70}\, m^2$

$1\, m = 6.198 \cdot 10^{34} \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}}$

$1\, s = \frac{3 \cdot 10^8}{c} m = 1.859 \cdot 10^{43} \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}}$

$1\, kg = 9.487 \cdot 10^{33} \frac{s}{m^2} \hbar = 4.5920 \cdot 10^7 \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} \cdot \frac{c^3}{G\hbar} \hbar$

$= 4.592 \cdot 10^7 \sqrt{\frac{\hbar c}{G}}$

$\ell_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^3}} = 1.6134 \cdot 10^{-35}\, m$

$511 \cdot 10^3\, eV = m_e c^2$

$1\, eV/c^2 = \frac{9.109 \cdot 10^{-31}\, kg}{511 \cdot 10^3}$

$1\, eV/c^2 = 1.782 \cdot 10^{-36}\, kg$

$t_p = \sqrt{\frac{G\hbar}{c^5}} = 5.375 \cdot 10^{-44}\, s$

$m_p = \sqrt{\frac{\hbar c}{G}} = 2.1 \cdot 10^{-8}\, kg = 1.22 \cdot 10^{28}\, eV/c^2 = 1.22 \cdot 10^{19}\, GeV/c^2$

$E_p = m_p c^2 = 1.22 \cdot 10^{19}\, GeV$

ha $\hbar = c = 1 \Rightarrow m_p^2 = \frac{1}{G}$

Infláció előtti problémák

- Simasági probléma

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{K}{R^2} \qquad \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \qquad \frac{\rho}{\rho_c} = \Omega$$

$$H^2 = H^2\Omega - \frac{K}{R^2} \qquad \cancel{\Omega = 1 = }$$

$$1 = \Omega - \frac{K}{R^2H^2} \qquad \Omega - 1 = \frac{K}{R^2H^2}$$

$$R \sim t^{2/3} \qquad \dot{R} \sim \frac{2}{3}t^{-1/3} \qquad H \sim t^{-1}$$

$$R \sim t^{1/2} \qquad \dot{R} \sim \frac{1}{2}t^{-1/2} \qquad H \sim t^{-1}$$

$$R \sim \exp(Ht) \qquad \dot{R} \sim H\exp(Ht) \qquad H \sim H$$

$$H_{ma} = \frac{1}{T_{ma}}$$

$$T_{ma} = \frac{1}{H_{ma}} = \frac{1}{73\frac{km}{s\,Mpc}}$$

$$H_{ma} = 73\frac{km}{s\,Mpc} = 73\cdot\frac{1}{3.085\cdot 10^{19}} = 2.36\cdot 10^{-18}$$

$$T_{ma} = 4.237\cdot 10^{17} = 13.4\ \text{My}$$

anyag: $\Omega - 1 = K\,t^{2/3}$

$$K t_{ma}^{2/3} \approx 0 \approx \mathcal{O}(1)$$

$$K t^{2/3} = K\left(\frac{t}{t_{ma}}t_{ma}\right)^{2/3} = K\,t_{ma}^{2/3}\left(\frac{t}{t_{ma}}\right)^{2/3}$$

Pl. $4\cdot 10^5$ év-nél $\left(\frac{4\cdot 10^5}{13\cdot 10^9}\right)^{2/3} \approx (3\cdot 10^{-5}) \approx 10^{-3}$

Ha ma $|\Omega - 1| = 1$, $4\cdot 10^5$ évnél 10^{-3} volt

$t_{eq} < t < t_0$ $\quad (\Omega-1) \sim Kt^{2/3} = Kt_0^{2/3}\left(\frac{t}{t_0}\right)^{2/3} = (\Omega-1)_0\frac{R}{R_0} = (\Omega-1)_0\frac{1}{(z+1)_t}$

$z_t + 1 = (z_{eq}+1)\cdot\left(\frac{t}{t}\right)$

$t < t_{eq}$ $\quad (\Omega-1) \sim Kt = Kt_{eq}\cdot\frac{t}{t_{eq}} = (\Omega-1)_{eq}\cdot\frac{R^2}{R_{eq}^2} = (\Omega-1)_0\frac{1}{(z+1)_{eq}}\cdot\frac{1}{(z^*_t+1)^2} = (\Omega-1)_0\frac{1}{(z+1)_{eq}}\frac{(z_{eq}+1)^2}{(z_t+1)^2} = (\Omega-1)_0\frac{(z_{eq}+1)}{(z_t+1)^2}$

Pl: BBN $z = 4\cdot 10^8 \Rightarrow \Omega - 1 = (\Omega-1)_0\cdot 2.4\cdot 10^{-14}$

Megoldás:

$$\Omega - 1 = \frac{K}{H^2}\left(\frac{1}{R_v^2}\left(\frac{R_K}{R_K}\right)^2\right) = \underbrace{\frac{K}{H^2R_K^2}}_{\mathcal{O}(1)}\underbrace{\left(\frac{R_K}{R_v}\right)^2}_{(10^{-43})^2} \approx \underline{10^{-86}}$$

k, v: infláció kezdete - vége

$\Omega - 1$ az inf. végén

$\Omega - 1$ az inf. kezdetén

Ω változása sug. dom. korszakban

$R^2H^2 \sim t^{-1}$, vegyük $K = 1 - t$ $\qquad$ Ha $K = 0 \rightarrow \Omega - 1 = 0$ mindig.

$$(\Omega-1)_t = (\Omega-1)_0\cdot\frac{t}{t_0}$$

pl. $t_0 = 1\,s$ $\quad (\Omega-1)_{30sec} = -0.02\cdot 30 = -0.6 \Rightarrow \Omega_{30sec} = 0.4$

$\Omega = 0.98$

$\Omega - 1$ változása az infláció idején

$$\Omega - 1 \sim K H^{-2} \exp(-2Ht)$$

inf. v. $(\Omega-1)_v = K H^{-2} \exp(-2H t_v)$

k. $(\Omega-1)_k = K H^{-2} \exp(-2H t_k)$

$H \approx \text{const}$. $t_v = t_k 10^2$

$$\frac{(\Omega-1)_v}{(\Omega-1)_k} = \frac{e^{-2Ht_k\cdot 100}}{e^{-2Ht_k}} = e^{-2H\cdot t_k \cdot 99}$$

$$= e^{-2\cdot 99} \approx 10^{-86}.$$

$t_k = 10^{-34}\,s$

$H \sim t^{-1}$ $H\cdot t = 1$

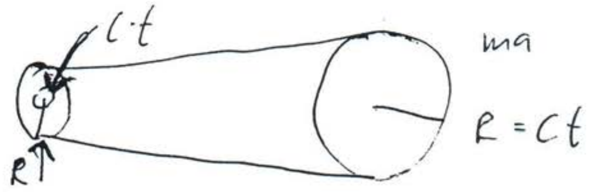
$$z_{10^{-32}s} = z^* \cdot z_{eq}$$

$$\frac{R_{eq}}{R_{10^{-32}s}} = \frac{T_{10^{-32}}}{T_{eq.}} = \frac{10^{13}\,GeV}{0.9\,eV} = \frac{10^{22}\,eV}{0.9\,eV} = 1.1\cdot 10^{22}$$

$$\underline{\underline{z_{10^{-32}}}} = 1.1\cdot 10^{22} \cdot 3800 = \underline{\underline{4.2\cdot 10^{25}}}$$

$$(\Omega-1)_{10^{-32}} = (\Omega-1)_0 \frac{3800}{(4.2\cdot 10^{25})^2} = (\Omega-1)_0 \cdot 2\cdot 10^{-48}$$

• Horizont-probléma (foton-háttér izotrópiája)



$R \sim t^{2/3}$

$ct \sim t$

a mai univerzum $z = 1100$-nál sok különálló tartomány volt (kauzális kapcsolat ϕ)

Foton: $RT = \text{konst.} = R_D T_D$; tágulás $R \sim t^{2/3}$

$$\frac{R_D}{ct_D} = \frac{R_{ma} T_{ma}}{c t_D T_D} = \frac{R_{ma}}{c t_{ma}} \cdot \frac{t_{ma}}{t_D} \cdot \frac{T_{ma}}{T_D} = \underbrace{\frac{R_{ma}}{c t_{ma}}}_{1} \cdot \frac{R_m^{3/2}}{R_D^{3/2}} \cdot \frac{R_D}{R_m} =$$

$T \sim R^{-1} \sim t^{-2/3}$

$$\approx \left(\frac{R_m}{R_D}\right)^{1/2} = (z_D + 1)^{1/2} \approx 33$$

$z_D \approx 1100$

Entrópia: $S = g_* (TR)^3$

$$\frac{T_D^3 R_D^3}{T_D^3 (ct_D)^3} = 35937 = 3\cdot 10^4 \text{ különálló rész}$$

$R \sim t^{2/3}$

$d_H \sim ct$

$$\frac{R_{ma}}{R_D} = \left(\frac{t_{ma}}{t_D}\right)^{2/3} \qquad t_{ma} = 1100^{3/2} t_D \qquad t_D = 3.83 \cdot 10^5 \text{ év}$$

$$\frac{d_{H\,ma}}{d_{H\,D}} = \frac{t_{ma}}{t_D} \qquad d_{H\,D} = \frac{t_D}{t_{ma}} d_{H\,ma} = 3.16 \cdot 10^{-5} d_{H\,ma}$$

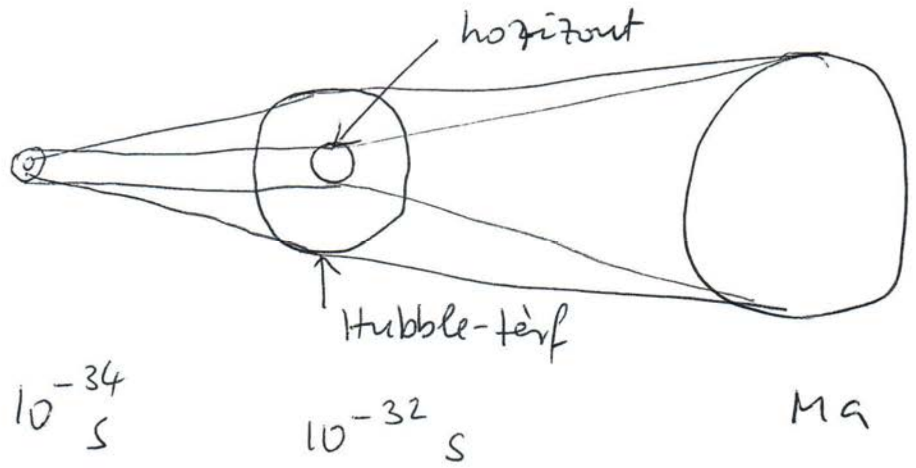
$$R_D = \frac{R_{ma}}{z+1} = 10^{-3} R_{ma} \qquad d_{H\,D} = 3.16 \cdot 10^{-5} d_{H\,ma}$$

Megoldás:

Inf. végén
$$\frac{R_{inf,v}}{c t_{inf,v}} = \underbrace{\frac{R_{inf,v}}{R_0}}_{\frac{1}{(z+1)_{inf}}} \cdot \underbrace{\frac{R_0}{c t_0}}_{1} \; \underbrace{\frac{c t_0}{c t_{inf,v}}}_{\frac{13.6\cdot 10^9\,\text{év}}{10^{-32}\,s}} = \frac{1}{4.2\cdot 10^{25}} \cdot 4.29\cdot 10^{50} \simeq \underline{\underline{10^{25}}}$$

Inf. kezd:
$$\frac{R_{inf,k}}{c t_{inf,k}} = \frac{R_{inf,v}\cdot 10^{-43}}{c t_{inf,v}\cdot 10^{-2}} = 10^{25}\cdot 10^{-41} = \underline{\underline{10^{-16}}}$$

Az infláció kezdete előtt a horizonton belül volt.



Infláció

$$(ds)^2 = (dt)^2 - R^2(t)(d\vec{x})^2 \qquad k=0 \text{ (térben sík); Descartes koord.}$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -R^2 & & \\ & & -R^2 & \\ & & & -R^2 \end{pmatrix} \qquad \sqrt{-g} = R^3(t)$$

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -\frac{1}{R^2} & & \\ & & -\frac{1}{R^2} & \\ & & & -\frac{1}{R^2} \end{pmatrix}$$

$$S = \int d^4x \sqrt{-g}\, L \qquad L = \frac{1}{2}\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi)$$

ϕ skalár tér

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial t}, \vec{\nabla}\right) \qquad \text{kovariáns derivált}$$

$$\partial^\mu = g^{\mu\nu}\partial_\nu = \left(\frac{\partial}{\partial t}, -\frac{1}{R^2}\vec{\nabla}\right)$$

Euler-Lagrange egyenlet

Klasszikusan: $\frac{d}{dt}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0$

$$\frac{d}{dt} \to \partial_\mu, \quad q \to \phi, \quad i \to (x)$$

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi(x)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi(x)} = 0 \qquad \mathcal{L} = L \cdot \sqrt{-g}$$

Energia-impulzus tenzor

$$T^{\mu\nu} = \partial^\mu \phi \partial^\nu \phi - g^{\mu\nu} L$$

Tökéletes folyadék: $T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu - p g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho & & & \\ & \frac{p}{R^2} & & \\ & & \frac{p}{R^2} & \\ & & & \frac{p}{R^2} \end{pmatrix}$

u^μ négyes sebesség: $u^\mu = (1, 0, 0, 0)$

$u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$ RW-koord. rendszerben a folyadék nyugalomban van.

$$L = \frac{1}{2}\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - \frac{1}{2R^2}(\vec{\nabla}\phi)^2 - V(\phi)$$

$\cancel{\mathcal{L} = (\tfrac{1}{2}\partial}$

$$\mathcal{L} = L \cdot R^3 = \left[\frac{1}{2}\dot\phi^2 - \frac{1}{2R^2}(\vec\nabla\phi)^2 - V(\phi)\right] R^3$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = -V'(\phi) R^3 \qquad \partial_\mu \phi = (\dot\phi, \vec\nabla\phi) \qquad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi} = \left(\dot\phi R^3, -\frac{1}{R^2}(\vec\nabla\phi) R^3\right)$$

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_\mu \phi} = \ddot\phi R^3 + 3\dot\phi R^2 \dot R - R\Delta\phi \qquad R(\cancel{x}, \cancel{y}, z)$$

$$\text{E-L:} \quad \ddot\phi R^3 + 3\dot\phi R^2 \dot R - R\Delta\phi = -V'(\phi) R^3$$

Téregyenlet (mozgásegyenlet): $\boxed{\ddot\phi - \frac{1}{R^2}\Delta\phi + 3H\dot\phi = -V'(\phi)}$

Hubble-drag (Hubble-fékezés)

R egyenlete (Friedmann) $k=0$

$$H^2 = \left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho = \frac{1}{3M_{pe}^2}\rho \qquad M_{pe} = (8\pi G)^{-1/2} = 2.4\cdot 10^{18}$$

redukált Planck-tömeg

$$\rho = T^{00} = \dot\phi^2 - \left[\frac{1}{2}\dot\phi^2 - \frac{1}{2R^2}(\vec\nabla\phi)^2 - V(\phi)\right] = \frac{1}{2}\dot\phi^2 + \frac{1}{2R^2}(\vec\nabla\phi)^2 + V(\phi)$$

$$p = \frac{R(t)^2}{3}\cdot(T^{11}+T^{22}+T^{33}) = \frac{R^2}{3}\left[\frac{1}{R^4}(\vec\nabla\phi)^2 + \frac{3}{R^2}\left(\frac{1}{2}\dot\phi^2 - \frac{1}{2R^2}(\vec\nabla\phi)^2 - V(\phi)\right)\right]$$

$$= \frac{1}{3R^2}(\vec\nabla\phi)^2 + \frac{1}{2}\dot\phi^2 - \frac{1}{2R^2}(\vec\nabla\phi)^2 - V(\phi)$$

$$= \frac{1}{2}\dot\phi^2 - \frac{1}{6R^2}(\vec\nabla\phi)^2 - V(\phi)$$

Homogén tér esetén (tágulás során inhom. rohamosan csökken):

(1) $\quad \ddot\phi + 3H\dot\phi = -V'(\phi) \qquad$ dombról lecsúszás súrlódással

(2) $\quad H^2 = \frac{1}{3M_{pe}^2}\left(\frac{1}{2}\dot\phi^2 + V(\phi)\right)$

Tegyük fel, hogy $H(t)$, $\phi(t)$ monoton változik

pl. $\phi(t) \nearrow$ ~~legyőzödés domboról~~ Univerzum tágul

$H(t) \searrow$ csökken ~~fluxi~~

Friedmann-egyenletet deriválva

$$H^2 = \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = \frac{1}{3M_{pe}^2}\left(\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)\right)$$

$$2H\dot{H} = \frac{1}{3M_{pe}^2}\left(\dot{\phi}\ddot{\phi} + V'\dot{\phi}\right) \underset{\uparrow}{=} \frac{1}{3M_{pe}^2}\left(V'\dot{\phi} + \dot{\phi}\left(-V' - 3H\dot{\phi}\right)\right)$$

$\ddot{\phi} = -3H\dot{\phi} - V$ (1)

$$= -\frac{H\dot{\phi}^2}{M_{pe}^2}$$

$$\boxed{\dot{H} = -\frac{\dot{\phi}^2}{2M_{pe}^2}} \quad (3)$$

$$\frac{\dot{H}}{\dot{\phi}} \underset{\uparrow}{\approx} \frac{dH}{d\phi} = -\frac{\dot{\phi}}{2M_{pe}^2} \longrightarrow \boxed{\dot{\phi} = -2M_{pe}^2\, H'(\phi)} \quad (4)$$

monotonitás

A fenti 2-ből: $\boxed{\dot{H} = -2M_{pe}^2\, H'^2}$ (5)

Definiáljunk 2 paramétert:

$$\epsilon \equiv 2M_{pe}^2\left(\frac{H'}{H}\right)^2 \underset{\uparrow}{=} \frac{\dot{\phi}^2/2}{H^2 M_{pe}^2} \underset{\uparrow}{=} 3\,\frac{\dot{\phi}^2/2}{\dot{\phi}^2/2 + V}$$

$\dot{\phi} = -2M^2 H'$ (4) $\quad H^2 = \frac{1}{3M^2}\left(\frac{\dot{\phi}^2}{2} + V\right)$ (2)

Ha $\epsilon \ll 1 \longrightarrow \dot{\phi}^2/V \ll 1$ kin. energ. $\ll$ pot. energ.

$$\eta \equiv 2M_{pe}^2\,\frac{H''}{H} \underset{\uparrow}{=} -\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}}$$

(4)-et deriválva t szerint: $\ddot{\phi} = -2M_{pe}^2\, H''\dot{\phi}$

Ha $|\eta| \ll 1 \longrightarrow |\ddot{\phi}| \ll |H\dot{\phi}|$

Ha $|\epsilon| \ll 1$ $|\eta| \ll 1$ $\rightarrow$ (1) és (2)

$$\boxed{\begin{aligned} &(6) \quad 3H\dot{\phi} \approx -V'(\phi) \\ &(7) \quad H^2 \approx \frac{1}{3M_{pe}^2} V(\phi) \end{aligned}}$$

lassú gördülés (slow-roll) közelítés

$V(\phi) \approx$ const. $\rightarrow$ H állandó $\rightarrow$ exp. tágu...

$$\frac{\dot{R}}{R} = H \qquad \dot{R} = RH$$

$$\ddot{R} = \dot{R}H + R\dot{H}$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = H^2 + \dot{H} \underset{\uparrow}{=} H^2(1-\epsilon)$$

$$\dot{H} = -2M_{pe}^2 H'^2 \,(5) = -\epsilon H^2 \ (\epsilon \text{ def.})$$

Gyorsuló tágulás feltétele : $\epsilon < 1$

$$\dot{R} = HR \rightarrow R(t) = R(0) \exp\left(\int_0^t H(t)\,dt\right)$$

e-sokszorozódás (e-folding)

$$N(t) = \int_{t_{kezd.}}^{t_{vég}} H(t')\,dt' \underset{t\to\phi}{=} \int_{\phi_k}^{\phi_v} H(\phi)\frac{dt}{d\phi}\,d\phi = \int_{\phi_k}^{\phi_v} H(\phi)\frac{1}{\dot{\phi}}\,d\phi$$

$$N(t) \underset{\uparrow}{=} \int_{\phi_k}^{\phi_v} H(\phi)\frac{1}{H'(\phi)}\,d\phi \left(-\frac{1}{2M_{pe}^2}\right)$$

$$\dot{H} = -2M_{pe}^2 H'^2 \quad (5)$$

Mit jelentenek a lassúgördülés feltételei V-re?

$$(7) \rightarrow H^2 = \frac{1}{3M_{pe}^2}V \ \text{(a)} \qquad 2HH' = \frac{1}{3M_{pe}^2}V' \ \text{(b)} \qquad 2H'^2 + 2HH'' = \frac{1}{3M_{pe}^2}V'' \ \text{(c)}$$

$$\frac{(b)}{(a)} \quad \frac{2H'}{H} = \frac{V'}{V} \qquad \underline{\underline{\epsilon}} = 2M_{pe}^2\left(\frac{H'}{H}\right)^2 = \underline{\underline{M_{pe}^2\frac{V'^2}{2V^2}}}$$

(C) $$2\frac{H''}{H} = \frac{1}{3M_{pe}^2}\frac{V''}{H^2} - \frac{2H'^2}{H^2}$$

$$\eta = 2M_{pe}^2\frac{H''}{H} = \frac{1}{3}\frac{V''}{H^2} - \underbrace{M_{pe}^2\frac{2H'^2}{H^2}}_{\epsilon} = M_{pe}^2\frac{V''}{V} - \epsilon$$

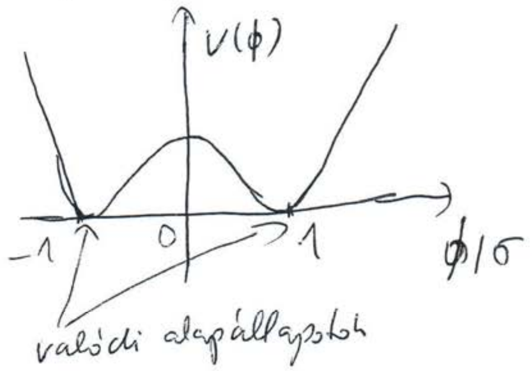
(1)

$$H^2 = \frac{1}{3M_{pe}^2}V \quad (7)$$

$$\epsilon \ll 1,\ |\eta| \ll 1 \Rightarrow M_{pe}^2\frac{V'^2}{2V^2} \ll 1,\ \left|M_{pe}^2\frac{V''}{V}\right| \ll 1$$

Példa:

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{4}\left(\phi^2 - \sigma^2\right)^2$$ spontán szimmetriasértést leíró pot.



ϕ térhez tartozó bozon tömege

$M^2 = V''(\sigma_*)$

$M = \sigma$

$$V' = \frac{\lambda}{4}\left(\phi^4 - 2\phi^2\sigma^2 + \sigma^4\right) = \lambda\phi\left(\phi^2 - \sigma^2\right)$$

$$V'' = 3\lambda\phi^2 - \lambda\sigma^2$$

$$M^2 = 2\lambda\sigma^2 \approx \sigma^2 \qquad \underline{M \approx \sigma}$$

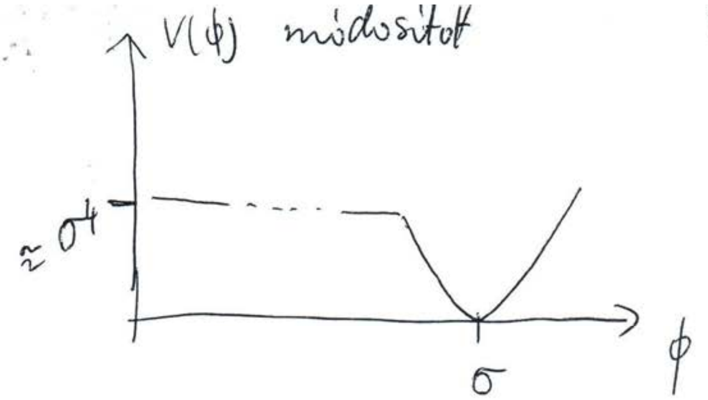
$$\epsilon = M_{pe}^2\frac{\lambda^2\phi^2(\phi^2-\sigma^2)^2}{\frac{\lambda^2}{16}2(\phi^2-\sigma^2)^2(\phi^2-\sigma^2)^2} = M_{pe}^2\frac{\lambda^2\phi^2}{\frac{\lambda^2}{8}(\phi^2-\sigma^2)^2} \approx \frac{M_{pe}^2}{\sigma^4} \ll 1,\ \text{ha } \phi/\sigma \ll 1$$

$$\eta + \epsilon = M_{pe}^2\frac{3\lambda\phi^2 - \lambda\sigma^2}{\frac{\lambda}{4}(\phi^2-\sigma^2)^2} \approx \frac{M_{pe}^2}{\sigma^2} > 1,\ \text{ha } \phi/\sigma \ll 1$$

$M_{pe} \approx 10^{19}$

$\sigma = M_{GUT} \approx 10^{14-15}$

Ez a potenciál nem jó



$V = \sigma^4 \quad \phi \ll \sigma$

$\epsilon = M^2 \frac{V'^2}{2V^2} \ll 1 \quad V' \ll \frac{\sqrt{2}V}{M} = 10^{45}\ \mathrm{GeV}^3$

$\eta + \epsilon = M^2 \frac{V''}{V} \ll 1 \quad V'' \ll \frac{V}{M^2} = 10^{30}\ \mathrm{GeV}^2$

Legyen $M = \sigma$ a nagy egyesítés tipikus energiája $M = M_{GUT} \approx 10^{14-15}\ \mathrm{GeV}$

$$H^2 \approx \frac{M_G^4}{M_{pl}^2} = \frac{10^{56-60}\ \mathrm{GeV}^4}{10^{38}\ \mathrm{GeV}^2} \approx 10^{20}\ \mathrm{GeV}^2 \approx 10^{68}\ \frac{1}{s^2}$$

$$H^{-1} \approx 10^{-34}\ s$$

$H \approx$ konstans az infláció során

$$N(t) = H \int_{t_{kezd}}^{t_{vég}} dt = H\, \Delta t$$

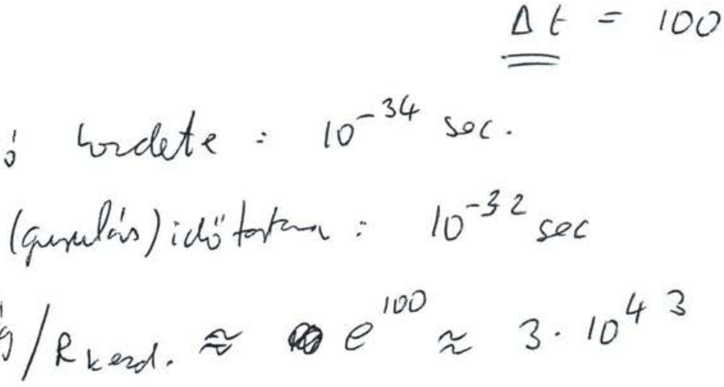
$N = 100$ – e-szeresődés : $N = H\,\Delta t = 100$

$$\underline{\underline{\Delta t}} = 100\, H^{-1} = \underline{\underline{10^{-32}\ s}}$$

Infláció kezdete : 10^{-34} sec.

Infláció (gurulás) időtartam : 10^{-32} sec

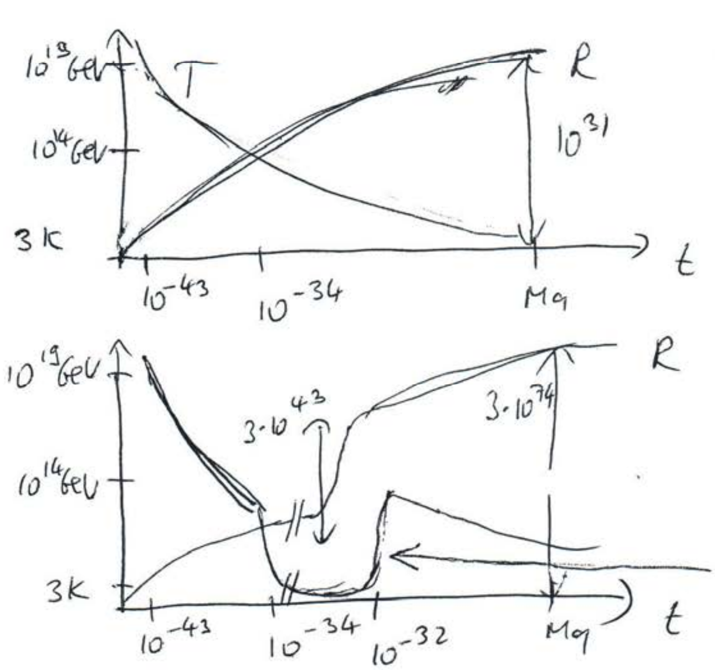
$R_{vég} / R_{kezd.} \approx e^{100} \approx 3 \cdot 10^{43}$



$RT =$ konst

adiabatikus tágulás

$S \sim (RT)^3 =$ konst



$RT \approx 3 \cdot 10^{43}$ – nal nő

Az infláció kezdőfeltétele vitatott. A jelenlegi álláspont szerint:

t	T	$\rho^{1/4}$	
10^{-44} s	~ 0	10^{19} GeV	
10^{-32} s	~ 0	10^{13} GeV	$\downarrow$ felfűtés
$\sim 10^{-18}$ s	10^{6} GeV	10^{6} GeV	hot big-bang kezdete

 II/10

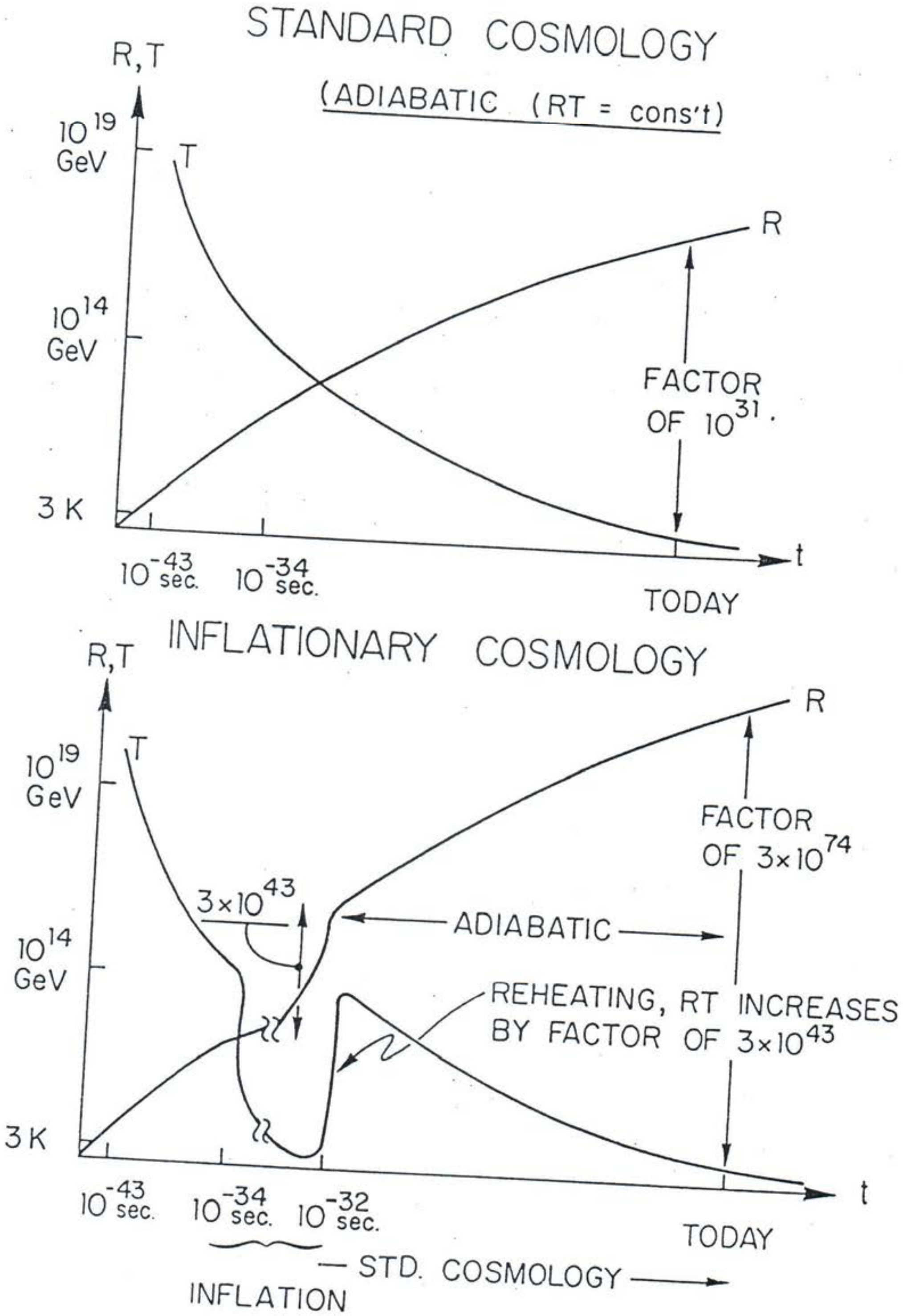


Fig. 8.2: Comparison of the evolution of R and T in the standard and inflationary cosmologies. Note the enormous jump in entropy ($S \propto R^3T^3$) at the end of inflation.

Bariogenezis

A belátható világ anyagból van, antianyagra nem látunk jelekést.

- $\bar{p}$: csak gyorsítókban
  kozmikus sugárzásban : de csak másodlagos részecskék, pl. $p+$ ISM ütközésekből
- Hold, bolygók : anyag
- Ma galaxis-klaszter szinten ($\times 10^{14} M_\odot$) anyag vagy antianyag tömeg van (ha egy galaxisklaszterben anyag és antianyag galaxisok is lennének azt elárulná a γ-sugárzás.

Két lehetőség :
- barion-aszimetria a kezdeti feltételekből
- dinamikus folyamat hozza létre

Részecskék kifagyása

A mai részecskegyakoriságot a kifagyási gyakoriság és az esetleges további bomlás állítja be.

Γ - részecske kölcsönhatási ráta
H - tágulási ráta

$\Gamma \gtrsim H$ csatolt
$\Gamma \lesssim H$ lecsatolódott

ökölszabály

Pontosabb eredményhez követni kell a részecske fázisterének mikroszkopikus fejlődését : Boltzmann-egyenlet

$$x \equiv \frac{m}{T}, \quad Y \equiv \frac{n}{s}$$ gyakoriság ($\frac{1}{s}$ a tágulásból jövő változást skálázza ki)

$$s = \frac{\rho + p}{T} = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s}(T)\, T^3$$

$$g_{*s} = \sum_f \frac{7}{8} g_f \left(\frac{T_f}{T}\right)^3 + \sum_b g_b \left(\frac{T_b}{T}\right)^3$$

Ha egy $m \neq 0$ tömegű részecske hőmérsékleti egyensúlyban maradna a mai napig, akkor a gyakorisága

$$\frac{n}{s} = \frac{g\left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu}{T}}}{\frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3} \sim \left(\frac{m}{T}\right)^{3/2} e^{-\frac{m}{T}}$$

elhanyagolhatóan kicsi lenne $\qquad T_{ma} = 2.3 \cdot 10^{-4}\, eV$

Ha $\Gamma < H$ -nál m/T nem sokkal nagyobb 1-nél $\Rightarrow$ számottevő gyakoriság

• Stabil részecske (vagy $t_{1/2} \gg T^{Univerzum}_{freezout}$)

$\psi\bar{\psi} \Longleftrightarrow X\bar{X}$ annihiláció $\qquad X\bar{X}$ minden amibe bomlani tud

pl ~~e,~~ $\nu + \bar{\nu} \to e^+ + e^-$

$\gamma + \gamma$

annihilációs hatáskeresztmetszet hőmérsékleti eloszlásra átlagolva : $\langle \sigma_{\psi\bar{\psi}\to X\bar{X}} |v| \rangle \qquad \sum_{X\bar{X}} \langle\rangle = \langle \sigma_A |v| \rangle$

A Boltzmann-egyenletből meghatható $Y(x)$ $\qquad \langle\rangle = \int \phi(v) d^3 v$

$$\frac{x}{Y_{eq.}} \frac{dY}{dx} = -\frac{\Gamma_A}{H}\left[\left(\frac{Y}{Y_{eq}}\right)^2 - 1\right]$$

$\Gamma_A \equiv n_{eq} \langle \sigma_A |v| \rangle$ annihilációs ráta

$\langle \sigma_A |v| \rangle = \sum_{X,\bar{X}} \langle \sigma_{\psi\bar{\psi}\to X\bar{X}} \rangle$

$Y_{eq}(x)$ egyensúlyi Y, pl. $x \gg 1$-re

$$Y_{eq}(x) = \frac{45}{2\pi 4}\left(\frac{\pi}{8}\right)^{1/2} \frac{g}{g_{*s}} x^{3/2} e^{-x} = 0.145 \frac{g}{g_{*s}} x^{3/2} e^{-x}$$

$\frac{\Gamma}{H}$: az annihiláció hatásossága; "$\Gamma \lesssim H$" $\qquad H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho$, $\rho = \frac{\pi^2}{30} g_* T^4$

$\left(\frac{Y}{Y_{eq}}\right)^2 - 1$: egyensúlytól való eltérés mértéke

$x = x_F$-nél Y kiesik az egyensúlyból : freeze-out

<u>Közelítőleg:</u>

$Y(x \leq x_f) = Y_{eq}(x)$; $\quad Y(x > x_f) = Y_{eq}(x_f) \quad ; \quad Y(x \to \infty) \equiv Y_\infty$

A pontosabb dinamika : B-egyenletből

Hideg ($x_f \gg 1$; gyakorlatban $x_f \gtrsim 3$) részecskék

$\sigma_A |v| \sim v^p$ $\quad p=0$ s-hullámú annihiláció
$\quad p=2$ p- -"-

Mivel $\langle v \rangle \sim T^{1/2} \rightarrow \langle \sigma_A |v| \rangle \sim T^n$ $\quad n=0$ s-hullám $\sigma \sim \frac{1}{v}$
$n=1$ p-hullám $\sigma \sim v$

$\langle \sigma_A |v| \rangle$ -t parametrizáljuk:

$$\langle \sigma_A |v| \rangle \equiv \sigma_0 \left(\frac{T}{m}\right)^n$$

A B-egyenlet megoldásából

$$x_f = \ln[0.038(n+1)(g/g_*^{1/2})\, m_{pe}\, m\, \sigma_0] - (n+\tfrac{1}{2}) \ln\{\ln[0.038(n+1)(g/g_*^{1/2})\, m_{pe}\, m\, \sigma_0]\}$$

$$Y_\infty = \frac{3.79\,(n+1)\,x_f^{n+1}}{(g_{*s}/g_*^{1/2})\, m_{pe}\, m\, \sigma_0}$$

Ha $\langle \sigma_A |v| \rangle$ nagyobb
$\Downarrow$
x_f nagyobb $\rightarrow$ T kisebb $\rightarrow$ Y_∞ kisebb

Nagyobb kölcs.h. hkm. $\Rightarrow$ kevesebb rész. marad.

Ábra: Turner p. 126

Alkalmazás:

1. Barion-szimmetrikus univerzum (a miénk nem ilyen)

$n_B = n_{\bar{B}}$

$m_B = m_p \simeq m_n \simeq 940$ MeV

$\langle \sigma_A |v| \rangle = C_1\, m_\pi^{-2}$ $\quad m_\pi = 135$ MeV $\quad$ nukleonok kölcsönhatásából pionok születnek

$C_1 \sim 1$

$T < 100$ MeV, $g_* = g_{*s} = 10.75$ $g^{nucl.} = 2$

$x_F = \ln[0.038 \frac{2}{\sqrt{10.75}}\, 940 \frac{1.22 \cdot 10^{22}}{135^2}] + \ln C_1 - \frac{1}{2}\ln[\ln] = 44.126 + \ln C_1 - \frac{1}{2}\ln 44.126 = \underline{42.23 + \ln C_1}$

$$Y_\infty = \frac{3.79 \cdot 42.23}{\frac{10.75}{\sqrt{10.75}} \cdot 940 \cdot \frac{1}{135^2} \cdot 1.22 \cdot 10^{22} \cdot C_1} = 7.74 \cdot 10^{-20}\, C_1^{-1}$$

$x_f = 42 + \ln C_1$

$\hookrightarrow T_f = \frac{m_B}{x_f} \simeq 22$ MeV

$Y_\infty = 7 \cdot 10^{-20}\, C_1^{-1}$

Ma a barion-gyakoriság

$$Y_\infty = \frac{n_B}{s} = \frac{n_\gamma \cdot \eta}{s} = \frac{411 \frac{1}{cm^3}}{2897 \frac{1}{cm^3}}\eta \simeq \frac{\eta}{7} \simeq 10^{-10}$$

η mért $= (6.1\ {}^{+0.3}_{-0.2}) \cdot 10^{-10}$

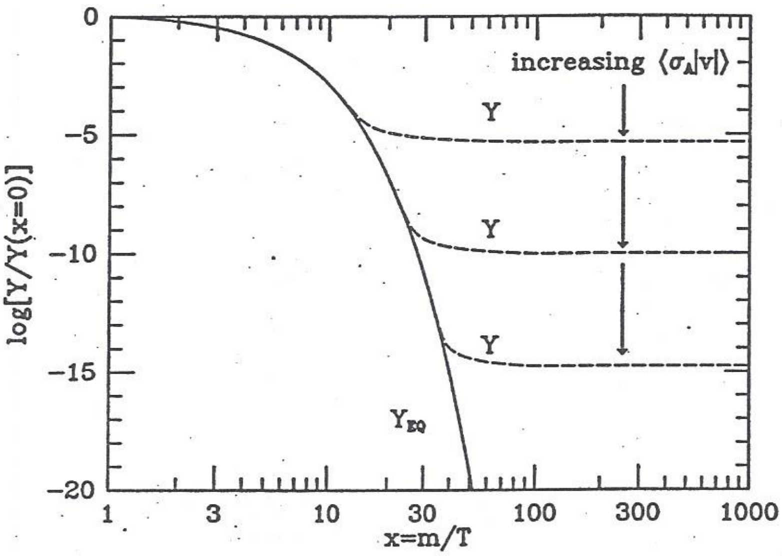


Fig. 5.1: The freeze out of a massive particle species. The dashed line is the actual abundance, and the solid line is the equilibrium abundance.

In some circumstances the annihilation cross section may be better approximated by $\langle\sigma_A|v|\rangle = \sigma_0 x^{-n}(1 + bx^{-m})$, e.g., if both s-wave and p-wave annihilation processes are important. The modification to (5.45) is straightforward to compute: $Y_\infty \to Y_\infty/[1+(n+1)bx_f^{-m}/(m+n+1)]$, and $x_f \to x_f + \ln[1 + b\{\ln(0.038(g/g_*^{1/2})m_{Pl}m\sigma_0)\}^{-m}]$.

As with a hot relic, the present number density and mass density of relic ψ's is easy to compute,

$$\begin{aligned} n_{\psi 0} &= s_0 Y_\infty = 2970 Y_\infty \text{ cm}^{-3} \\ &= 1.13 \times 10^4 \frac{(n+1)x_f^{n+1}}{(g_{*s}/g_*^{1/2})m_{Pl}\, m\, \sigma_0} \text{ cm}^{-3} \qquad (5.46) \\ \Omega_\psi h^2 &= 1.07 \times 10^9 \frac{(n+1)x_f^{n+1}\ \text{GeV}^{-1}}{(g_{*s}/g_*^{1/2})m_{Pl}\sigma_0}. \qquad (5.47) \end{aligned}$$

It is very interesting to note that the relic density of ψ's is inversely

III/4

Barion-szimmetrikus univerzumban $\sim 10^9$-szer kevesebb barion lenne (és ugyanannyi B és $\bar{B}$) mint a ma észlelt
annihilációs határtröfa
$\Rightarrow$ barion-aszimmetria szükséges $\Rightarrow$ $B+\bar{B} \to X+\bar{X}$ után marad B

2. Barion-aszimmetrikus világegyetem

$$n_B \gg n_{\bar{B}} \qquad B+\bar{B} \to X+\bar{X}$$

A $\bar{B}$ eltűnése nem lassul le mert Y_B konstans értéken beáll. (a szimmetrikus esetben $\Gamma = n_{eq} \langle \sigma |v| \rangle \sim$
$\sim \left(\frac{m}{T}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{m}{T}\right) \cdot \langle \sigma |v| \rangle$ exponenciálisan csökken mert a részecskék exponenciálisan ritkává válnak, ritkán találkoznak)
Itt viszont "végtelenül sok B van $\bar{B}$-hez képest.
Az annihiláció után megmaradt részecskék

$$Y_\infty(\bar{N}) = 10^{18} \exp(-9 \cdot 10^5)$$

A mai univerzumban

$R = d_H = 3{,}14 \cdot 10^9 \cdot 86400 \cdot 365 \cdot 3 \cdot 10^8 \approx 4 \cdot 10^{26}\,m$

$$V = \frac{4R^3\pi}{3} = 2.6 \cdot 10^{80}\,m^3 = 2.6 \cdot 10^{86}\,cm^3$$

$$n_B = \cancel{} = \eta\, n_\gamma = 2.46 \cdot 10^{-7} \frac{1}{cm^3} \qquad \underline{N_B = 6.4 \cdot 10^{79}}$$

$$n_{\bar{B}} = \underset{2897}{s}\, Y_\infty(\bar{B}) = 2.89 \cdot 10^{21} \cdot \exp(-9 \cdot 10^5)$$

$$n_{\bar{B}} \cdot V = 7.5 \cdot 10^{107} \exp(-9 \cdot 10^5)$$

$$\ln(n_{\bar{B}} \cdot V) = 248 - 9 \cdot 10^5 \Rightarrow n_B V \cong 0$$

Barionaszimmetrikus világegyetem hatásosan vezet $\bar{B}=0$-hoz

3. Utolsó mentsvár a barion-szimmetrikus világegyetemre

$$Y_{eq}(T = 38\,MeV;\ x = 24.3) = 9 \cdot 10^{-11}$$

$$prot: \quad g = 2, \quad g_{*s} = 10.75 \quad (38\,MeV\text{-en})$$

Tegyük fel, hogy $T = 38$ MeV-en valamilyen folyamat szétválasztotta a protonokat és antiprotonokat, hogy az annihilációt megállítsa és $\eta = 10^{-10}$-t beállítsa

De ekkor $t = 7 \cdot 10^{-4}$ s, $d_H = 2t = 4.2 \cdot 10^5$ m

$$\rho = \frac{\pi^2}{30} T^4 \underset{\substack{\uparrow \\ 10.75}}{g_*} = 3.53 \cdot \underbrace{(38)^4 \cdot 10^{24}}_{(38 \cdot 10^6 \, eV)^4} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ 1\,eV = 1.16 \cdot 10^4 K}}{(1.16 \cdot 10^4)^4} \underset{\substack{\uparrow \\ 1.28 \cdot 10^{-35} \frac{g}{cm^3}}}{K^4}$$

$$= 1.7 \cdot 10^7 \cdot 10^{24+16-35} = \underline{\underline{1.7 \cdot 10^{12} \frac{g}{cm^3}}}$$

$$M = \frac{4\pi}{3} (\underset{\substack{\uparrow \\ d_H}}{4.2 \cdot 10^7 \, cm})^3 \cdot 1.7 \cdot 10^{12} \frac{g}{cm^3} = 5.27 \cdot 10^{35} g$$

Horizonton belüli barionikus anyag tömege

$$\underline{M_{bar.}} \approx 5.27 \cdot 10^{35} g \cdot \eta = 3.1 \cdot 10^{26} g \approx \underline{10^{-7} M_\odot}$$

$$M_\odot = 2 \cdot 10^{33} g$$

A kauzalitás $\sim 10^{-7} M_\odot$ anyag szétválását engedné meg.
De nekünk $10^{14} M_\odot$ kéne

Magyarázat: $T \gtrsim 38$ MeV-nél barion-aszimmetria létezett, ami az annihiláció után a ma megfigyelt η-hoz vezet

Bariogenezis: kezdetben barion-szimmetria → majd rövid idejű barionszám-sértő fázis → majd újra $\Delta B = 0$
barionszám-megmaradás

1 GeV-nél (10^{-6} sec.) : $n_q \sim n_{\bar{q}} \sim n_\gamma$ (ma: $n_{\bar{q}} = 0$, $n_q = 10^{-10} n_\gamma$)

$x+1$ db q $\quad$ x db $\bar{q}$ $\quad$ x db γ

annihiláció után

$1 q$ $\quad$ $3x$ db γ

1 q-ból $\frac{1}{9}$ barion lesz $\frac{1}{3}$ mert $3q \to 1b$
$\frac{1}{3}$ mert csak az (u,d) ből lesz n, p

$$\frac{n_B}{n_\gamma} = \frac{\frac{1}{9}}{3x} = \frac{1}{27x} = 6\cdot 10^{-10} \Rightarrow x = 6.17\cdot 10^{7}$$

60 millió $\bar{q}$ mellett 60 m + 1 q

Pontosabban:

1 kvarkhoz tartozik
$1\ \bar{q}$
$\frac{2}{27}\ \gamma$
$\frac{1}{6}\ e$ $\ \frac{1}{6}\ \bar{e}$
$\frac{1}{12}\ \nu$ $\ \frac{1}{12}\ \bar{\nu}$
részecskesűrűség + g-ből

ann. után: $\frac{2}{27} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 0.57\ \gamma$

$x+1\ q$ $\quad x\ \bar{q}$ $\quad 0.57x\ \gamma$

$1 q$ $\quad 2.57x\ \gamma$ $\quad \frac{\frac{1}{9}}{2.57x} = \frac{1}{23.1x} \Rightarrow x = 7.2\cdot 10^{7}$

A bariogenezis képes ezt a kis eltérést természetes úton, dinamikusan magyarázni: szimmetria ⇒ B-szám sérülés ⇒ újra $\Delta B = 0$

Szaharov-feltételek (1967)

1. Barionszám-sértés: ha nem lenne B sértés, akkor a mai aszimmetria kezdetben is létezett volna. De nem ilyen kezdeti feltételt akarunk.
2. C és CP sértés: anyag és antianyag közötti különbségtétel (időnyíla). Ha nem lenne, akkor a $\Delta B \neq 0$ folyamatok a barionszámot és antibarionszámot ugyanúgy változtatnák meg (B és $\bar{B}$ feldúsulna) ⇒ nincs aszimmetria $\Delta B = \Delta \bar{B}$
3. Nemegyensúlyi körülmények: irreverzibilis folyamat
Kémiai egyensúlyban az entrópia maximális $\mu = 0$-nál
CPT szimmetria: $m_B = m_{\bar{B}} \Rightarrow n_B = n_{\bar{B}}$ mindig kiegyenlítődik

pl. $A \to a + \ldots$
$\to \bar{a} + \ldots$
$n(a) > n(\bar{a})$
$a \to a + \bar{a} + \ldots$
$\bar{a} \to a + \bar{a} + \ldots$

ford ⇒

- A SM tartalmazza a C és CP sértést : K mezonok bomlása
- GUT modellek tartalmaznak B - sértést (leptokvark)
- a korai univerzumban voltak fázisátmenetek (nem-egyensúly)

Illusztráció: GUT bariogenezis

Nehéz ($10^{14} - 10^{16}$ GeV) mérték- és Higgs- ~~skalár~~ bozonok vannak jelen, amik a kvarkokat és leptonokat csatolják (X : leptokvark). Tf.h. X-nek 2 bomlási módja van

$$X \to qq \quad \text{és} \quad X \to \bar{q}\,\bar{\ell}$$

ráta		B
r	$X \to qq$	$2/3$
$1-r$	$X \to \bar{q}\,\bar{\ell}$	$-\frac{1}{3}$
$\bar{r}$	$\bar{X} \to \bar{q}\,\bar{q}$	$-\frac{2}{3}$
$1-\bar{r}$	$\bar{X} \to q\,\ell$	$\frac{1}{3}$

CPT inv: $r + 1 - r = \bar{r} + 1 - \bar{r}$

C és CP sért : $r \neq \bar{r}$

$n_X = n_{\bar{X}}$ (CPT, $\mu = 0$)

$B_X = r\frac{2}{3} + (1-r)(-\frac{1}{3})$ $\quad X$ bomlásából

$B_{\bar{X}} = \bar{r}(-\frac{2}{3}) + (1-\bar{r})\frac{1}{3}$

$\underline{\underline{\varepsilon}} \equiv B_X + B_{\bar{X}} = \underline{\underline{r - \bar{r}}}$ $\quad$ ha C, CP szimmetrikus lenne $\Rightarrow r = \bar{r} \Rightarrow \varepsilon = 0$

$kT \gg m_X^2 c^2 \qquad n_X = n_{\bar{X}} \simeq n_\gamma$

$kT \ll m_X^2 c^2 \to$ bomlás

$$10^{-10} = \frac{\eta}{7} = \frac{n_B}{\underline{\underline{s}}} \sim \frac{\varepsilon\, n_X}{g_* n_\gamma} \sim \frac{\varepsilon}{g_*}$$

$g_* \simeq 100 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\varepsilon \simeq 10^{-8}}}$ $\qquad$ ez az SM-ben sokkal kisebb

Az SM-beli gyenge CP sértés nem elég a sikeres bariogenezishez.
Jelenleg keresik, hogy milyen más mechanizmus okozhat erős CP sértést: B-gyárak: KEK, SLAC

SM: K_L, K_S
$K^0, \bar{K}^0$: K_L és K_S szuperpozíció
$K_L \to \pi^{\mp} e^{\pm} \nu$
$K^0, \bar{K}^0$-ból több $\pi^- e^+ \nu$ mint $\pi^+ e^- \bar{\nu}$ kb 1 a 10^3-ban nál több

- B sértés
  - GUT-modellekben természetes módon jelen van
  - $M_X \sim 10^{15-16}$ GeV tömegskála jellemzi (ezt a protonbomlásból tudjuk. Alacsony hőmérsékleten (ma) nem működik, nagy T-n igen)

- Nemegyensúlyi viselkedés

T csökken: X bomlik, keletkezik, szóródik; univerzum tágul; $T < m_X$: a bomlás lesz egyedül domináns

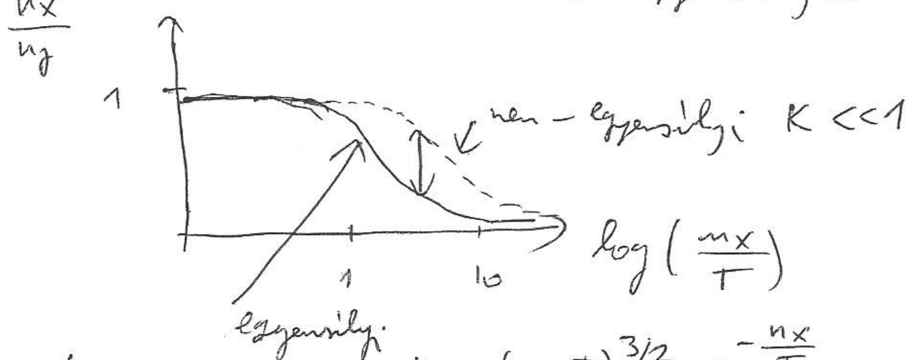
X bomlásának a hatékonysága $K \equiv \left(\frac{\Gamma_D}{2H}\right)_{T=m_X} = \frac{\alpha M_{pl}}{3.3\, g_*^{1/2}\, m_X}$ $\alpha \sim \frac{g^2}{4\pi}$ csatolási erősség X a többi részecskéhez

$\Gamma_D = \alpha\, m_X \; (T<m_X)$, $\alpha\, T^2/m_X \; (T>m_X)$

$H^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho = \frac{8\pi}{3 m_{pl}^2} \cdot \frac{\pi^2}{30} g_* T^4$ ha α nagy $\Rightarrow$ erősebb bomlás

Γ_D - bomlási ráta $H = \sqrt{\frac{8\pi^3}{90}} \cdot \frac{1}{m_{pl}} g_*^{1/2} T^2 = 1.66 \cdot g_*^{1/2} T^2 \frac{1}{M_{pl}}$

Ha $\Gamma < H \Rightarrow$ a bomlás nem tart lépést a tágulással $\Rightarrow$
$\Rightarrow$ egyensúlyból kiesés



$n_X = (m_X T)^{3/2} e^{-\frac{n_X}{T}}$

~~$T \gg m_X \to n_X = n_{\bar{X}} = n_\gamma$~~
~~X bomlásakor $n_X = n_{\bar{X}} \approx n_\gamma \Rightarrow n_B = \Sigma n_X = \Sigma n_\gamma$~~

nem-egyensúly: $K \ll 1 \Rightarrow m_X \gg \alpha g_*^{-1/2} m_{pl} \sim \left(\frac{\alpha}{10}\right) \cdot 10^{19}$ GeV

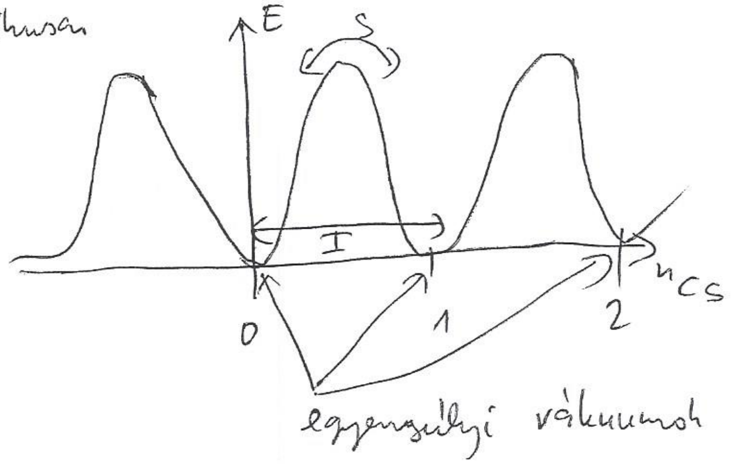
mértékbozonra: $\alpha = \alpha_{GUT} \approx \frac{1}{45}$
Higgs $\alpha \ll \frac{1}{45}$ lehet

GUT ~~Ska~~ skálájú bariogenezis

Elektrogyenge (EW) bariogenezis (1985 Kuzmin-Rubakov-Shaposnikov)

Nemábeli (Yang-Mills) mértékelméletekben léteznek több-vákuumú megoldások (topológiailag különböző degenerált vákuum)

Sematikusan



Chern-Simon szám
topológiai töltés

$0 \to 1$ vákuumátmenet : $\Delta B = 3$ $(= N_f)$

$$\Delta L = 3$$

$$\Delta (B - L) = 0$$

$T=0$: I (instanton átmenet) exponenciálisan kicsi ('t Hooft 1976)

$\Delta B \neq 0$ ráta : $\exp\left(-\frac{4\pi}{\alpha_W}\right)$ $\alpha_W \approx 0.03$ gyenge csat. állandó

$$e^{-418} \approx 10^{-180}$$

$T \neq 0$: keressük meg a mértékelmélet azon megoldását, ami éppen a két vákuumállapotot elválasztó nyeregponthoz tartozik: szfaleron (esésre kész) megoldás. A $0 \to 1$ átmenet ezen keresztül lesz a legkönnyebb

$$E_{sp} = \frac{C}{\alpha} M_W \qquad (C \approx 1-10) \qquad E_{sp} = 8-10 \text{ TeV}$$

$$\Gamma_{sp} = T^4 e^{-E_{sp}/T}$$ átmeneti ráta $T < E_{EW} \approx 100$ GeV-nél

$T \to M_W \Rightarrow$ a ráta naggyá válhat. A fázisátmenetnél ($M_W = 0$): $\Gamma_{\Delta B \neq 0} = \alpha^4 T^4$

A konkrét megvalósulás lehetőségét szimulációval lehet ellenőrizni. Pl. fontos, hogy erős elsőrendű fázisátmenet legyen az EW-átmenet (nem perturbatív). Ez kell a nemegyensúlyi feltételek kialakításához.

A szimulációk szerint (F.Z.) az SM-ben

$m_H < 75$ GeV erős elsőrendű f.á $\Rightarrow$ EW b.g. lehetséges

$m_H > 75$ GeV másodrendű gyenge átmenet

m_H kísérlet $\gtrsim 115$ GeV

SUSY SM-ben van olyan paramétertartomány ahol megy a b.g.

$\longrightarrow$ ford.

Leptogenesis

Ha kezdetben $B-L=0$ volt $\Rightarrow$ a termális (szfaleron) folyamatok $B=0$-ba viszik.

$B-L \neq 0 \Rightarrow B \neq 0$ lepton aszimmetria $\Rightarrow$ barion aszimmetria

pl. $L=10 \quad B=0$

$$\left.\begin{aligned} B+L &= 10 \\ B-L &= -10 \end{aligned}\right] \begin{aligned} &B+L \text{ sérül} \\ &B-L = \text{const} \end{aligned} \Rightarrow \begin{aligned} B+L &= 0 \\ B-L &= -10 \end{aligned}$$

$$\Downarrow$$

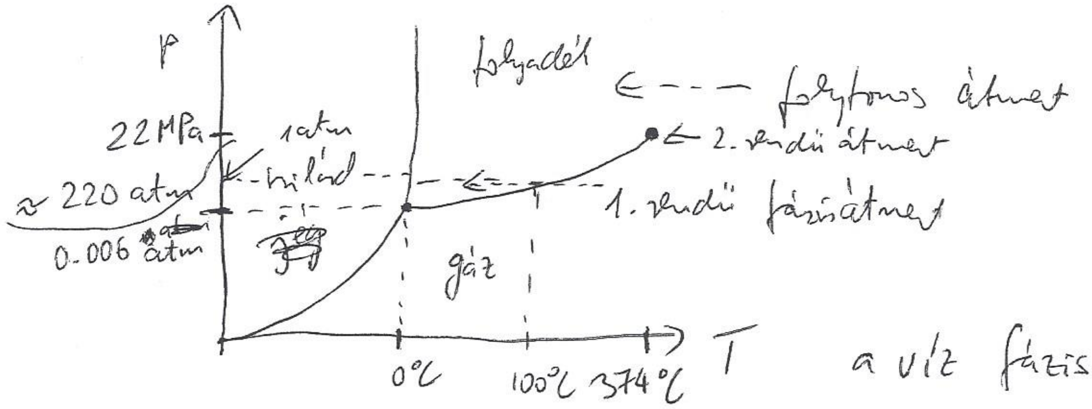
$$B=-5, \quad L=5$$

leptogenezist létezik nehéz Majorana neutrínó ($M_N \gtrsim 10^{12}$ GeV)
(ez kell pl. a kis neutrínó tömegek ($m_\nu \sim 10^{-2}$ eV) magyarázatához)

$N = \bar{N}$

(1) $N \to \ell + \ldots$

(2) $\bar{N} = N \to \bar{\ell} + \ldots$ $\quad \cancel{CP} \Rightarrow \Gamma(1) \neq \Gamma(2) \to L \to B$

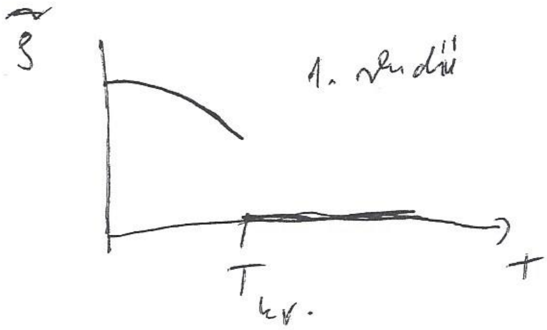


$\rho_{krit} = 322 \frac{kg}{m^3}$

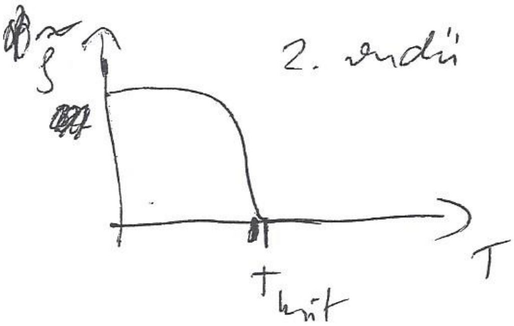
normál víz: $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$

a víz fázisdiagramja

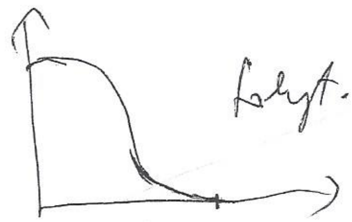
$\tilde{\rho} = \rho_{foly} - \rho_{gáz}$ rendparaméter



1. rendű



2. rendű



folyt. átmenet

3-as pont : 0.01 °C ; 611.6 Pa ; 0.99978 $\frac{g}{cm^3}$

Olvadáspont : 0 °C ; 10^5 Pa ;

Forráspont : 100 °C ; 10^5 Pa ;

Kritikus pont : 374 °C ; 22 MPa ; 322 kg/m³

Big bang nukleoszintézis (BBN)

$k=0$, sugárzás-dominálta kor

$$H^2 = \left(\frac{\dot R}{R}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\,\varrho(T) = \frac{8\pi G}{3}\frac{\pi^2}{30} g_*(T)\,T^4$$

$$R = R_0 t^{1/2} \qquad \dot R = \frac{1}{2}\frac{R}{t} \Rightarrow H = \frac{1}{2}t^{-1}$$
$$t = \frac{1}{2}H^{-1}$$

$$t = \frac{1}{2}H^{-1} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{45}{4\pi^3 G}}\frac{T^{-2}}{\sqrt{g_*}} = \sqrt{\frac{45}{16\pi^3}}\, m_{pe}\frac{T^{-2}}{\sqrt{g_*}}$$

$$m_{pe} = \frac{1}{\sqrt{G}} = 1.22\cdot 10^{19}\ \text{GeV} \quad \left[M_{pe} = \sqrt{\frac{8\pi}{G}} = 2.4\cdot 10^{18} \text{ redukált Pl.-t}\right]$$

$$t = 0.301\, m_{pe}\frac{T^{-2}}{\sqrt{g_*}} = 0.301\, m_{pe}\frac{1}{\sqrt{g_*}}\left(\frac{T}{\text{MeV}}\right)^{-2}\text{MeV}^{-2}$$

$$\text{MeV}^{-2} = \frac{1}{10^{-3}\,\text{GeV}\cdot 1.52\cdot 10^{21}\,\frac{1}{s}}$$

$$\boxed{t = 2.417\frac{1}{\sqrt{g_*}}\left(\frac{T}{\text{MeV}}\right)^{-2} s} \qquad \boxed{H = \frac{1}{2}\cancel{0.413}\sqrt{g_*}\left(\frac{T}{\text{MeV}}\right)^2\frac{1}{s}}$$
0.2065

	T	g_*	t
	$T = 10$ MeV	$g_* = 10.75$	$t = 7.37\cdot 10^{-3}$ s
1.5 MeV ν WD →	1 MeV	10.75	$t = 0.737$ s
/ WFO →	0.8 MeV	10.75	$t = 1.1518$ s
0.5 MeV → g_*: 10.75 → 3.36	0.3 MeV	3.36	$t = 14.6$ s
	0.1 MeV	3.36	$t = 132$ s
→	0.07 MeV	3.36	$t = 269$ s
→	0.03 MeV	3.36	$t = 1465\,s = 24$ perc

$2 + \frac{7}{8}\cdot 6 + \frac{7}{8}\cdot 4 = 10.75$

($e^\pm$ nem relativisztikus?
$2 + \frac{7}{8}\cdot 6 = 7.25$)

$2 + \frac{7}{8}\cdot 6\cdot\left(\frac{4}{11}\right)^{4/3} = 3.36$

Turner p.65 ábra
$g_*(0.8) = 10.75$
$g_*(0.07) = 3.36$
jó közelítés

$$\eta(T) = \frac{n_B(T)}{n_\gamma(T)} \qquad \eta(T_0) = \frac{n_B^{ma} = n_B(T)}{n_\gamma^{ma}} = 6.1\cdot 10^{-10}$$
ez a BBN végeredménye

$$\eta(T) = \frac{N_B(T)}{\frac{4\pi}{3}R^3\frac{2\zeta(3)}{\pi^2}T^3} = \frac{N_B(T) = N_B(T_0)}{\frac{4\pi}{3}\frac{2\zeta(3)}{\pi^2}R_0^3T_0^3\frac{g_{*s}(T_0)}{g_{*s}(T)}} = \frac{n_B(T_0)}{n_\gamma(T_0)\frac{g_{*s}(T_0)}{g_{*s}(T)}}$$

$$R^3T^3 g_{*s}(T) = R_0^3T_0^3 g_{*s}(T_0) \rightarrow R^3T^3 = R_0^3T_0^3\cdot\frac{g_{*s}(T_0)}{g_{*s}(T)}$$

$$\eta(T) = \eta^{ma} \frac{g_{*s}(T)}{g_{*s}(T_0)} \qquad g_{*s}(T_0) = 2 + \frac{7}{8}\cdot 6 \cdot \left(\frac{T_\nu}{T}\right)^3 = 3.909$$

$$T \lesssim 0.5\,\mathrm{MeV}\text{-re}: \ \eta(T) = \eta^{ma} \ (g_{*s}(T) = g_{*s}(T_0)) \ \left(\frac{T_\nu}{T}\right)_{T \lesssim 0.5\,\mathrm{MeV}} = \left(\frac{4}{11}\right)^{1/3} \eta^{ma}$$

$$\eta = \frac{n_B}{n_\gamma} = \frac{\rho_B}{m_N \cdot n_\gamma} = \frac{\rho_c \Omega_B}{m_N \cdot n_\gamma} = \frac{1.88\cdot 10^{-29} \Omega_B h^2 \frac{g}{cm^3}}{939\ \mathrm{MeV} \cdot 411 \frac{1}{cm^3}}$$

$$\rho_B = \frac{m_N \cdot N_B}{V} = m_N \cdot n_B \qquad m_N = 939\ \mathrm{MeV} = 1.668 \cdot 10^{-24} g$$

$$\boxed{\eta = 2.74 \cdot 10^{-8}\, \Omega_B h^2} \qquad \text{mert } \left.\begin{array}{l} h = 0.73 \\ \Omega_B \lesssim 1 \end{array}\right\} \eta < 1.46 \cdot 10^{-8}$$

BBN:

$T = 200$ MeV : $g \to H$ $\quad p, n$

$T = 10$ MeV $- 10$ keV: a nukleonok és atommagok nemrelativisztikusak

A mag köm. egyensúly: $\quad n_A = g_A \left(\frac{m_A T}{2\pi}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_A - m_A}{T}} \qquad T \ll m_p$

A: Z proton $+ (A-Z)$ neutron $\rightleftarrows$ Átalakulás

Ha $\Gamma > H$: kémiai egyensúly $\Rightarrow \mu_A = Z\mu_p + (A-Z)\mu_n$

$$n_p = 2\left(\frac{m_p T}{2\pi}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_p - m_p}{T}} \qquad n_n = 2\left(\frac{m_n T}{2\pi}\right)^{3/2} e^{\frac{\mu_n - m_n}{T}}$$

$$e^{\mu_A/T} = \exp[(Z\mu_p + (A-Z)\mu_n)/T] =$$

$$= n_p^Z n_n^{A-Z} \left(\frac{2\pi}{m_N T}\right)^{3A/2} 2^{-A} \exp[(Z m_p + (A-Z) m_n)/T]$$

$B_A = Z m_p + (A-Z) m_n - m_A$, $\quad m_N = 939$ MeV nukleon tömeg

$$\underline{\underline{n_A}} = g_A A^{3/2} 2^{-A} \left(\frac{2\pi}{m_N T}\right)^{3(A-1)/2} n_p^Z n_n^{A-Z} \exp(B_A/T)$$

^AZ	B_A	g_A	J
^2H	2.22 MeV	3	1
^3H	8.48 MeV	2	$\frac{1}{2}$
^3He	7.72 MeV	2	$\frac{1}{2}$
^4He	28.3 MeV	1	0
^{12}C	92.2 MeV	1	0

Tömegarány (mass-fraction)

$$X_A \equiv \frac{n_A A}{n_B} \qquad n_B = n_n + n_p + \Sigma_i (A n_A)_i$$

$$\Sigma_i X_i = \frac{n_p + n_n + \Sigma_i (n_A A)_i}{n_B} = 1$$

$$n_p = X_p n_B$$
$$n_n = X_n n_B$$
$$n_p^Z n_n^{A-Z} = X_p^Z X_n^{A-Z} n_B^A$$

$$X_A = \frac{A}{n_B} g_A A^{3/2} 2^{-A} \left(\frac{2\pi}{m_N T}\right)^{3(A-1)/2} X_p^Z X_n^{A-Z} n_B^A \exp(B_A/T)$$

$$n_B^{A-1} = \eta^{A-1} n_\gamma^{A-1} = \eta^{A-1} \left[\frac{2\zeta(3)}{\pi^2}\right]^{A-1} T^{3(A-1)}$$

$$\underline{\underline{X_A}} = g_A A^{5/2} 2^{-A+\frac{3A}{2}-\frac{3}{2}+A-1} \pi^{\frac{3A}{2}-\frac{3}{2}-2A+2} \zeta(3)^{A-1} X_p^Z X_n^{A-Z}$$
$$\cdot \left(\frac{T}{m_N}\right)^{\frac{3(A-1)}{2}} \eta^{A-1} \exp(B_A/T)$$
$$= g_A 2^{(3A-5)/2} \pi^{(1-A)/2} \zeta(3)^{A-1} A^{5/2} X_p^Z X_n^{A-Z} \left(\frac{T}{m_N}\right)^{\frac{3(A-1)}{2}}$$
$$\underline{\cdot \eta^{A-1} \exp(B_A/T)}$$

Nukleáris statisztikus egyensúlyban a tömegarány
Ha már vannak atommagok, akkor az eloszlás ilyen.

Atommagok szintézise (magreakciók hálózata)

$(n \to p + e^- + \bar{\nu}_e)$

$p + n \to {}^2H + \gamma$

${}^2H + p \to {}^3He + \gamma$

${}^2H + {}^2H \to {}^3H + p$

${}^2H + {}^2H \to {}^3He + n$

$n + {}^3He \to {}^3H + p$

${}^2H + {}^3H \to {}^4He + n \to \frac{3}{2}^+ \; E_{cm} = 64\,keV$

${}^2H + {}^3He \to {}^4He + p$

${}^3H + {}^4He \to {}^7Li + \gamma$

${}^3He + {}^4He \to {}^7Be + \gamma$

${}^7Be + n \to {}^7Li + p$

${}^7Li + p \to {}^4He + {}^4He$

${}^3H \to {}^3He + e^- + \bar{\nu}$ (12 év)

${}^7Be + e^- \to {}^7Li + \nu$ (53 nap)

1. kiindulópont a d
2. ^4He erősen kötött → minden a ^4He-hez vezet
3. hkm különbségek (erős, EM...)
   pl: $d + d \to {}^4He + \gamma$
   $n + {}^3He \to {}^4He + \gamma$
   $p + {}^3H \to {}^4He + \gamma$
   ⋮
   gyengébbek
4. visszafelé is megy pl. ${}^2H + \gamma \to n + p$
5. Coulomb gát (30 keV alatt leáll)

– Hatáskeresztmetszetek mérhetők / számolhatók

– Coulomb-gát töltött részecskék reakcióját exponenciálisan gátolja

$T \lesssim 30$ keV alatt gyakorlatilag nem megy töltött részecske reakció

– d kötési energiája nagyon kicsi: γ-k könnyen szétverik

ha nincs d → nem tud a többi keletkezni: deutérium szűkület (bottleneck)

X_A-ban η nagyon kicsi ⇒ T-nek nagyon alacsonyra kell süllyednie hogy $\exp(B/T)$ győzzön η felett.

η kicsi = nagy az entrópia

Mikor válik egy atommag keletkezése termodinamikailag kedvezővé?

X_A-ban gyorsan változó tagok:

$$\left(\frac{T}{m_N}\right)^{\frac{3(A-1)}{2}} \eta^{A-1} e^{\frac{B}{T}} \sim 1 \quad \text{legyen 1 körüli}$$

$$\frac{3(A-1)}{2} \ln\frac{T}{m_N} + (A-1)\ln\eta + \frac{B}{T} = 0$$

$$\frac{B}{T(A-1)} = -\frac{3}{2}\ln\frac{T}{m} - \ln\eta = \frac{3}{2}\ln\frac{m}{T} + \ln\eta^{-1}$$

$$T_{nuc.} = \frac{B/(A-1)}{\frac{3}{2}\ln\frac{m}{T} + \ln\eta^{-1}}$$

az A mag keletkezése (létezése) ezen a hőmérsékleten termodinamikailag kedvezővé válik

pl. $A = 4$ $B = 28.3$ MeV $\ln\eta^{-1} = 21.217$ $(\eta = 6.1\cdot 10^{-10})$ $m = 939$ MeV

$T = 1$ MeV $\quad T = \dfrac{9.433}{10.267 + 21.217} = 0.2996$ MeV

$T = 0.2996 \quad T = \dfrac{9.433}{12.075 + 21.217} = 0.28335$

$T = 0.28335 \quad T = \dfrac{9.433}{12.1588 + 21.217} = 0.28262$

0.28262 $\quad$ 0.28259 MeV

$T^{d}_{nuc} \simeq 0.07$ MeV

$T^{3He}_{nuc} \simeq 0.11$ MeV

$T^{4He}_{nuc} \simeq 0.28$ MeV

$T^{12C}_{nuc} \simeq 0.25$ MeV

A 4He léte már 0.28 MeV-en kedvező lenne, de nincs "d". Ha d keletkezik → gyorsan el is ég (átmeneti mag). Minden út → 4He-be vezet.

T^{d}_{nuc} kicsi mert η kicsi. Jelentős egyensúlyi X-ekhez nagyon alacsony hőmérsékletre kell lemenni. A nukleoszintézis $\simeq 0.07$ MeV-en kezdődik.

Mi X_n és X_p ilyen hőmérsékleten?

$T = 0.28$ MeV-en $X_{4He} \simeq 1$ lenne. De nincs d, 3H, 3He amiből keletkezhetne. ⇒ a ^{4}He NSE $T \simeq 0.5$ MeV-höz megszűnik. Amikor d elkezd keletkezni ($T \simeq 0.07$ MeV) a 4He vissza akar térni a NSE értékre ⇒ következmény: gyakorlatilag ~~az~~ az összes befagyódott n a 4He-ben köt ki.

$$X_n + X_p + X_2 + X_3 + X_4 + X_{12} = 1$$

$$X_4(\simeq 0.28) = 1$$

$T \gg 1\,\mathrm{MeV}$ $(t \ll 1\,\mathrm{sec})$

p és n egyensúlyi állapotban $(\Gamma \gg H)$

$$n \leftrightarrow p + e^- + \bar\nu$$
$$\nu + n \leftrightarrow p + e^-$$
$$e^+ + n \leftrightarrow p + \bar\nu$$

$$\mu_n + \mu_\nu = \mu_p + \mu_{e^-}$$

Kémiai egyensúlyban

$$\frac{n}{p} \equiv \frac{X_n}{X_p} = \frac{n_n}{n_p} = \exp\left[(\mu_n - m_n - \mu_p + m_p)/T\right] =$$

$$Q = m_n - m_p = 1.293\ \mathrm{MeV}$$

$$\mu_n - \mu_p = \mu_e - \mu_\nu$$

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{eq.} = \exp\left[-Q/T + (\mu_e - \mu_\nu)/T\right]$$

<u>μ becslések</u>

$$n_{e^-} - n_{e^+} = n_p^* \approx n_B \approx \eta \cdot n_\gamma = \eta \frac{2}{\pi^2}\zeta(3)T^3 = 1.4 \cdot 10^{-10}\,T^3$$

n_p^*: a magokban lévő p-t is beszámítva

$\approx$: g_* - beli ugrásoktól eltekintve $g_* \approx$ const

$\eta = 6 \cdot 10^{-10}$

$(1K)^3 = 83 \frac{1}{cm^3}$

- Relativisztikus eset $(\cancel{\mu}, m \ll T)$

$$n_{e^-} - n_{e^+} = \frac{g}{2\pi^2}\underbrace{\left[\int_0^\infty \frac{p^2\,dp}{e^{\frac{p-\mu}{T}}+1} - \int_0^\infty \frac{p^2\,dp}{e^{\frac{p+\mu}{T}}+1}\right]}_{\frac{\mu^3}{3} + \frac{\mu\pi^2T^2}{3}}$$

$$\overset{g=2}{=} \frac{2T^3}{6\pi^2}\left(\pi^2\frac{\mu}{T} + \left(\frac{\mu}{T}\right)^3\right)$$

$(\ ) \approx 10^{-10} \Rightarrow \frac{\mu}{T} \ll 1 \Rightarrow \left(\frac{\mu}{T}\right)^3$ elhanyagolható

$$\frac{\mu_e}{T} \approx \frac{6\zeta(3)}{\pi^2}\eta \longrightarrow \mu_e \ll m_e$$

- Nemrelativisztikus eset ($T \ll m$, $T \ll m-\mu$)

$$n = g\left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m-\mu}{T}}$$

$$n-\bar{n} = g\left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} \underbrace{\left[e^{-\frac{m-\mu}{T}} - e^{-\frac{m+\mu}{T}}\right]}_{e^{-\frac{m}{T}}\left(e^{\frac{\mu}{T}}-e^{-\frac{\mu}{T}}\right) = e^{-\frac{m}{T}}\cdot 2\cdot \mathrm{sh}\left(\frac{\mu}{T}\right)} = 2g\left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m}{T}} \mathrm{sh}\left(\frac{\mu}{T}\right)$$

$$4\left(\frac{mT}{2\pi}\right)^{3/2} e^{-\frac{m}{T}} \mathrm{sh}\left(\frac{\mu}{T}\right) = \eta \frac{2}{\pi^2}\zeta(3)\, T^3$$

$[T, m, \mu] = \mathrm{keV}$ $$\frac{1}{T^{3/2}} e^{-\frac{m}{T}} \mathrm{sh}\left(\frac{\mu}{T}\right) = \eta\frac{2}{\pi^2}\zeta(3)\frac{1}{4}\left(\frac{2\pi}{m}\right)^{3/2} = 4.98\cdot 10^{-14}$$

$\uparrow$ $\eta = 6\cdot 10^{-10}$

$T = 10$ keV $\quad \mu = 246$ keV $\approx m_e$ összemérhető m_e-vel

$T = 20$ keV $\quad \mu = 10.6$ keV

$T = 30$ keV $\quad \mu = 0.0612$ keV

$T > 30$ keV-re μ_e elhanyagolható T(m)-ed mellett.

Hasonlóan

$$n_\nu - n_{\bar{\nu}} \overset{g=1}{=} \frac{T^3}{6\pi^2}\left[\pi^2\left(\frac{\mu}{T}\right) + \left(\frac{\mu}{T}\right)^3\right]$$

$$\frac{n_\nu - n_{\bar{\nu}}}{n_\gamma} = \frac{1}{6\pi^2 \frac{2\zeta(3)}{\pi^2}}\left[\;\right] = \frac{1}{12\zeta(3)}\left[\pi^2\left(\frac{\mu}{T}\right) + \left(\frac{\mu}{T}\right)^3\right]$$

- nem tudjuk, hogy n_ν, $n_{\bar{\nu}}$ mennyi (mennyi a ν leptonszám)
- nem észleltek még relic neutrínót

Feltételezzük, hogy a ν leptonszám kicsi $\frac{n_\nu - n_{\bar{\nu}}}{n_\gamma} \ll 1 \Rightarrow$

$\mu_\nu \ll T$ $\quad \Updownarrow$

$n_\nu - n_{\bar{\nu}} \ll n_\gamma$

$$\left(\frac{n}{p}\right)_{eq.} = \exp(-Q/T) \qquad T > 30 \text{ keV}$$

IV/8

$$\frac{1}{T^{3/2}} e^{-\frac{m}{T}} \operatorname{sh}\left(\frac{\mu}{T}\right) = 4.98 \cdot 10^{-14}$$

$$\frac{\mu}{T} \gg 1 \Rightarrow \operatorname{sh}\left(\frac{\mu}{T}\right) \approx \frac{e^{\mu/T}}{2}$$

$$\frac{1}{2} e^{\frac{\mu-m}{T}} = T^{3/2} \cdot 5 \cdot 10^{-14}$$

$$\frac{\mu-m}{T} = \frac{3}{2} \ln T + \ln 10^{-13}$$

$$\mu = m + T(\underbrace{\ln 10^{-13}}_{\approx -30} + \frac{3}{2} \ln T)$$

$T = 10$ keV	$\mu = 246$ keV
1	481
0.1	507.66
0.01	510.63

$\mu \to m \quad (T \to 0)$

$$s = \frac{\varrho + p - \sum \mu n}{T}$$

$p \approx 0 \qquad \varrho_{\text{nerel.}} \approx n \cdot m$

Nerel. vzrecheh: $\quad s \approx \frac{n(m-\mu)}{T} \approx 0$

$$\frac{m-\mu}{T} = -\ln 10^{-13} - \frac{3}{2} \ln T = 30 - \frac{3}{2} \ln T \qquad (T < 1 \Rightarrow \ln T < 0)$$

$$n \sim T^{3/2} \quad (T \sim R^{-2} \Rightarrow n \sim R^{-3})$$

$$s \approx T^{1/2} (m-\mu)$$

$m - \mu \quad \ln T$ - vel mó

$T^{1/2} \to 0$

IV/8a

$$\frac{1}{T^{3/2}} e^{-\frac{m}{T}} sh\left(\frac{\mu}{T}\right) = 4.98 \cdot 10^{-14}$$

$$\frac{\mu}{T} \gg 1 \Rightarrow sh\left(\frac{\mu}{T}\right) \approx \frac{e^{\mu/T}}{2}$$

$$\frac{1}{2} e^{\frac{\mu - m}{T}} = T^{3/2} \cdot 5 \cdot 10^{-14}$$

$$\frac{\mu - m}{T} = \frac{3}{2} \ln T + \ln 10^{-13}$$

$$\mu = m + T\Big(\underbrace{\ln 10^{-13}}_{\approx -30} + \frac{3}{2} \ln T\Big)$$

$T = 10$ keV	$\mu = 246$ keV
1	481
0.1	507.66
0.01	510.63

$\mu \to m \quad (T \to 0)$

$$s = \frac{\varrho + p - \sum \mu n}{T}$$

$p \approx 0 \qquad \varrho_{\text{nerel.}} \approx n \cdot m$

Nerel. rozestřeh: $\quad s \approx \frac{n(m-\mu)}{T} \approx 0$

$$\frac{m - \mu}{T} = -\ln 10^{-13} - \frac{3}{2} \ln T = 30 - \frac{3}{2} \ln T \qquad (T<1 \Rightarrow \ln T < 0)$$

$$n \sim T^{3/2} \quad (T \sim R^{-2} \Rightarrow n \sim R^{-3})$$

$$s \approx T^{1/2}(m - \mu)$$

$m-\mu$ $\ln T$ - velmi
$T^{1/2} \to 0$

IV/8a

A p, n gyenge folyamatok rátáját a gyenge kölcsönhatásból kaphatjuk meg

$$\left(\Gamma/H\right)_{wfo.} \sim \left(\frac{T}{0.8\,\mathrm{MeV}}\right)^3$$

$T > 0.8$ MeV-ig $\frac{n}{p} = \left(\frac{n}{p}\right)_{eq}$

$T \gg 0.8$ MeV $\frac{n}{p} \approx 1 \quad X_n = X_p$

0.8 MeV-nél a ν-k lecsatolódnak, a $\frac{n}{p}$ arány kifagy.

Ez után
- n bomlik $\tau_n = 887 \pm 2$ s
- n befogódik atommagokba

$$T > 0.8\,\mathrm{MeV} \quad \left(\frac{n}{p}\right) = \left(\frac{n}{p}\right)_{eq}$$

$$0.07 < T < 0.8\,\mathrm{MeV} \quad n = n_{wfo.}\, e^{-\frac{(t - t_{wfo})}{\tau}}$$

$$T = 0.07 \quad n \to {}^4He$$

$T \approx 100$ keV -ig gyakorlatilag $x_n + x_p \approx 1$

<u>$T > 0.8$ MeV</u>

$$\frac{x_n}{x_p} = e^{-Q/T} \qquad x_p\left(1+e^{-Q/T}\right) = 1$$

$$x_p = \frac{1}{1+e^{-Q/T}} \qquad x_n = \frac{e^{-Q/T}}{1+e^{-Q/T}} \qquad Q = 1.293 \text{ MeV}$$

- $T = 0.8$ MeV $(\Gamma \approx H)$ ν lecsatolódás $t_f = 1.15$ s

  nem hirtelen történik, de közelítsük így

  $$x_n(t_f) = 0.1657 \qquad x_p(t_f) = 0.8343 \qquad \frac{n}{p} \approx \frac{1}{5}$$

  Ez után $x_n(t) = x_n(t_f)\, e^{-(t-t_f)/\tau_n}$

  $\tau_n = 887 \pm 2$ s n élettidej

  ($n = n_0 e^{-\frac{t_{1/2}}{\tau}}$ $\quad \frac{1}{2} = e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\quad \ln 2 = \frac{t_{1/2}}{\tau}$ $\quad t_{1/2} = \tau \cdot \ln 2 = 614$ s

- $T = 0.07$ MeV -től $\qquad d,\ d \to {}^3H,\ {}^3H \to {}^4He$

közelítés: 0.07 MeV-nél ($t_{ns} = 269$ s) hirtelen minden n ${}^4He$-be fogódik be. És ez után a Coulomb-gát akadályozza nehezebb elemek lényeges mennyiségének felépülését.

$X_n(t_{ns}) = X_n(t_f)\, e^{-(t_{ns}-t_f)/\tau_n} = 0.12251$

$X_p(t_{ns}) = 0.87748 = 1 - X_n$ $\quad \frac{n}{p} \approx \frac{1}{7}$ $\quad \left(\frac{n}{p}\right)_{eq.} \approx 9\cdot 10^{-9}$

$X_n + X_p \approx 1$

a kifagyás miatt lesz jóval nagyobb.

$$Y_p = X_4 \approx 2X_n(t_{ns}) = 2X_n(t_f)\, e^{-(t_{ns}-t_f)/\tau_n} = 0.245$$

^4He tömegarány $\approx 24.5\,\%$

- Hosszabb τ_n élettidő (lassabb n-bomlás) $\Rightarrow$ nagyobb X_4
  ($2\cdot 0.1657 = 0.3314$ -ről indul)

- Tegyük fel, hogy nem 3 fajta neutrínó van

$$\Gamma/H \approx \left(\frac{T}{0.8\,MeV}\right)^3 \qquad H = 0.2065\sqrt{g_*}\left(\frac{T}{MeV}\right)^2 \frac{1}{s}$$

$$\tilde{g}_* = a\cdot g_* \qquad a>1 \quad N_\nu > 3$$
$$a<1 \quad N_\nu < 3$$

$$\widetilde{(\Gamma/H)} = \frac{\Gamma}{H}\cdot\frac{1}{\sqrt{a}} \qquad \boxed{\frac{\tilde{\Gamma}}{H}(T=0.8) < 1}$$

Ha $a>1$ $(N_\nu > 3)$ $\tilde{T}_f > T_f$, több n marad, nagyobb X_{4He}

$a<1$ $(N_\nu < 3)$ $\tilde{T}_f < T_f$, kevesebb n marad, kisebb X_{4He}

T_f	t_f	$X(t_f)$	$X(t_{ns})$
0.9	0.91005	0.1920	0.1419
0.8	1.15185	0.1657	0.1225
0.7	1.504 s	0.136	0.1005

$N_\nu = 2$ ford. $\rightarrow$

$X(\tau_n, N_\nu)$: ábra (Turner 4.6)

Neutrínók: BBN: könnyű (relativisztikus ν-k) $m \lesssim 1\,MeV$; mindenfajta

Turner p. 109 lábjegyzet

CERN: $m \lesssim 46\,GeV$, de csak olyan ami csatolódik a Z^0-hoz

$Z_0 \rightarrow \nu + \bar{\nu}$

$N_\nu = 2$

$\tilde{g}_*(0.8\,\mathrm{MeV}) = 2 + \frac{7}{8}\cdot 4 + \frac{7}{8}\cdot 4 = 9$ $\qquad g_* = 10.75$

$\tilde{g}_*(0.07\,\mathrm{MeV}) = 2 + \frac{7}{8}\cdot 4\cdot\left(\frac{4}{11}\right)^{3/4} = 2.9084$ $\qquad g_* = 3.36$

$\frac{\tilde{\Gamma}}{H} \approx \left(\frac{T}{0.8\,\mathrm{MeV}}\right)^3 \frac{1}{\sqrt{a}}$ $\qquad \tilde{g}_* = a\cdot g_*$ $\qquad a = 0.837209$ $\quad T = 0.8\,\mathrm{MeV}$

$\sqrt{a} = 0.91499$

$\frac{\tilde{\Gamma}}{H} \approx \left(\frac{T}{0.776656}\right)^3$ $\qquad \sqrt[3]{\sqrt{a}} = 0.97082$

$\tilde{T}_f = 0.776656$

$t = 2.417\,\frac{1}{\sqrt{\tilde{g}_*}}\left(\frac{T}{\mathrm{MeV}}\right)^{-2}\,s$

$\tilde{t}_f = 1.3356\ s$

$\tilde{X}_n(\tilde{t}_f) = 0.1591147$

$\tilde{t}_{ns} = 289.236\ s$

$\tilde{X}(\tilde{t}_{ns}) = 0.11500$ $\qquad \underline{Y_p = 0.23}$

$\tilde{t}_f = 1.3356$	$t_f = 1.15$
$\tilde{X}_n(\tilde{t}_f) = 0.1591$	$X_n(t_f) = 0.1657$
$\tilde{t}_{ns} = 289.2\ s$	$t_{ns} = 269\ s$
$\tilde{X}(\tilde{t}_{ns}) = 0.115$	$X(t_{ns}) = 0.1225$
$\tilde{Y}_p = 0.23$	$Y_p = 0.245$

6%

Precízebb eredményhez numerikus számolás kell

Reakció-ráta egyenletek

$$\frac{1}{A_i}\frac{\partial X_i}{\partial t} = \sum_j C_j^i \frac{X_j}{A_j} + \sum_{j,k} C_{jk}^i \frac{X_j X_k}{A_j A_k} - \sum_{jk} C_{ij}^k \frac{X_i X_j}{A_i A_j}$$

kétrészecske-reakciók (3-rész. reakciók valsége $\approx \emptyset$)

C - reakcióhozam

C_j^i - j-ből i izotóp keletkezik C hozammal

$\gamma + j \to i + \gamma$ $\quad C_j^i > 0$

$\gamma + i \to j + \gamma$ $\quad C < 0$

$e^- + j \to i + \nu$ $\quad C_j^i > 0$

$e^- + i \to j' + \nu$ $\quad C_j^i < 0$

C_{jk}^i - a j és k reakciójában i születik

$j + k \to i + \ldots$ $\quad C_{jk}^i > 0$

C_{ij}^k - az i és j reakciójában az i elpusztul

$i + j \to k + \ldots$ $\quad C_{ij}^k > 0$

$$C \sim \langle \sigma |v| \rangle = f(T)$$

$\sigma(E)$ laboratóriumban kimérhető

A reakcióegyenletekben egyetlen független változó van: η plusz τ_n, N_ν

$X_A(\eta)$ függvényeket kapunk

Csillagokban más reakciók dominálnak: $p+p$, CNO

- fő különbségek: nincs n; T kisebb; ρ nagyobb; hosszú idő van
  $\Rightarrow$ egyensúlyi pályát jobban követi

Nehezebb elemek BBN szintézise

– legalább az egyik reagensnek gyakorinak kell lennie (p, n, ^2H, ^4He)

– stabilitási hézagok : $A=5$, $A=8$; csillagokban 3α folyamat, BBN-ben szinte megkerülhetetlen $\rightarrow X(^7Li)$ kicsi

$$^4He + {}^3He \rightarrow {}^7Be + \gamma \qquad {}^7Be + e^- \rightarrow {}^7Li + \nu$$
$$^4He + {}^3H \rightarrow {}^7Li + \gamma$$

BBN elemek : ^2H, ^3H, ^3He, ^4He, ^7Li, ^7Be

^3H (12 év) és ^7Be (53 nap) instabil $\rightarrow {}^3He$, ^7Li

$X(t)$: ábra (Turner 4.3)

– d, ^3H : átmeneti izotópok ^4He szintéziséhez
X először nő, max. amikor a ^4He keletkezése maximális, majd X csökken : $d + {}^3H \rightarrow {}^4He + n$

– ^3He : szintén átmeneti, de a fő irányhoz ($^3He + n \rightarrow {}^3H + p$; $^3H + d \rightarrow {}^4He + n$) neutron kell és mivel n fogy $\rightarrow$ nem csökken olyan gyorsan mint d és ^3H

– ^7Li : emelkedik majd csökken ($^7Li + p \rightarrow {}^4He + {}^4He$)
$^7Be + n \rightarrow {}^4He + {}^4He$ viszont lassul, mert n fogy
^7Be megmarad $\rightarrow$ később ^7Li-té bomlik.

$X(\eta)$ ábra (Turner 4.4)

<u>Ha η nagyobb</u>

Hamarabb lesz d szintetizálódik: Nagyobb T_{ns},

– ~~nagyobb T n fagy ki $\frac{n}{p}$~~ : Több n, gyorsabb reakciók (mert T nagy) $\Rightarrow$ több mag $\Rightarrow X_4$ nagyobb

- Átmeneti magok (d, ^3H, ^3He, ^7Li) : X csökken mert a $n, p \to {}^4He$ reakciók gyorsabbak, hatékonyabbak.
- X (^7Be) nő: $^4He + {}^3He \to {}^7Be + \gamma$ gyorsabb $\to$ több ^7Be $\to$ több ^7Li

kis η : sok direkt ^7Li, kevés indirekt ^7Li
nagy η: kevés direkt ^7Li, sok indirekt ^7Li } ^7Li-beli minimum egyik se hatékony

Az ábrán $X_{3He} = X_{3He} + X_{3H}$; $X_{7Li} = X_{7Li} + X_{7Be}$

<u>Megfigyelési adatok</u> :

- A fő probléma a kémiai evolúció,
- BBN gyakoriság (primordiális gyak.) $\xrightarrow{\text{csillagok}}$ X módosul
- A mért értékből vissza kell következtetni a primord. gyak.-ra.
- Legjobb mérési módszer: kvazár abszorpciós vonalak fémben szegény nagy z-jű ködökben
  - ^2H-t könnyű szétverni, nem termelődik nettó módon csillagokban $\to$ az észlelt érték az igazi BBN érték alsó határa
  - ^4He : minden ide veret, könnyen termelődik (csillagok: $4\,{}^1H \to {}^4He$, csak nagy T-n pusztul el $\Rightarrow$ Az észlelt érték az igazi BBN érték felső határa

<u>BBN két fő indikációja</u>

1. Minden csillag és gázköd legalább 23% ^4He-t tartalmaz. Ha az összes ^4He csillagokban keletkezett volna, akkor a C, N, O-hoz hasonló gyakoriságváltozást mutatna (van ahol < 1%) $\Rightarrow$ a ^4He nagy része akkor született, amikor az anyag egyenletesen oszlott el.

2. Mérhető, jelentős mennyiségű d: semilyen más reakció nem termeli

x (η) mérés ábra

mért érték BBN : $\eta = (1.5 - 6) \cdot 10^{-10}$

WMAP : $6.5 \cdot 10^{-10}$ $\Big\} \Omega_b$

$\boxed{\eta = 2.74 \cdot 10^{-8} \Omega_b h^2}$ $\Omega_b = 0.01 - 0.04$

$\Omega_b^{WMAP} \approx 0.045$ $\Omega_{telj.}^{WMAP} \approx 1$

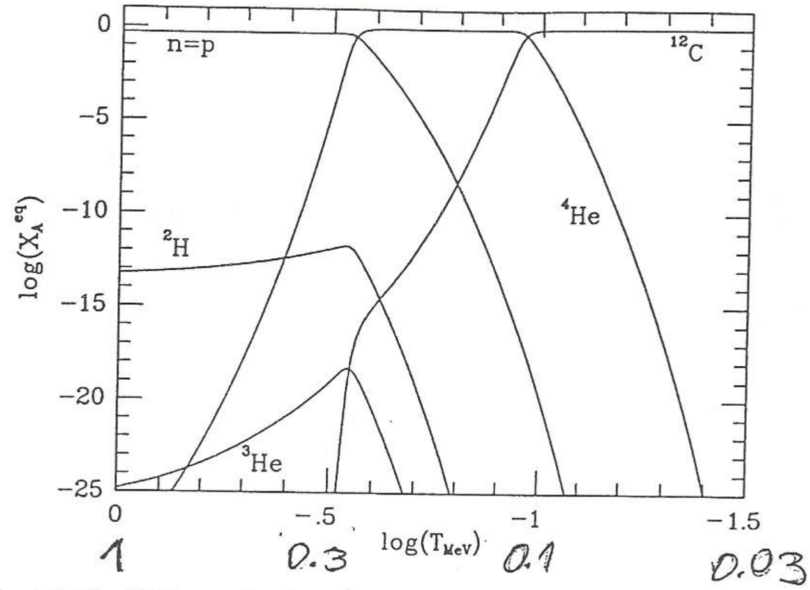
$\Omega_{lum} \lesssim 0.01$

$\Omega_b \approx 0.045$

$\Omega_m \approx 0.3$

$\Omega_{de} \approx 0.7$ $w = -1$

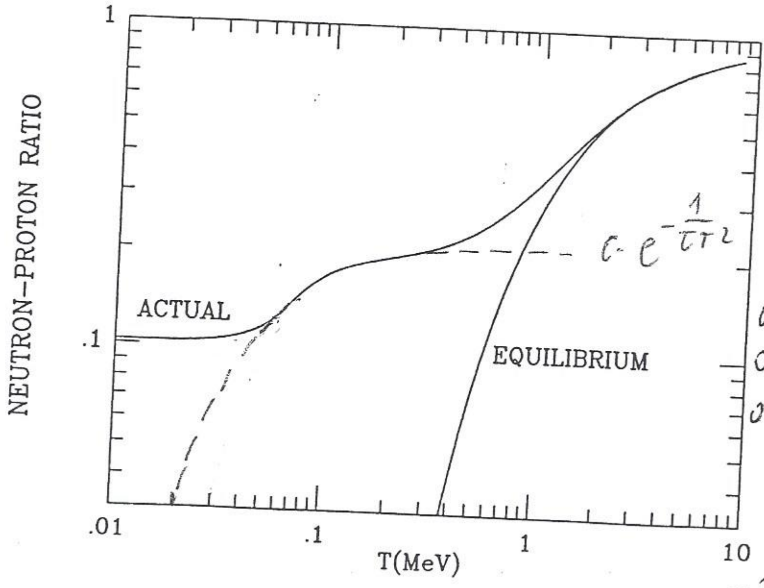
$\Omega \approx 1.0$



'ig. 4.2: The NSE mass fractions for the system of n, p, D, ^{3}He, ^{4}He, and ^{12}C as a tion of temperature. For simplicity we have taken $X_n = X_p$.

$$X_n + X_p + X_2 + X_3 + X_4 + X_{12} = 1$$

IV/17



$\frac{n}{p}_{eq} = e^{-\frac{Q}{T}} \approx e^{-\frac{1}{T}}$

$\frac{n}{p}_{boml.} = e^{-\frac{t-t_f}{\tau_n}} \approx C\cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}}$

$t \sim \frac{1}{T^2}$

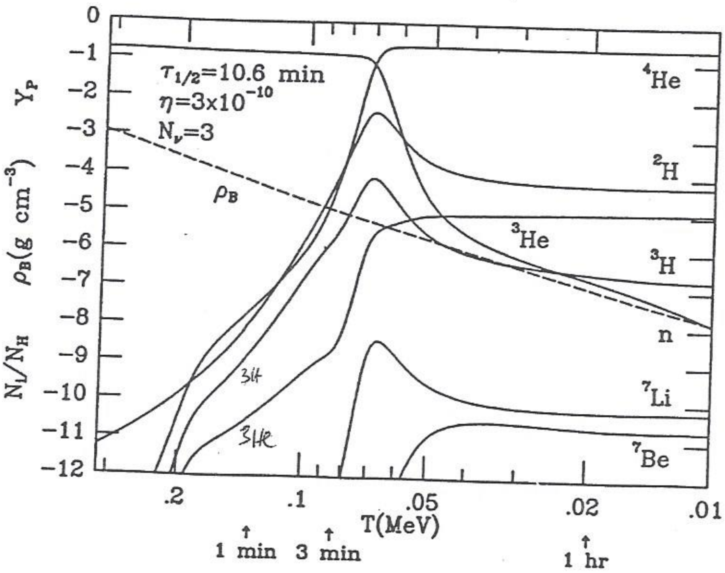
T	$e^{-\frac{1}{T^2\tau}}$	$e^{-\frac{1}{T}}$
1	0.9988	0.36
0.1	0.893	$4\cdot 10^{-5}$
0.01	10^{-5}	$3\cdot 10^{-44}$
0.005	10^{-20}	10^{-87}

$\ln\left(\frac{n}{p}\right)_{eq} = -\frac{1}{T}$

$e^{-\frac{1}{T^2\tau}} = e^{-\frac{1}{T}\frac{1}{T\tau}}$ $T\tau = 1 \Rightarrow T = 0.0$

$T < 0.0011$

$e^{-\frac{1}{T^2\tau}}$ kisebb



$\rho_B = m_N \cdot n_B$

$n_B = \eta \cdot n_\gamma \sim T^3$

$\rho_B \sim T^3$

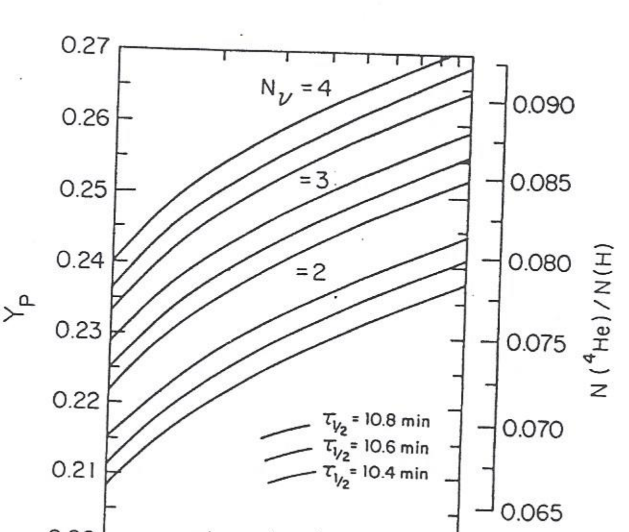
$\underbrace{\lg \rho}\ \sim 3\cdot \underbrace{\lg T}$

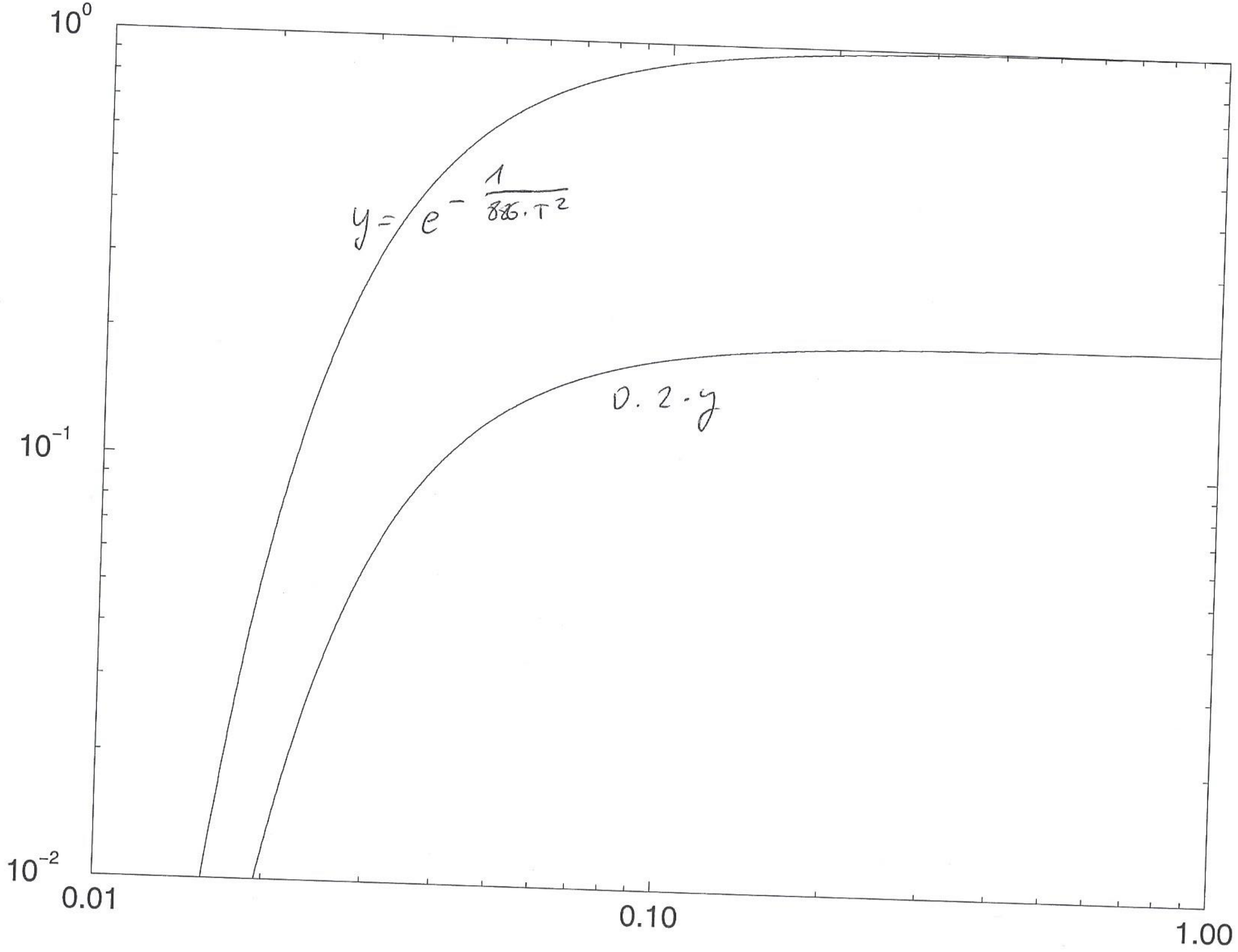
$-3 \to -7.5$ $\lg(0.3 \to 0.01)$

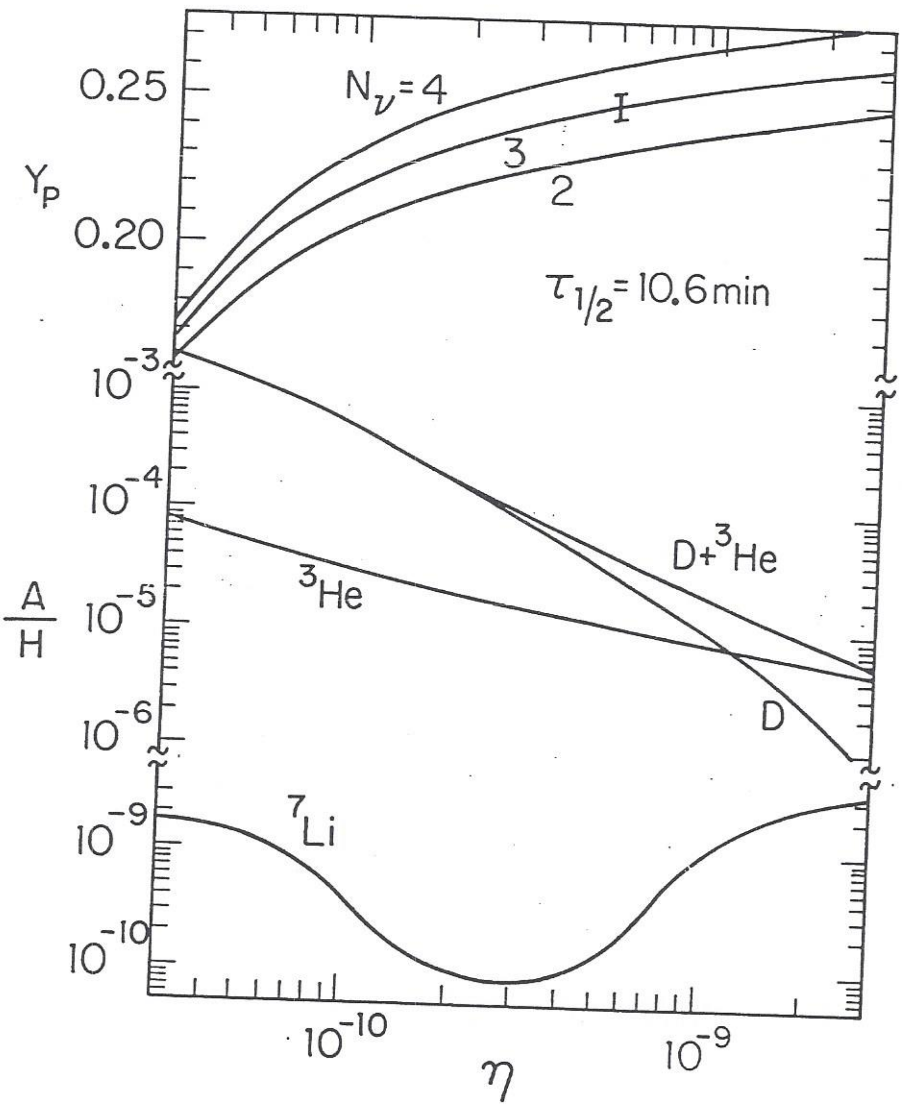
-0.5 -2

$-4.5 \sim 3\cdot(-1.5)$

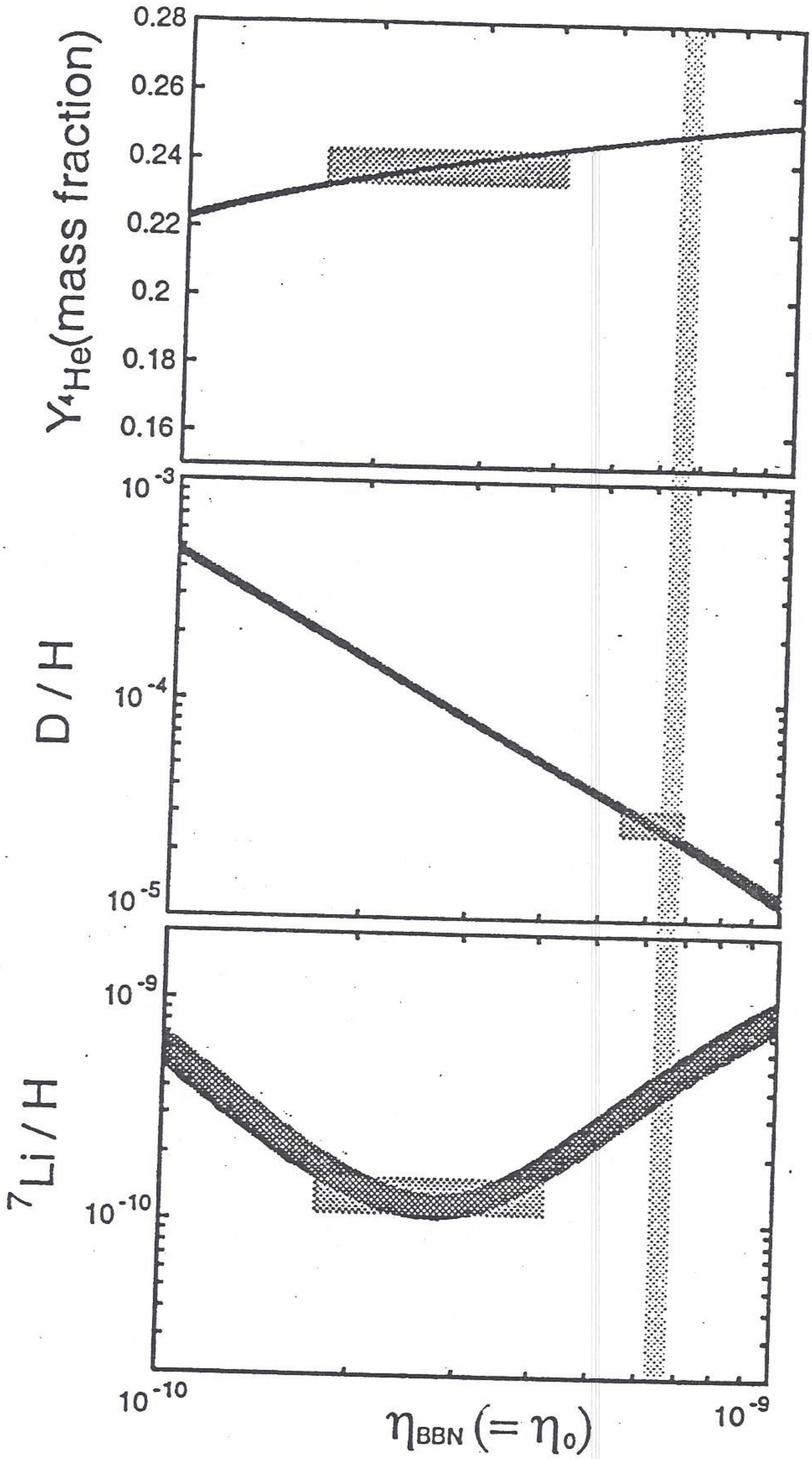
meredekség : 3




10^0
10^-1
10^-2
0.01
0.10
1.00
y = e^(-1/(88·T^2))
0.2·y



0.25
0.20
Y_P
$N_\nu = 4$
3
2
$\tau_{1/2} = 10.6$ min
10^{-3}
10^{-4}
10^{-5}
10^{-6}
$\frac{A}{H}$
$D + {}^3He$
${}^3He$
D
10^{-9}
10^{-10}
${}^7Li$
10^{-10}
10^{-9}
η

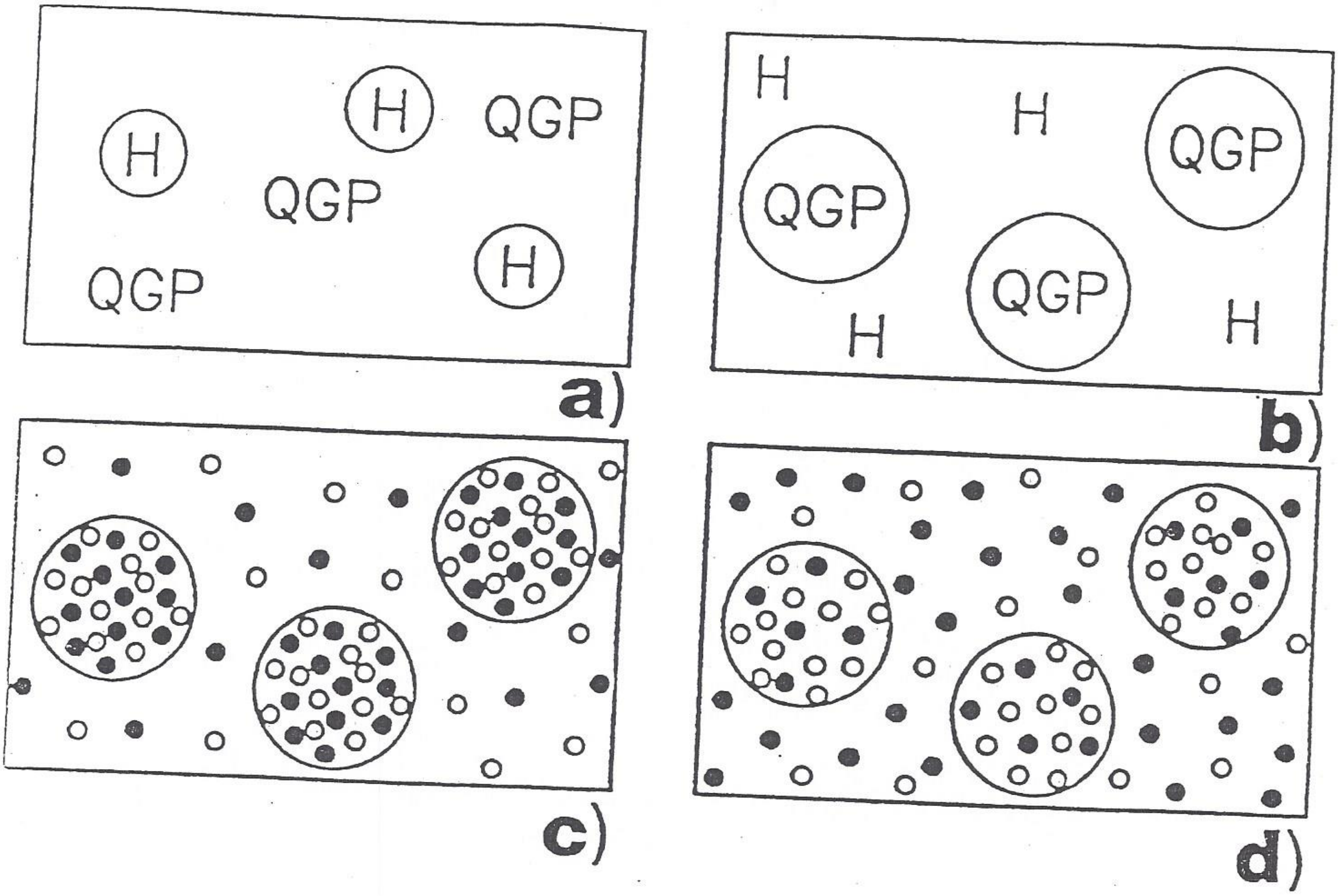


Spergel
astro-ph/0302209

$$\eta^{WMAP} = \left(6.5^{+0.4}_{-0.3}\right) \cdot 10^{-10}$$

$$\eta^{WMAP+CBI+2dF+\ldots} = \left(6.1^{+0.3}_{-0.2}\right) \cdot 10^{-10}$$

Inhomogén BBN



a) sok QGP, kevés hadronanyag
b) QGP → H ⇒ látens hő ⇒ T ≈ const.
c) QGP → H nagyobb barionsűrűség mellett
d) n-diffúzió a nagyobb sűrűségű helyekről a kisebbekre
Eredmény: nagy sűrűségű protondús
kis sűrűségű neutrondús helyek

○ p

● n

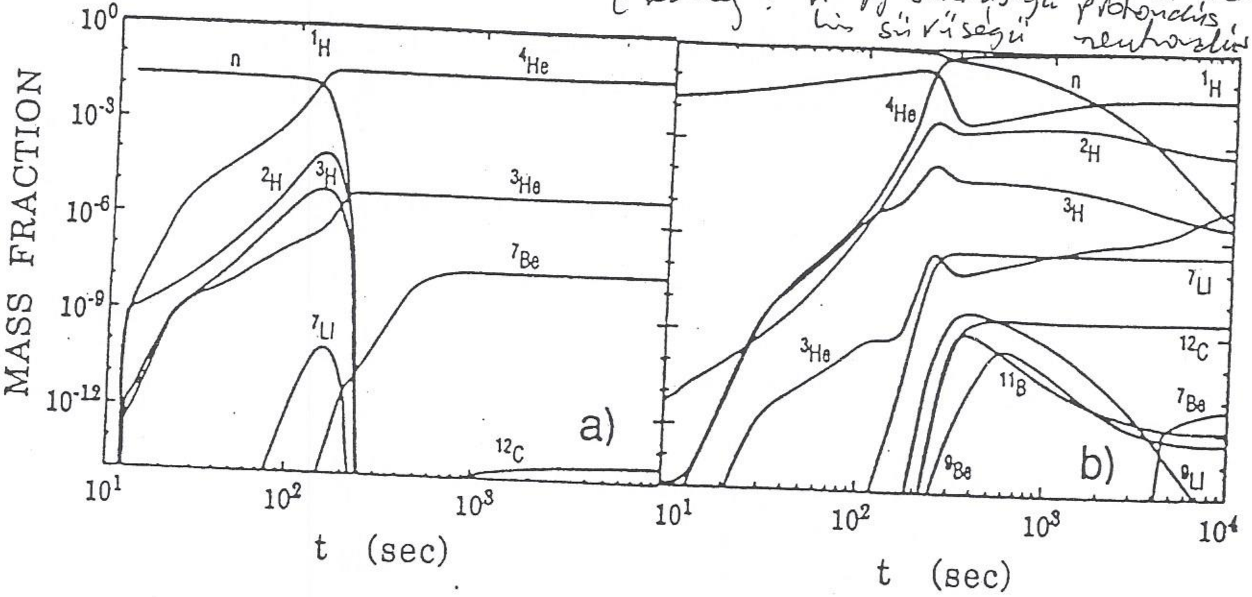
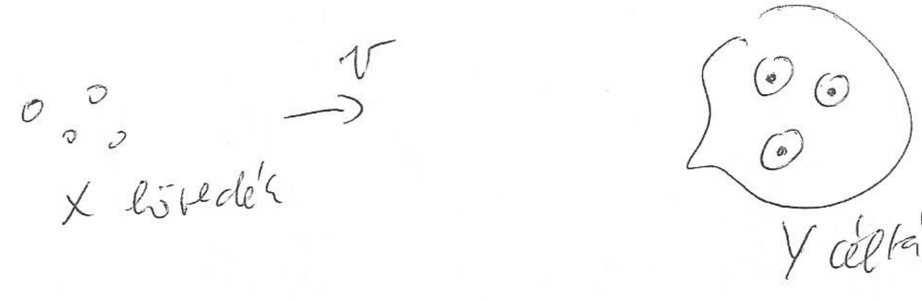


Figure 10: Nucleosynthesis in the two regions of the inhomogeneous Big Bang model; a) in proton-rich regions: and b) in neutron-rich regions [40].

Reakcióráta



σN_y - effektív reakciófelület

X áramsűrűsége: $\dfrac{N}{A\,dt} = \dfrac{N\,ds}{A\,dt\,ds} = \dfrac{N v}{V} = n_x \cdot v$

Reakcióráta: $R_{xy} = \dfrac{1}{1+\delta_{xy}} n_x n_y \underbrace{\langle \sigma(v) v \rangle}_{\text{termikus átlag}}$

$\underbrace{\qquad\qquad}_{\text{termikus pár-reakcióráta}}$

$$\phi(v_1)\, d^3\vec{v}_1 = \left(\frac{m_1}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_1}{2kT}\left(v_{1x}^2 + v_{1y}^2 + v_{1z}^2\right)} dv_{1x}\, dv_{1y}\, dv_{1z}$$

$$\phi(v_1)\,\phi(v_2)\, d^3\vec{v}_1\, d^3\vec{v}_2 = \phi(v)\, d^3 v$$

$$\phi(v)\, d^3\vec{v} = \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{\mu v^2}{2kT}} \underbrace{d^3\vec{v}}_{dv_x\, dv_y\, dv_z \,=\, 4\pi v^2 dv}$$

$$\langle \sigma v \rangle = \int \phi(v)\, v\, \sigma(v)\, d^3\vec{v} = 4\pi \int_0^\infty v^2 \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{\mu v^2}{2kT}}\, v\, \sigma(v)\, dv$$

$$\int \phi(v)\, d^3\vec{v} = 1 \qquad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$$

$$\frac{1}{2}\mu v^2 = E \qquad v^2 = \frac{2E}{\mu} \qquad 2v\,dv = \frac{2}{\mu} dE \qquad \int_0^\infty x^2 e^{-x^2} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}$$

$$v\,dv = \frac{1}{\mu} dE$$

$$\langle \sigma v \rangle = 4\pi \frac{2}{\mu} \left(\frac{\mu}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int e^{-\frac{E}{kT}} E\, \sigma(E) \frac{1}{\mu} dE$$

$$\langle \sigma v \rangle = \frac{8\pi}{\mu^2}\,\frac{1}{2\pi}\,\frac{\mu^{3/2}}{\sqrt{2\pi}}\,\frac{1}{(kT)^{3/2}}\int$$

$$= \frac{4}{\sqrt{\mu\cdot 2\pi}}\,\frac{1}{(kT)^{3/2}}\int = \left(\frac{8}{\pi\mu}\right)^{1/2}\frac{1}{(kT)^{3/2}}\int_0^\infty E\, e^{-E/kT}\,\sigma(E)\,dE$$

$$\boxed{\langle \sigma v \rangle = \left(\frac{8}{\pi\mu}\right)^{1/2}\frac{1}{(kT)^{3/2}}\int_0^\infty E\, e^{-E/kT}\,\sigma(E)\,dE}$$

$Y_i = \dfrac{n_i}{n_B}$ – részecske gyakoriság (abundance)

$X_i = A_i Y_i$ – részecske tömegarány (mass fraction)

Ráta egyenlet

$$\frac{\partial Y_i}{\partial t} = \sum_j C_j^i Y_j + \sum_{j,k} C_{jk}^i Y_j Y_k - \sum_{j,k} C_{ij}^k Y_i Y_j$$

C_j^i – a j. elemből i elem keletkezik C_j^i hozammal

$\gamma + j \rightarrow i + \dots \qquad C_j^i$

$e^- + j \rightarrow i + \dots \qquad C_j^i$

$e^- + i \rightarrow j \dots \qquad C_i^j$

$C_{jk}^i \qquad j + k \rightarrow i + \dots \qquad C_{jk}^i$

$C_{ij}^k \qquad i + j \rightarrow k + \dots \qquad C_{ij}^k$

$$c_{jk}^i = \langle \sigma v \rangle_{jk \rightarrow i}$$

Reakció hatáskeresztmetszete

$$T = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \psi_f | H_{kh} | \psi_i \rangle \right|^2$$ átmeneti valószínűség

$$0 \longrightarrow 0 \; \begin{matrix} \nearrow 0 \\ \searrow 0 \end{matrix}$$

$$T = \sum_{J_3, J_4} \frac{1}{(2J_1+1)(2J_2+1)} \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \psi_f(J_3, J_4) | H_{kh} | \psi_i(J_1, J_2) \rangle \right|^2$$

kezdeti állapotra átlagolva, végállapotra összegezve

ha a végállapotok sűrűek

$$T = \frac{1}{(2J_1+1)(2J_2+1)} \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle \quad \rangle \right|^2 \rho(E) \sim \sigma_{12\to 34}(E)$$

ρ - egységnyi energia intervallumbeli állapotsűrűség $[\rho] = \frac{1}{\mathrm{MeV}}$

$$\sigma(E) \sim \left| \langle \psi_f | \hat{O} | \psi_i \rangle \right|^2$$

- $\hat{O}$ = EM kölcsönhatás, pl. $A(a,\gamma)B$, $A(\gamma,a)B$

sugárzásos befogás, fotodisszociáció

EM operátor $$\hat{O} = -\frac{e}{mc} \frac{\vec{p}\vec{A} + \vec{A}\vec{p}}{2} - \mu \frac{e\hbar}{2mc} \vec{\sigma} \vec{H}$$

szabad forrásmentes tér kölcsönhatása a nukleonokkal

$\vec{A} = \sum_{\ell, m, \sigma} \int A^{\sigma}_{\ell m}(\vec{k}, \vec{r})\, e^{-i\omega t}\, e_{m\sigma}\, q_k\, d^3k$ a tér multipólusok szerint kifejtett

$E_\gamma = h\nu = \hbar\omega \quad k\hbar = p = \frac{E_\gamma}{c}$

Hosszú hullámú határeset ($kr \ll 1$)

Multipólus sorfejtés

elektromos: $$O^E_{\lambda\mu} = e \sum_{i=1}^{N_p} |\vec{r}_i - \vec{R}_{cm}|^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}_i - R_{cm})$$ V/3

mágneses: $$O^M_{\lambda\mu} = \mu_N \Big[\sum_{i=1}^{N_p} g_p \vec{s}_i + \frac{2}{\lambda+1} (\vec{r}_i - \vec{R}_{cm}) \times \Big(\vec{p}_i - \frac{\vec{P}_{cm}}{A}\Big) + \sum_{i=1}^{N_n} g_n \vec{s}_i \Big] \cdot \Big[\vec{\nabla}_r\, r^\lambda Y_{\lambda\mu}(\hat{r}) \Big]_{\vec{r} = \vec{r}_i - \vec{R}_{cm}}$$

$O^E_{1\mu}$ E1 elektromos dipól átmenet

$O^E_{2\mu}$ E2 elektromos kvadrupól

$O^M_{1\mu}$ M1 mágneses dipól

$O^M_{2\mu}$ M2 mágneses kvadrupól

λ a foton teljes impulzusnyomatéka $\lambda = 1, 2, 3, \ldots$

2^λ – pólus

kezdeti / végállapot spinje : J_i / J_f

$$\vec{J}_i + \vec{\lambda} = J_f$$

paritás : $\Pi_i (-1)^\lambda = \Pi_f$ E

$\Pi_i (-1)^{\lambda+1} = \Pi_f$ M

Elektromos multipólus paritása : $(-1)^{\lambda+1}$
mágneses — " — $(-1)^\lambda$
} ez van megszorozva az árammal, aminek a paritása -1

<u>Példa</u> :

$$^4He(^3He, \gamma)^7Be$$

J^Π: $\underbrace{0^+ \quad \tfrac{1}{2}^+}_{J = \frac{1}{2}^+ + \vec{L}}$ $\tfrac{3}{2}^-$ (alapállapot)

$L=0$	$J_k^{\Pi_k} = \frac{1}{2}^+$	$\to \frac{3}{2}^-$	$\lambda = 1, 2$	E1, M2
$L=1$	$\frac{1}{2}^-$	$\to \frac{3}{2}^-$		M1, E2 V/4
	$\frac{3}{2}^-$	$\to \frac{3}{2}^-$		~~E0~~, M1, E2, M3

Általában: $E1 \gg E2 \gg E3 \ldots$

$M1 \gg M2 \gg M3 \ldots$

$E1 \gg M1$, $E2 \gg M2$ ...

- Gyenge kölcsönhatás

pl. $n \to p + e^- + \bar{\nu}_e$

$^8B \to {}^8Be + e^+ + \nu_e$

$^7Be + e^- \to {}^7Li + \nu_e$

az izospin változik

Fermi átmenet

$J_i = J_f \qquad \hat{O} \sim \sum_i t^i_\pm \qquad \left(\begin{matrix} + & p \to n \\ - & n \to p \end{matrix}\right)$

Gamow-Teller átmenet

$J_f = J_i$, $J_f = J_i \pm 1 \qquad \cancel{J_i = J_f = 0}$

$$\hat{O}_\mu \sim \sum_{i=1}^{A} t^i_\pm \sigma^i_\mu$$

V − A (vektor − axiálvektor kölcsönhatás), g_V, g_A

csatolási állandó (erősség)

- Erős kölcsönhatás

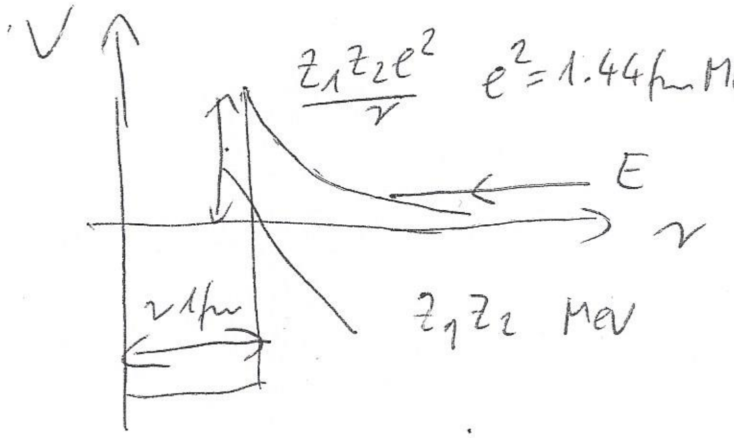
$\hat{O} = \hat{S}$ pl: $^7Li(p,\alpha)^4He$, $^3He(n,p)^3H$, ...

általában $S \gg EM \gg W$

Kémiai elemszintézis csillagokban

[ábra: elemgyakoriság]

BBN után nincs szabad neutron ⇒ töltött-részecskés reakciók



$e^2 = 1.44$ fm MeV

$1\,\text{eV} = 1.16\cdot 10^4\,\text{K}$

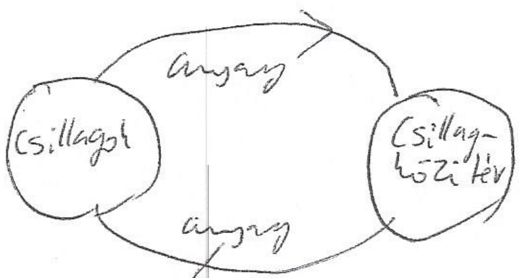
$1\,\text{keV} = 1.16\cdot 10^7\,\text{K}$

$1\,\text{MeV} = 1.16\cdot 10^{10}\,\text{K}$

Mi az, ami elég nagy energiát ad?

- kozmikus sugárzás és csillagközi gáz ütközése
- csillagok belseje

Első csillagok: 400 millió évvel a BB után



Nagy skálán az elem-eloszlás homogén ⇒ a mai csillagok (a Nap is) sokadik generációsak

$E_* = L\cdot T \sim (Mc^2) \sim M$ csillag élete során kisugárzott energia

L : luminozitás: egységnyi idő alatt kibocsájtott energia

T : csillag életideje (a fősorozatban)

M : tömeg

$L \sim M^{3.5}$ megfigyelések alapján (2)

$$T \sim M^{-2.5}$$

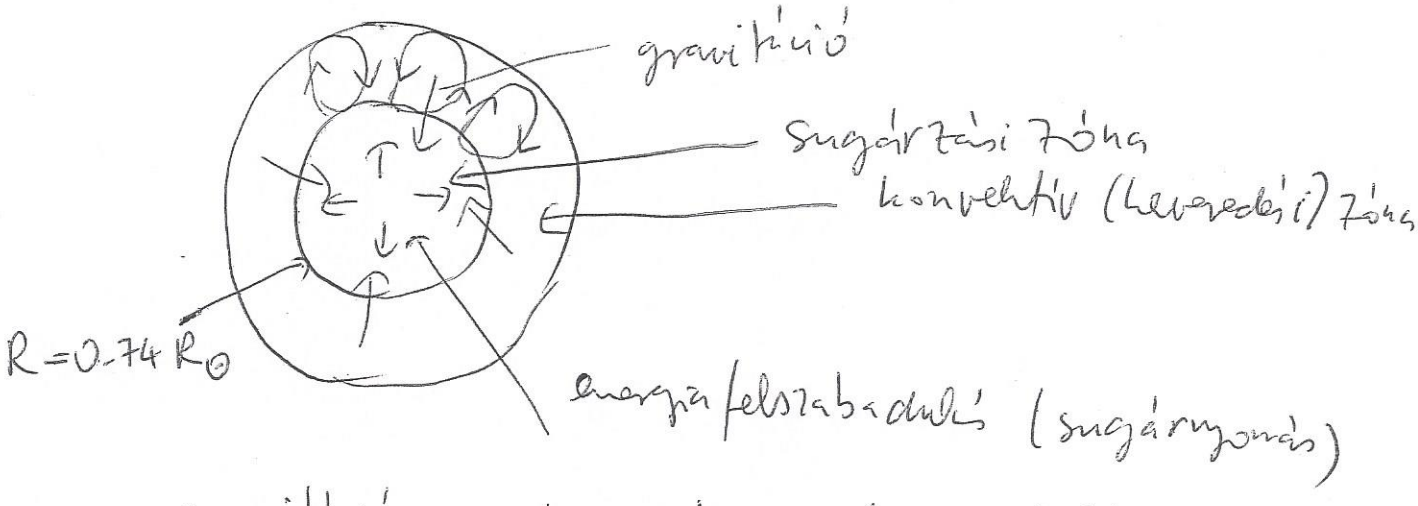
$M_*/M_\odot$	T
1	10^{10} év
8	$5\cdot 10^{7}$ év
30	2 millió év

↑ fehér törpe

szupernova

↓ fekete lyuk

Hogy működik egy csillag, pl. a Nap?



gravitáció = sugárnyomás $\Rightarrow$ hidrosztatikai egyensúly

$$\frac{dM(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \qquad dM = 4\pi r^2 \rho\, dr$$

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{G M(r) \rho(r)}{r^2} \qquad P(r)\, 4\pi r^2 = \frac{4\pi r^2 dr\, \rho M G}{r^2}$$

$$\frac{dL(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) \varepsilon(r) \qquad dL = 4\pi r^2 dr\, \rho\, \varepsilon$$

3

$$\frac{dT(r)}{dr} = -\frac{3}{4ac} \cdot \frac{\kappa(r)\rho(r)}{T(r)^3} \cdot \frac{1}{4\pi r^2} L(r) \quad r < 0.74R_\odot$$

$$\frac{dT(r)}{dr} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \cdot \frac{T(r)}{P(r)} \frac{dP(r)}{dr} \quad r > 0.74 R_\odot$$

$M(r)$: r sugáron belüli tömeg

$\rho(r)$: sűrűség

$P(r)$: nyomás

$L(r)$: luminozitás (időegységenkénti energiaváltozás)

$\varepsilon(r)$: egységnyi tömegben termelődött energia/s

$T(r)$: hőmérséklet

a : Stefan-Boltzmann állandó

c : fénysebesség

κ : opacitás $\frac{dI}{dx} = -\bar{\kappa}\rho I$ fotonintenzitás változás

γ : fajhők aránya $c_{V,p} = \left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_{V,p}$ $dQ = TdS$?

$\varepsilon(r, \rho, T, X, Y, Z, \sigma)$ energia a magreakciókból

Kezdeti elemösszetétel: H (71%), He (27%), M (2%)

Jelenleg a középpontban: H (34%), He (64%), M (2%)

$$E_0 = 1.22\left(Z_1^2 \cdot Z_2^2 \cdot \mu T_6^2\right)^{1/3} \quad [\mathrm{keV}] \quad E_0 \gg kT$$

$$\Delta = 0.75\left(Z_1^2 \cdot Z_2^2 \mu T_6^5\right)^{1/6} \quad [\mathrm{keV}]$$

$$I_{max} = \exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right)$$

$$S(E) \approx S(E_0) \approx \mathrm{konst}$$

$$\langle \sigma v \rangle \approx \left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/2} \frac{\Delta}{(kT)^{3/2}} S(E_0) \exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right)$$

$$T = 15.6 \cdot 10^6 \ \mathrm{K} = 1.3 \ \mathrm{keV}$$

	E_0 [keV]	$\Delta/2$ [keV]	I_{max}
$p+p$	5.9	3.2	$1.1 \cdot 10^{-6}$
$^3He + {}^3He$	22.0	6.3	$4.5 \cdot 10^{-23}$
$^3He + {}^4He$	23.0	6.4	$5.5 \cdot 10^{-23}$
$^{12}C + {}^4He$	56.0	9.8	$3 \cdot 10^{-57}$
$^{16}O + {}^{16}O$	237	20.2	$6.2 \cdot 10^{-239}$

$$S \approx S(E_0) = \mathrm{konst} \quad \langle \sigma v \rangle = \left(\frac{2}{\mu}\right)^{1/2} \left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2} \Delta \, S(E_0) \exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right)$$

$$\frac{3E_0}{kT} = \tau \sim T^{-1/3} \quad \Delta \sim T^{5/6} \quad \frac{\Delta}{T^{3/2}} = T^{\frac{5}{6}-\frac{9}{6}} = T^{-2/3}$$

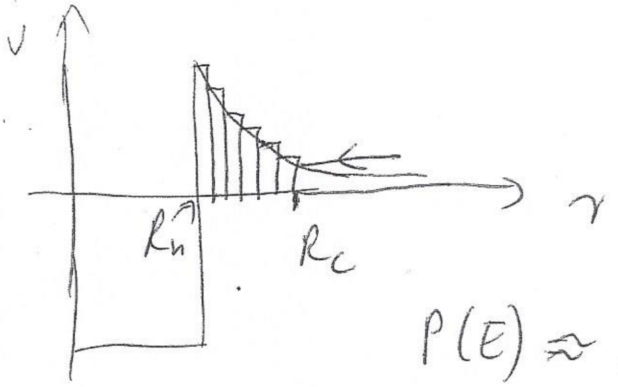
$$\langle \sigma v \rangle \sim T^{-2/3} e^{-\tau} \qquad \frac{d\tau}{dT} = -\frac{1}{3}\frac{\tau}{T}$$

$$T^{-2/3} e^{-\tau} := T^n \quad \text{pontonként}$$

$$e^{-\tau} = T^{n+2/3} \qquad \left(e^{-\tau}\right)' = \left(T^{n+\frac{2}{3}}\right)'$$

$$\boxed{n = \frac{\tau - 2}{3}}$$

Magreakciók a Napban: töltött részecskés reakciók + gyenge folyamatok.



$$P(E) \approx e^{-\frac{1}{\hbar}\int_{R_n}^{R_c}\sqrt{8\mu(V(r)-E)}}$$

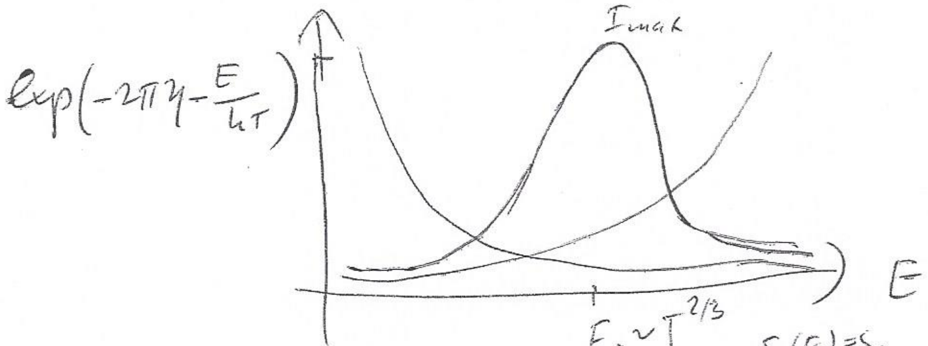
$$\approx \exp\left(-\frac{2\pi Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}\right) \equiv \exp\left(-2\pi\eta(E)\right)$$

$$\eta \equiv \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v}$$

$$\sigma = P(E)\cdot\sigma_{nucl.}(E) = P(E)\cdot\frac{1}{E}\,S(E)$$

$$\uparrow\ \frac{4\pi}{k^2}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1)\sin^2\delta_\ell(E)$$

$$\langle\sigma v\rangle = \ldots\int_0^\infty E\, e^{-E/kT}\,\sigma(E)\,dE = \ldots\int S(E)\, e^{-2\pi\eta - E/kT}\,dE$$



Gamow-ablak

$$I_{max}\exp\left(-\left(\frac{E-E_0}{\Delta/2}\right)^2\right)$$

$S(E)=S_0 \Rightarrow \langle\sigma v\rangle = \ldots T^{-\frac{2}{3}}\exp\left(-\frac{3E_0}{kT}\right)$

"$\langle\sigma v\rangle = cT^k$ minden T-nél" $\quad a: T^{-2/3}\exp(-bT^{-1/3})$

$\uparrow -\frac{1}{3}$

p-p lánc

$$p+p \rightarrow \text{"}p+n+e^+ +\nu\text{"} \rightarrow d+e^+ +\nu$$

$$p+e^- +p \rightarrow d+\nu$$

$$d+p \rightarrow {}^3He+\gamma$$

86% $\qquad\qquad$ 14%

${}^3He+{}^3He \rightarrow {}^4He+2p$

${}^3He+p \rightarrow {}^4He+e^+ +\nu$

${}^3He+{}^4He \rightarrow {}^7Be+\gamma$

$$^3He + {}^4He \to {}^7Be + \gamma$$

$$^7Be + e^- \to {}^7Li + \nu \qquad\qquad {}^7Be + p \to {}^8B + \gamma$$

$$^7Li + p \to 2 \cdot {}^4He \qquad\qquad {}^8B \to {}^8Be + e^+ + \nu$$

$$^8Be \to 2\,{}^4He$$

CNO ciklus

$$^{12}C + p \to {}^{13}N + \gamma \longrightarrow {}^{13}N \to {}^{13}C + e^+ + \nu$$

$$^{13}C + p \to {}^{14}N + \gamma$$

$$^{14}N + p \to {}^{15}O + \gamma$$

$$^{15}O \to {}^{15}N + e^+ + \nu \longleftarrow$$

$$^{15}N + p \to {}^{12}C + \alpha$$

$$4p \to {}^4He + 2e^+ + 2\nu + \cancel{26.7}\ 27.76\ MeV \begin{cases} \to 97\%\ \gamma\ 26.92 \\ \to 3\%\ \nu\ 0.8 \end{cases}$$

+2 MeV a plazma annihilációból

$$2p + 2n + 28.3\,MeV$$

$$2p - 2 \cdot 1.293\,MeV = 2p - 2.6\,MeV$$

Reakció rátája: $k_\odot = 1366\ W/m^2$ (Jan: 1412, júl: 1321)

Nap-állandó

$$R = \frac{k_\odot \cdot 4\pi R^2}{27\,MeV} = \frac{1.37 \cdot 10^3\,J/sm^2}{27 \cdot 1.6 \cdot 10^{-16}\,J}\, 4\pi \cdot (1.5 \cdot 10^{11})^2\,m^2 \approx 10^{38}\,\frac{1}{s}$$

$\Delta m = 4 \cdot 10^6$ tonna / sec

Leglassabb reakció (időskála): $p+p \to d + e^+ + \nu$ ⑥

ill $^{14}N + p \to {}^{15}O + \gamma$

Melyik a lassabb: $^{15}N + p \to {}^{12}C + \alpha$ v. $^{14}N + p \to {}^{15}O + \gamma$

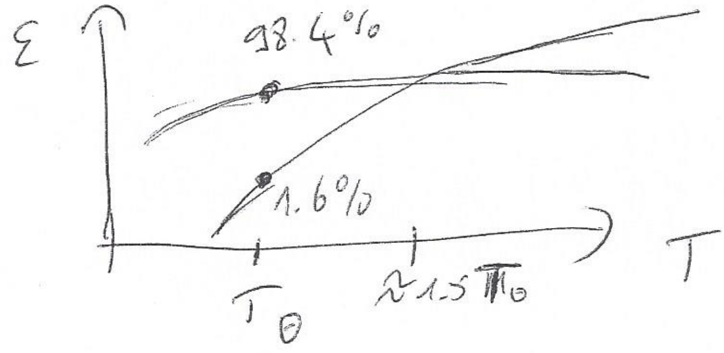
$\cancel{n_{15N} < n_{14N}}$

Ráta: $\frac{1}{\delta_{xy}+1} n_x n_y \langle \sigma v \rangle$

$n_{15N} < n_{14N}$

$\sigma_{15N} \gg \underbrace{\sigma_{14N}}_{\text{ez a lassabb}}$ erős vs. EM

R	$T = T_\odot$	$T = 10 T_\odot$	$T = 100 T_\odot$
p+p	$T^{3.7}$ (98%)	$T^{1.4}$	$T^{0.25}$
14+p	$T^{19.1}$ (2%)	$T^{8.5}$	$T^{5.36}$

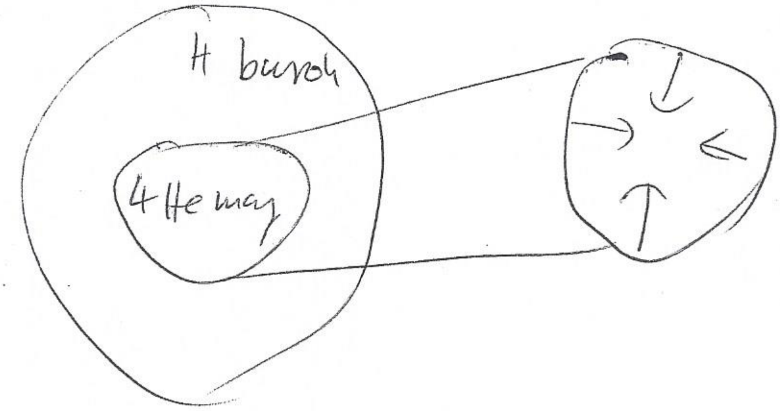


A Nap hatása az elemszintézisre: H → He, C csökken, N nő

Nukleoszintézis nagytömegű csillagokban

$M = (8-30)\ M_\odot$ szupernovaként fejeződik be

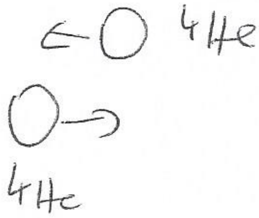
Mi történik a Nappal 4 mrd év múlva?



Csillagmag összehúzódik
$\Rightarrow$ T nő $\Rightarrow$ burok kitágul
$\Rightarrow$ vörös óriás (anyagot dob le)

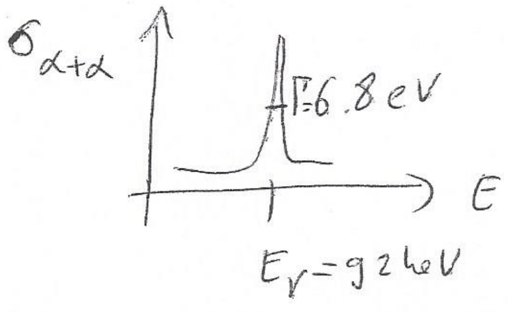
T nő $\Rightarrow$ He égés beindul. Hogy?

$^4He + p$
$^4He + {}^4He$ nem kötött } $A = 5, 8$ stabilitási hézagok



$t_{pass} \approx 10^{-19}$ s $\quad T = 10^8$ K

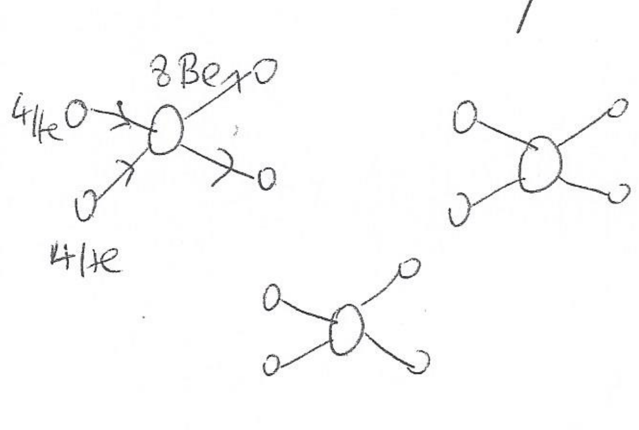
^8Be nem kötött, de az alapállapota egy keskeny rezonancia



$\Gamma \cdot \tau \sim \hbar$

$\tau \approx 10^{-16}$ sec

makroszkopikus mennyiségű ^4He van jelen (Saha-egy.)
kb 1db ^8Be / 10^9 db ^4He



$^4He + {}^4He \longleftrightarrow {}^8Be$

$^8Be + \alpha \rightarrow {}^{12}C + \gamma$

3-α folyamat (Salpeter-folyamat)

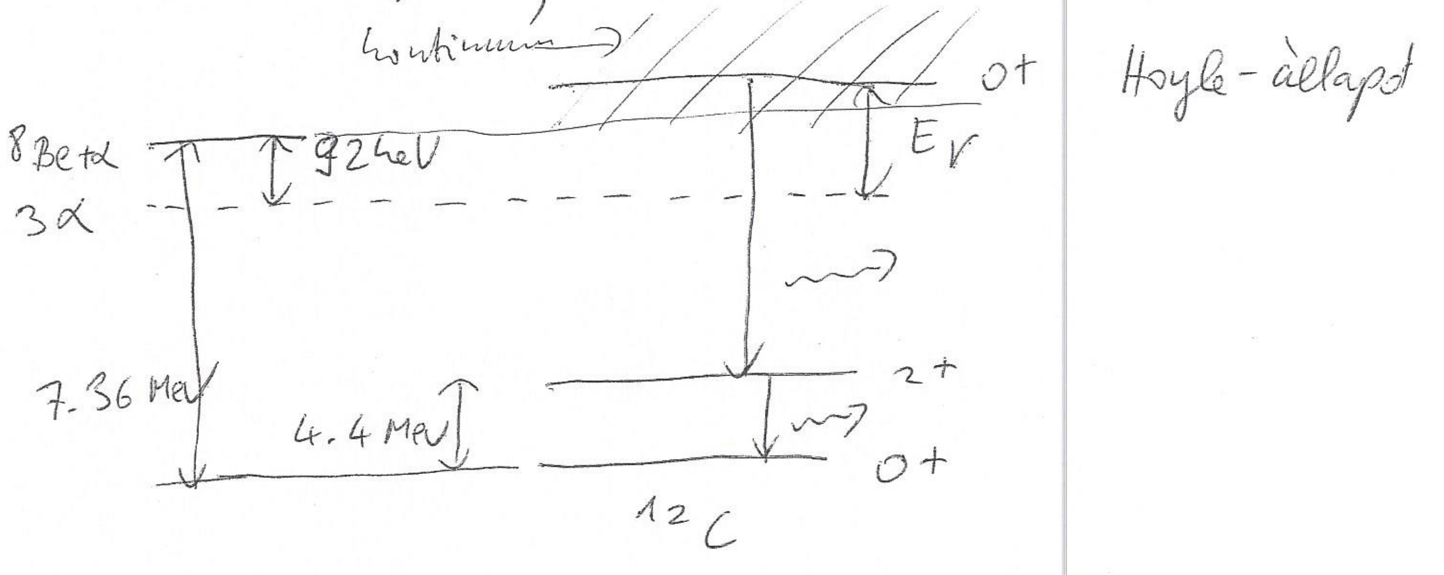
$$^4He + {}^4He \leftrightarrow {}^8Be$$

$$\xrightarrow{+{}^4He} {}^{12}C + \gamma$$

Gamow: n-befogásokkal és β-bomlásokkal minden elem felépül a korai univerzumban – túl hamar lehűl

B^2FH: elemszintézis csillagokban. De honnan jöhet a ^{12}C?

3-α folyamat, de túl kevés ^{12}C keletkezik



Hoyle (1953): a ^{12}C-ben léteznie kell egy 0^+ gerjesztett állapotnak kb 300-400 keV-vel a 3α küszöb fölött

Fowler (pár héttel később):

$$E_r^{mért} = 379.6 \text{ keV}$$

$$\Gamma = 8.5 \text{ eV}$$

A 3-α reakció rátája (két egymást követő rezonáns reakció) (9)

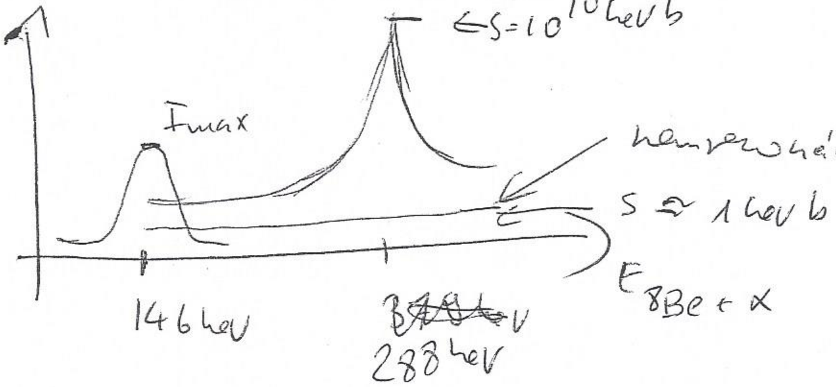
$$r_{3\alpha} = \frac{N_\alpha^3}{2}\, 3^{3/2} \left(\frac{2\pi\hbar^2}{M_\alpha kT}\right) \frac{\omega\gamma}{\hbar} \exp\left(-\frac{E_r}{kT}\right)$$

$$\omega\gamma = \frac{\Gamma_\alpha \Gamma_\gamma}{\Gamma_\alpha + \Gamma_\gamma} \simeq \Gamma_\gamma$$

$$E = 379.6 \text{ keV}$$

$T = 10^8$ K $\Rightarrow$ $E_0 = 146$ keV Gamow ablak közepe

$\Delta = 82$ keV



$r_{3\alpha}$ nagyon érzékeny a rezonancia pozíciójára

$$10^8 K = \frac{10^8}{1.16\cdot 10^4} eV = 8.62 \cdot 10^3 eV$$

$$\exp\left(-\frac{379.6}{8.62}\right) = 7.5\cdot 10^{-20}$$

-10% $\exp\left(-\frac{345.}{8.62}\right) = 4.2\cdot 10^{-18}$ $\quad 54\times$

$+10\%$ $\exp\left(-\frac{417}{8.62}\right) = 9.2\cdot 10^{-22}$ $\quad \times \frac{1}{81}$

10 %	50×
1 %	50%

0.1% változás a N-N kölcsönhatásban $\Rightarrow$ ~7% változás

ε_γ-ban $\Rightarrow$ a termelődött szén és oxigén mennyisége nagyon érzékeny az erős kölcsönhatás erősségére

$\boxed{\text{RR ábra. C/O szintézis}}$

Hidrosztatikus He-égés

(20 keV, 700 g/cm^3)

$$^4He + {}^4He \longleftrightarrow {}^8Be$$

$$\xrightarrow{+\,^4He} {}^{12}C$$

$$^{12}C + \alpha \rightarrow {}^{16}O + \gamma$$

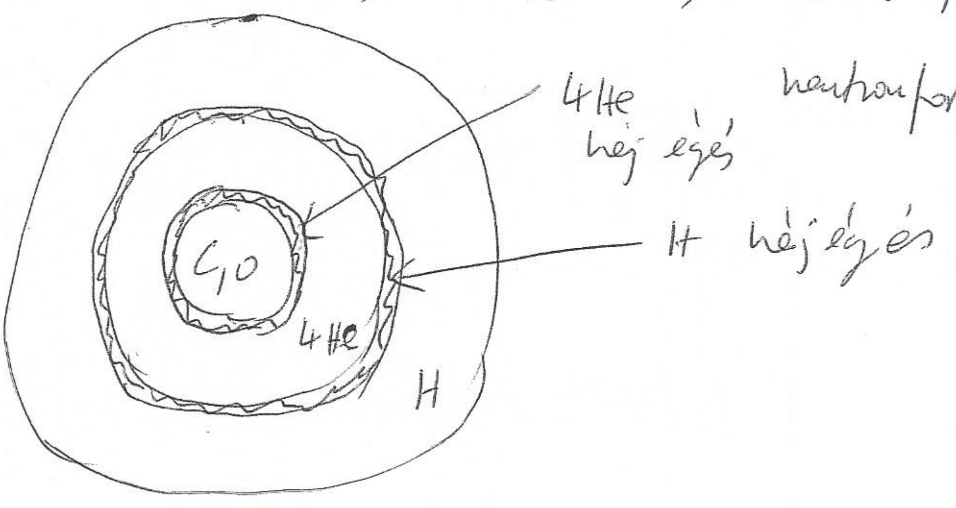
Hidrosztatikus szén égés

$$^{12}C + {}^{12}C \rightarrow {}^{23}Na + p$$
$$\phantom{^{12}C + {}^{12}C \rightarrow} {}^{20}Ne + \alpha$$

p, α reakciók a ^{12}C, ^{16}O, ^{20}Ne magokon

pl: $^{12}C\,(p\gamma)\,{}^{13}N\,(e^+\nu)\,{}^{13}C\,(\alpha, n)\,{}^{16}O$

neutronforrás az s-folyamatok



Kis tömegű csillagokban (pl Nap) nem indul be ez a folyamat ⇒ összehúzódás ⇒ degenerált elektrongáz stabilizálja ⇒ fehér törpe ⇒ kihűlés ⇒ fekete törpe (barna törpe $M \lesssim 0{,}1 M_\odot$ fúzió nem indul be, gravitációs energia felszabadulás, Jupiter a határon van) (11)

Hidrosztatikus Ne égés

$$^{20}Ne + \gamma \rightarrow {}^{16}O + \alpha$$

$$^{20}Ne + \alpha \rightarrow {}^{24}Mg + \gamma$$

← egyre több γ van becsapdázódva

α - befogásos reakciók ⇒ Mg, Al, Si, P, S

Hidrosztatikus Oxigén égés

$$^{16}O + {}^{16}O \rightarrow {}^{31}P + p$$
$$\rightarrow {}^{31}S + n$$ ⟶ neutron a s-folyamathoz
$$^{28}Si + {}^{4}He$$

p, n, ${}^{4}He$ gyors reakciók ⇒ $< A \sim 40$

Szilícium égés

$$^{28}Si + \gamma \rightarrow p + {}^{27}Al$$
$$n + {}^{27}Si$$
$$\alpha + {}^{24}Mg$$

p, n, ${}^{4}He$ reakciók ⇒ $\leq {}^{56}Fe$

vas-nikkel mag

12

$\boxed{25 M_\odot}$	T (keV)	$\rho\left(\frac{g}{cm^3}\right)$	T
H-égés	5	5	$7\cdot10^6$ év
He	20	700	$5\cdot10^5$ év
C	80	$2\cdot10^5$	600 év
Ne	150	$4\cdot10^6$	1 év
O	200	10^7	6 hónap
Si	350	$3\cdot10^7$	1 nap
törzs kollapszus	700	$3\cdot10^9$	másodpercek
ν csapdába esik		$4\cdot10^{11}$	

Időskála ⇒ HR diagramm

Szupernova-robbanás

$M \gtrsim 1.45(2Y_e)M_\odot$ $\quad Y_e$ elektron/nukleon arány

a degenerált elektrongáz nem tudja stabilizálni a magot ⇒ kollapszus

- $t=0$, $T \approx 10^{10}$K, $\rho = 3\cdot10^9$ g/cm³ Fe-Ni törzs

- $\gamma + {}^{56}_{26}Fe \rightleftharpoons 13\,{}^4He + 4n - 124$ MeV

a vasmagok fele disszociál ⇒ energiát visz el a törzsből → az összeomlás gyorsul

- elektronbefogás (a degeneráció csökkentésére)

$$e^- + (Z,A) \rightarrow (Z-1,A) + \nu_e$$

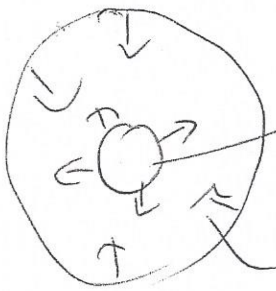
neutrínók kiszöknek, energiát visznek el → az összeomlás gyorsul

- $\rho \approx 4\cdot10^{11}$ g/cm³: a neutrínók számára a törzs átlátszatlanná válik! csapdába esnek ⇒ megakadályozzák a teljes neutronizációt

$\nu_e + (Z, A) \Rightarrow (Z-1, A) + e^-$

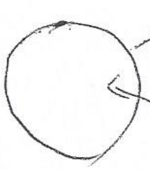
$Y_e \approx 0.3 - 0.4$ marad, a kollapszus folytatódik

- $\rho \approx 10^{14}$ g/cm3 : a maganyag állapotegyenlete megkeményedik (a nukleonok összeérnek), inkompresszibilissé válik (degenerált nukleongáz) $\Rightarrow$ visszalökődés



Supernova robbanás: a lökéshullám eléri a felszínt. nincs robusztus supernova megoldás. jelenleg úgy hisszük hogy a neutrínók szóródása indítja újra a lökéshullámot.

ν - energia $\approx 10^{46}$ Joule, amikor átlátszóvá válik a törzs : 10^{57} ν/sec. ; ha 1% kinetikus energiává alakul $\nu + A$ szórásban $\Rightarrow$ robbanás



- a visszalökődött mag neutroncsillaggá, vagy fekete lyukká ($M \gtrsim 25 - 35\ M_\odot$) alakul.

Neutrínó - nukleoszintézis:

óriási ν - fluxus kompenzálja a kis hatáskeresztmetszetet

pl: $^{20}Ne + \nu_{\mu,\tau}\ (\simeq 25\ MeV) \rightarrow {}^{20}Ne^{*} + \nu'_{\mu,\tau}$

semleges áramú folyamat

$$^{20}Ne^{*} \rightarrow {}^{19}F + p$$

$$\rightarrow {}^{19}Ne + n$$

$$\hookrightarrow {}^{19}F \quad \beta\text{-bomlás}$$

A fluor szupernovában születik, neutrínók hozzák létre.

Nehéz elemek szintézise:

$10^{8} \frac{n}{cm^3}$ s-folyamat (lassú): stabilitási völgyben halad (vörös óriás)

$10^{20} \frac{n}{cm^3}$ r-folyamat (gyors) - stabilitás határán —"— (szupernova)

Nap-neutrínók

Neutrínó spektrum: pp, pep, hep, ^{7}Be, ^{8}B neutrínók (ábra)

Radiokémiai detektorok:

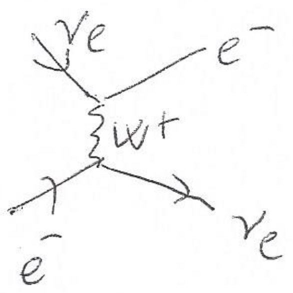
$^{37}Cl(\nu_e, e^-)^{37}Ar$ — csak ν_e-re érzékeny

$^{71}Ga(\nu_e, e^-)^{71}Ge$ — CC

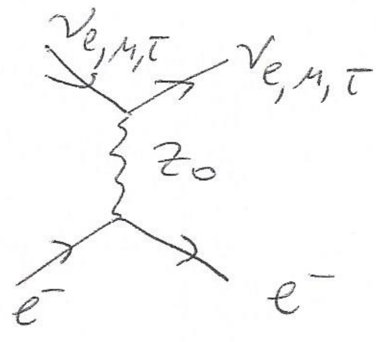
Vizes detektorok (pl. SK, 50 ezer tonnával)

$\nu + e \to \nu' + e^-$ — Cserenkov sugárzás

$$\sigma(\nu_e e^-) \approx 6\,\sigma(\nu_{\mu,\tau} e^-)$$



CC



NC

Detektált neutrínók: $\nu_e + \frac{1}{6}\nu_{\mu,\tau}$

Nehézvizes detektor (SNO) 1000 tonna nehézvíz

$\nu_x + e^- \to \nu_x + e^-$ — $ES = CC + \frac{1}{6} NC$

$\nu_e + d \to e^- + p + p$ — CC

$\nu_x + d \to \nu_x + n + p$ — NC — mindre azonosan érzékeny

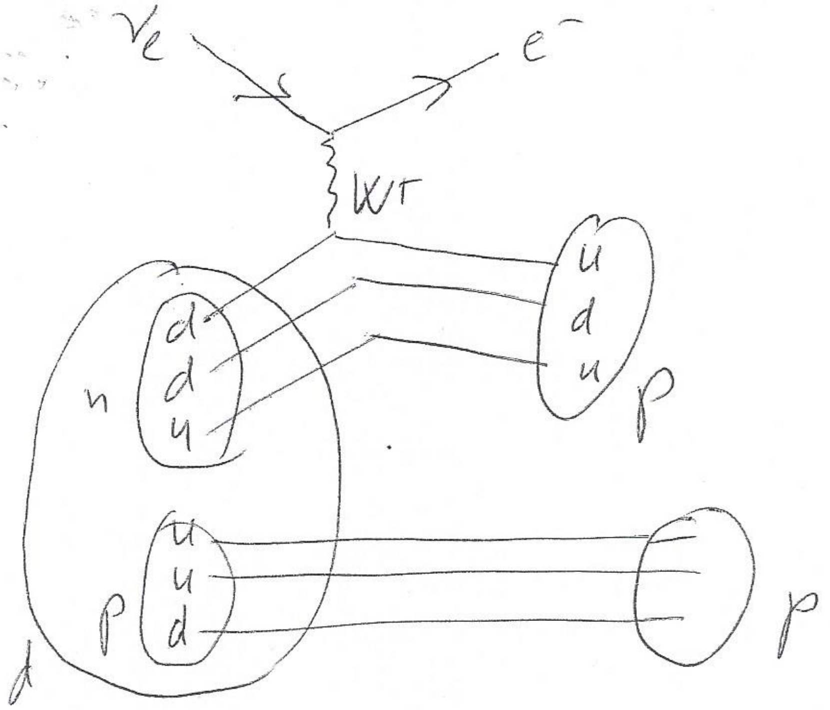
önkalibráló

pl: Homestake detektor

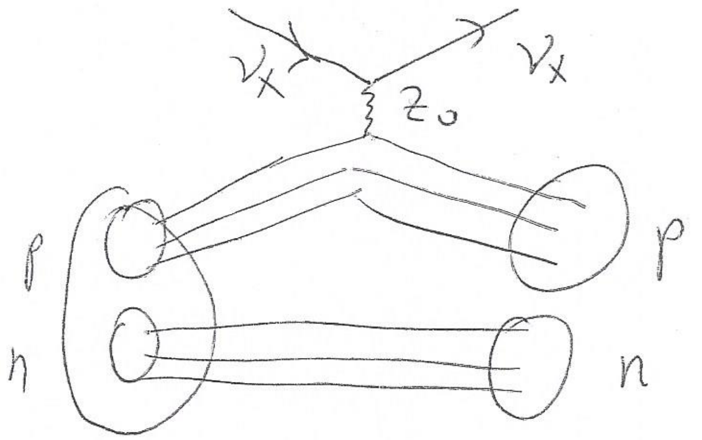
- 600 tonna C_2Cl_4 (perklór-etilén)
  1.5 km mélyen egy aranybányában
- 1 hónap alatt kb. 50 db neutrínó okoz reakciót ($^{37}Cl \rightarrow {}^{37}Ar$), ^{37}Ar radioaktív (35 nap)

Hogy lehet kinyerni 50 db atomot 600 tonna ($2 \cdot 10^{30}$) folyadékból?

1. Adj hozzá 10^{19} db ^{40}Ar v. ^{38}Ar stabil atomot
2. Öblítsd át He gázzal egy napig (He és Ar is nemesgáz)
3. a He-beli szennyeződéseket csapasd ki egy hidegcsapdában (He cseppfolyósodási pontja nagyon alacsony): 50 db ^{37}Ar + 10^{19} db $^{38/40}Ar$
4. mérd a szennyezésbeli bomlások számát legalább 1 évig
5. tömegspektrométerrel mérd meg a kinyert $^{38/40}Ar$ atomok számát → számítsd ki a kinyerési hatásfokot (^{37}Ar, $^{38/40}Ar$ kémiailag ugyanúgy viselkedik)



CC



NC

Tegyük fel, hogy a Napból jön: ν_e, $\nu_{\mu,\tau}$

$$ES: \quad CC + \frac{1}{6} NC \Rightarrow \phi_{\nu_e} + \frac{1}{6}\phi_{\nu_{\mu,\tau}}$$

$$CC: \quad \Rightarrow \phi_{\nu_e}$$

$$NC: \quad \Rightarrow \phi_{\nu_e} + \phi_{\nu_{\mu,\tau}}$$

Napból jövő neutrínók: $x \cdot \phi_{\nu_e} + \approx 2 \cdot x \, \phi_{\nu_{\mu,\tau}}$ (ábra)

De a Napban nem termelődik $\nu_{\mu,\tau}$

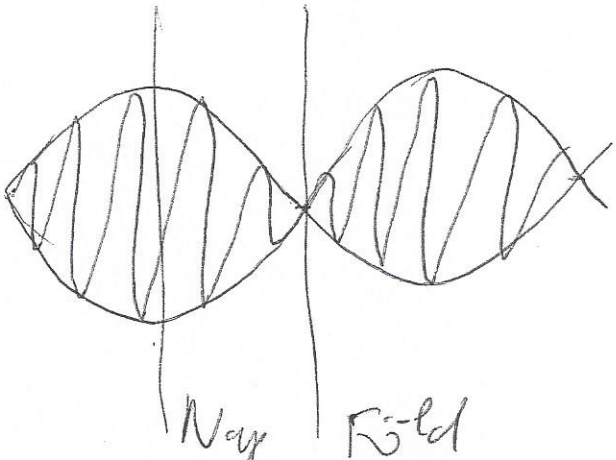
Neutrínó oszcilláció

Ha a ν-nak van tömege, akkor a tömegsajátállapotok (ν_1, ν_2) nem esnek egybe a gyenge sajátállapotokkal (ν_e, ν_μ).

ν_1 ∼∼∼

ν_2 ∼∼∼

kicsit más frekvencia (más tömeg)



Vákuum-oszcilláció: pontosan hangolva kell lenie a Föld – Nap távolságnak és Δm, Θ-nak

Anyag által felerősített oszcilláció (MSW-effektus):

ν_e kölcsönhat a Nap anyagával: CC, NC

ν_μ —〃— : csak NC

Ez az asimetria azt okozza, hogy ν_e rezonancia-szerűen átfordul $\nu_{\mu,\tau}$-ba egy adott rezonancia-sűrűségnél. A Nap-ból kifelé jövet, mindig megtalálja a megfelelő sűrűséget ⇒ nem kell finomhangolás, a neutrínók egy része mindig átalakul ν_μ-vá.

Infláció

II/10

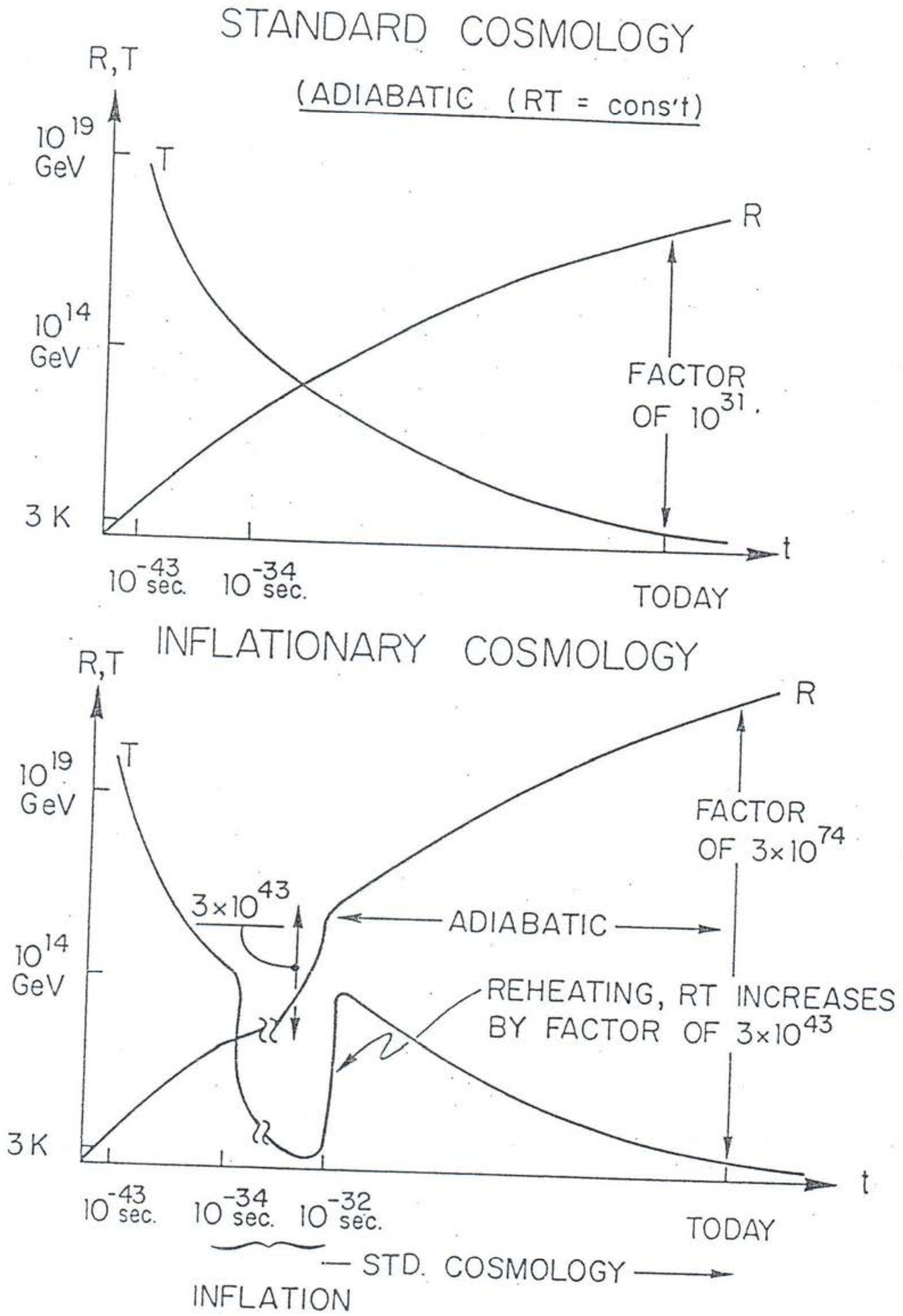


Fig. 8.2: Comparison of the evolution of R and T in the standard and inflationary cosmologies. Note the enormous jump in entropy ($S \propto R^3T^3$) at the end of inflation.

VII/1

Bariogenesis

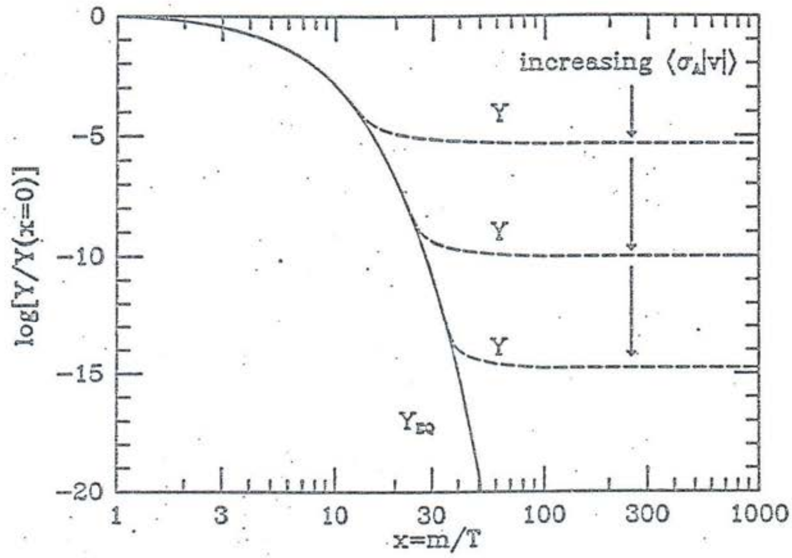


Fig. 5.1: The freeze out of a massive particle species. The dashed line is the actual abundance, and the solid line is the equilibrium abundance.

In some circumstances the annihilation cross section may be better approximated by $\langle\sigma_A|v|\rangle = \sigma_0 x^{-n}(1 + bx^{-m})$, e.g., if both s-wave and p-wave annihilation processes are important. The modification to (5.45) is straightforward to compute: $Y_\infty \to Y_\infty/[1+(n+1)bx_f^{-m}/(m+n+1)]$, and $x_f \to x_f + \ln[1 + b\{\ln(0.038(g/g_*^{1/2})m_{Pl}m\sigma_0)\}^{-m}]$.

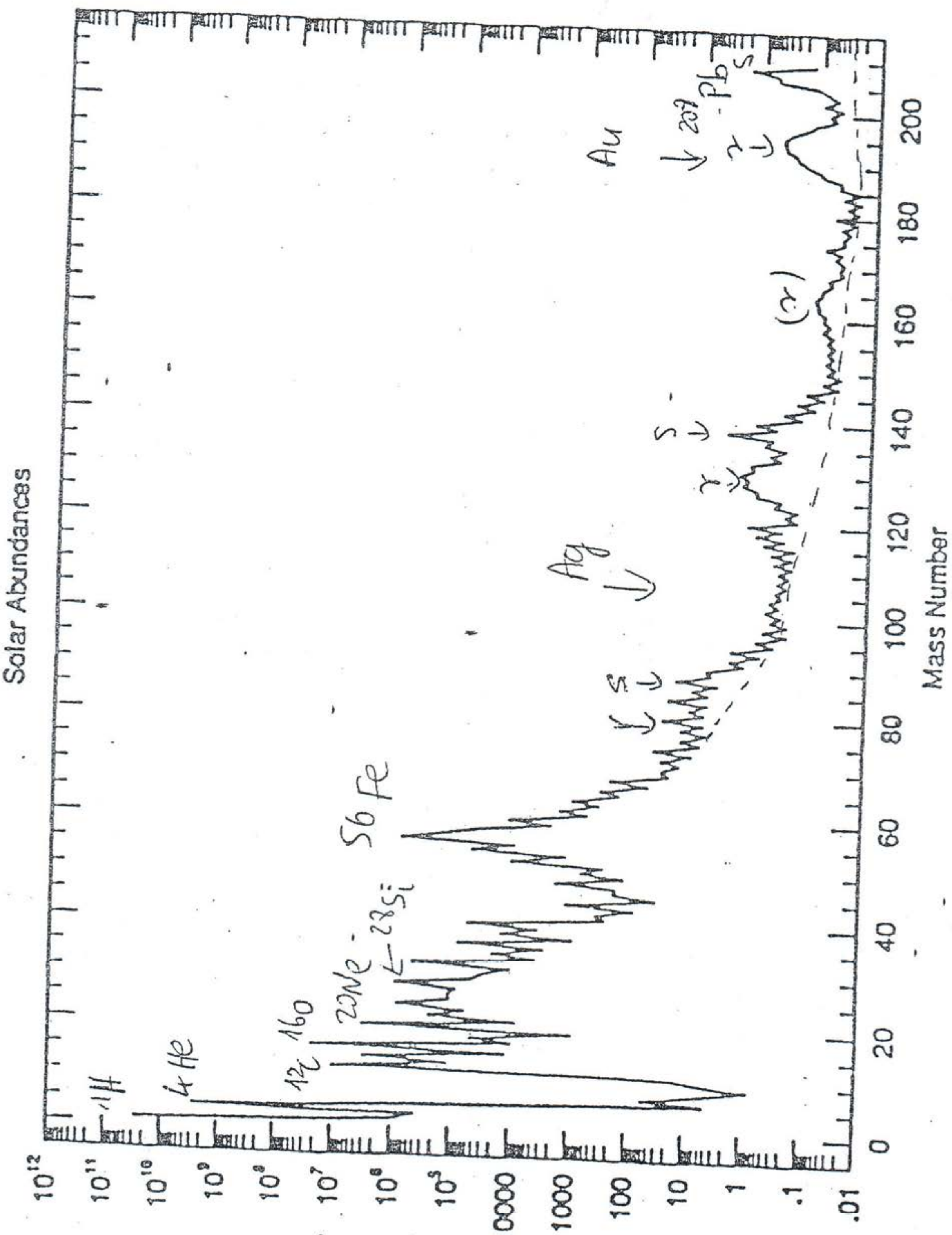
As with a hot relic, the present number density and mass density of relic ψ's is easy to compute,

$$\begin{aligned} n_{\psi 0} &= s_0 Y_\infty = 2970 Y_\infty \text{ cm}^{-3} \\ &= 1.13 \times 10^4 \frac{(n+1)x_f^{n+1}}{(g_{*S}/g_*^{1/2})m_{Pl}\, m\, \sigma_0} \text{ cm}^{-3} \qquad (5.46) \end{aligned}$$

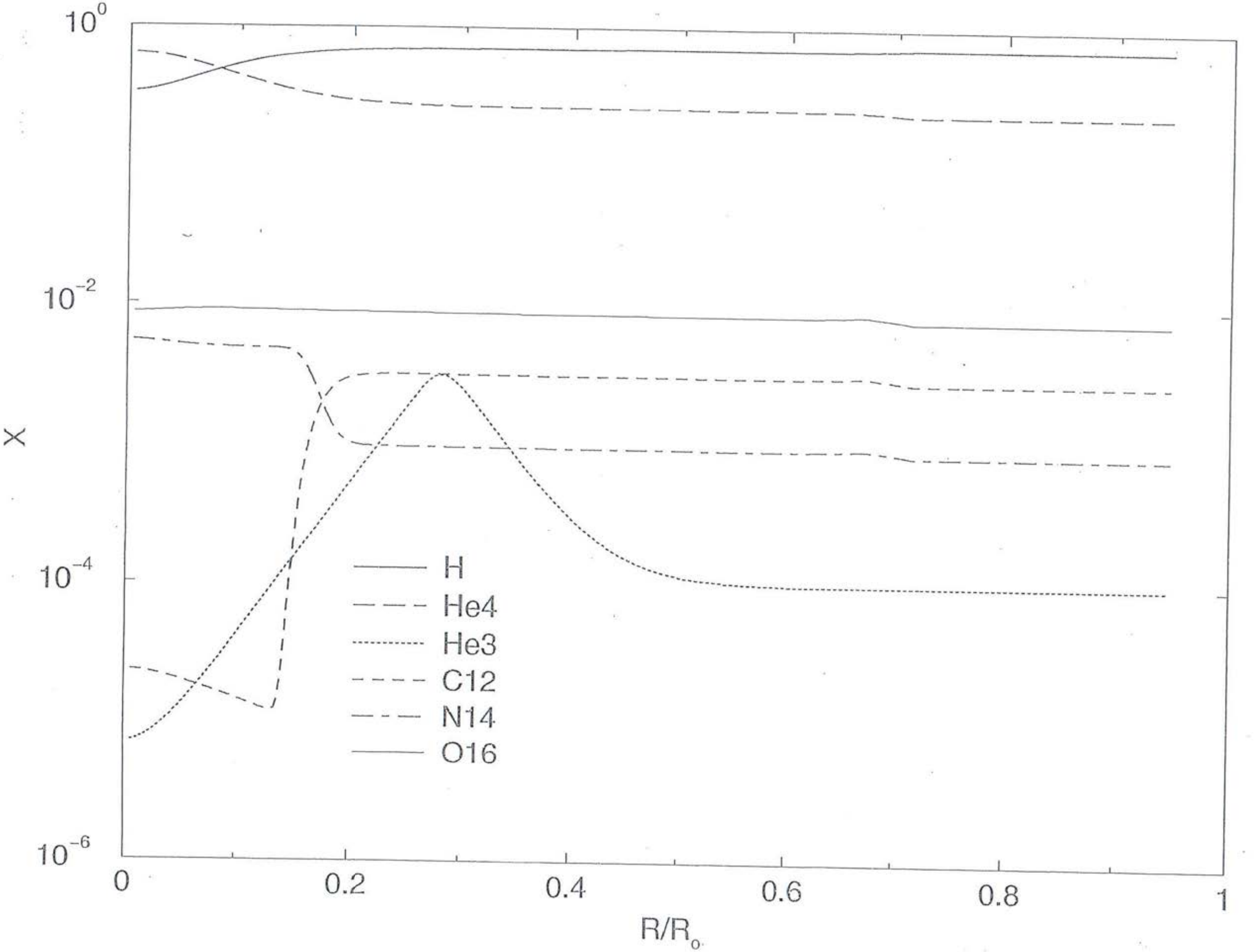
$$\Omega_\psi h^2 = 1.07 \times 10^9 \frac{(n+1)x_f^{n+1} \text{ GeV}^{-1}}{(g_{*S}/g_*^{1/2})m_{Pl}\sigma_0}. \qquad (5.47)$$

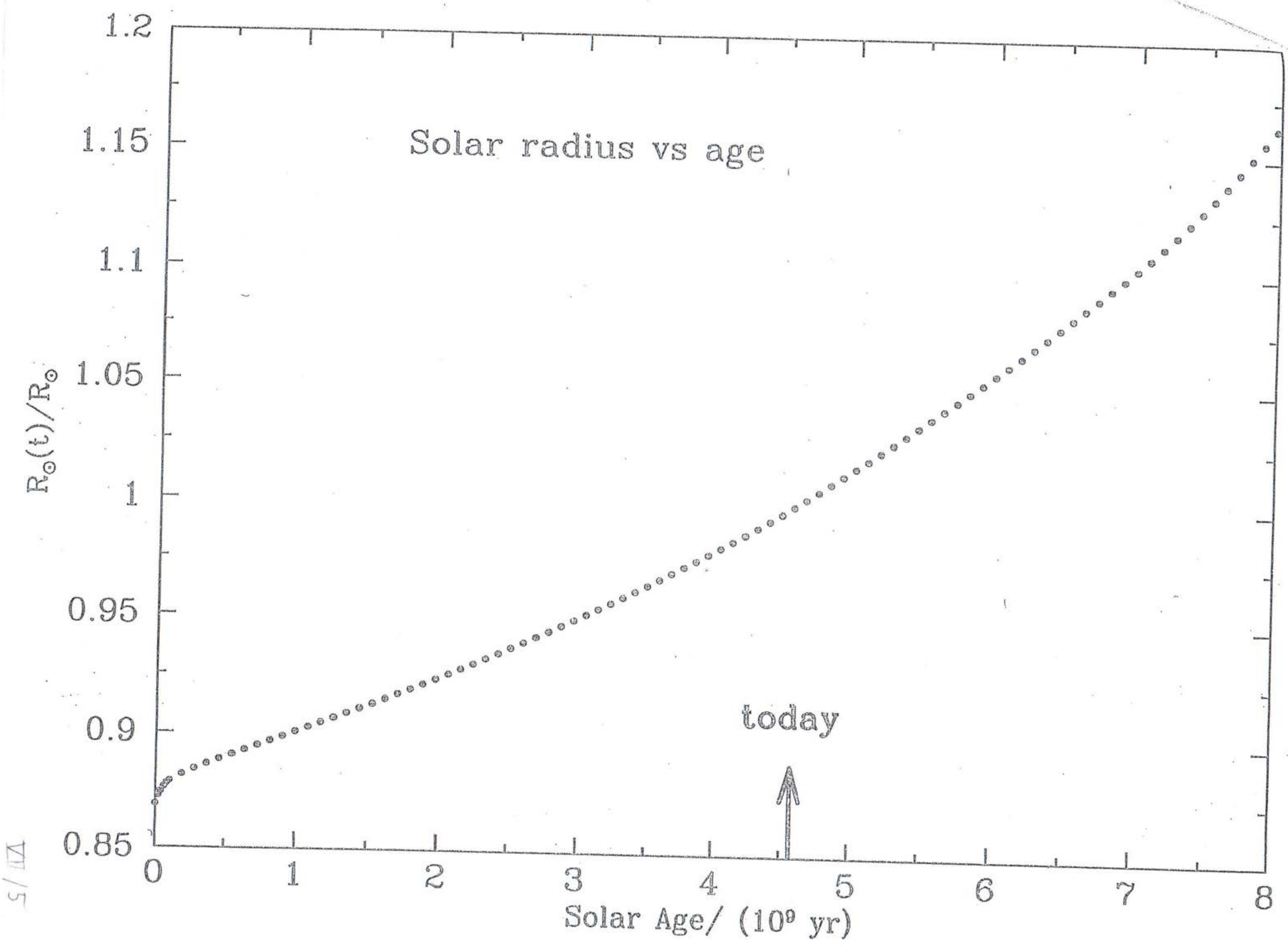
It is very interesting to note that the relic density of ψ's is inversely

Csillagfejlődés, nukleoszintézis



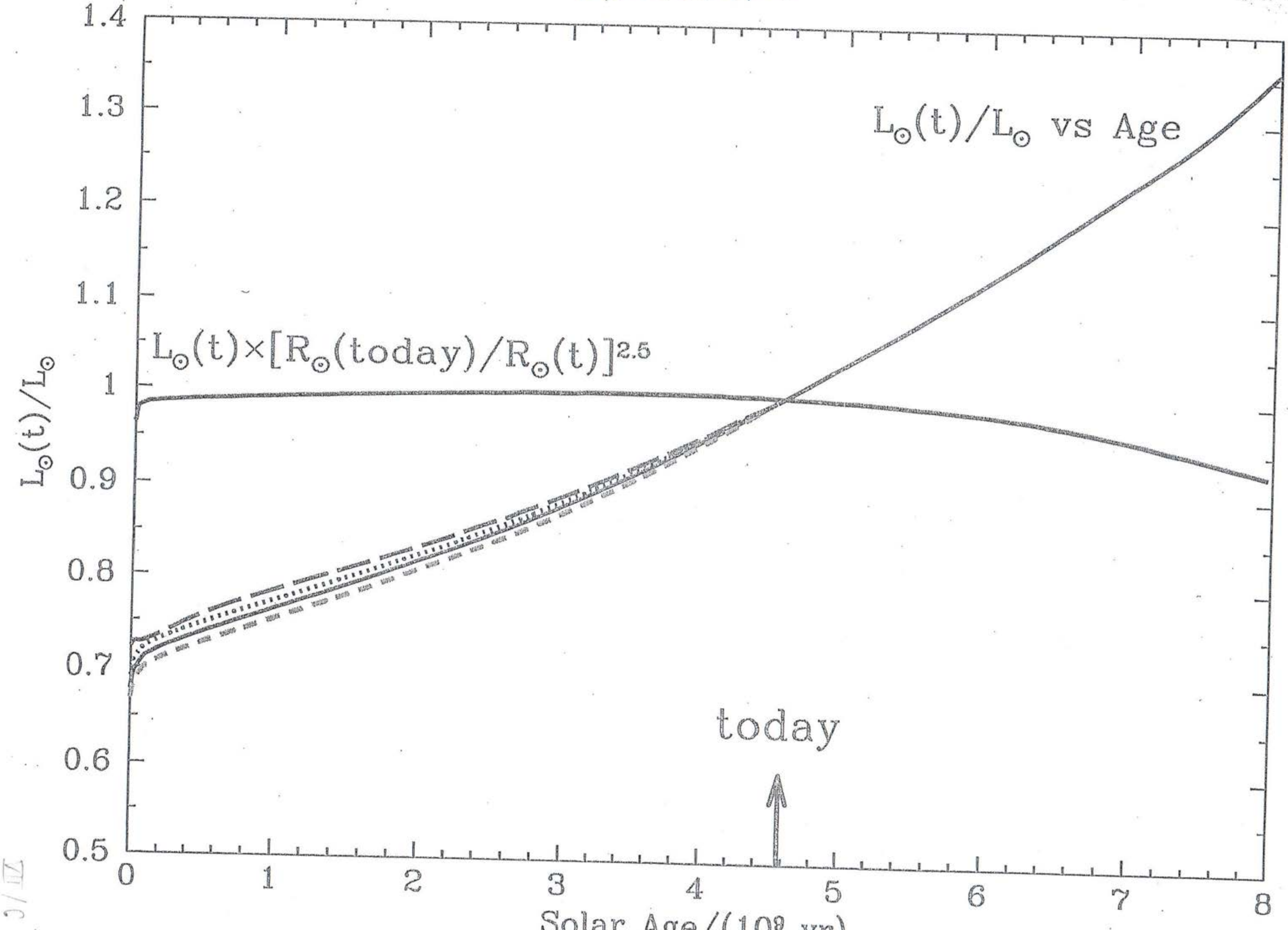
Elemgyakoriság a Napban





Solar radius vs age
today
$R_\odot(t)/R_\odot$
Solar Age/ (10^9 yr)
1.2
1.15
1.1
1.05
1
0.95
0.9
0.85
0
1
2
3
4
5
6
7
8

Luminosités



VII / C

survived the red giant phase of stellar evolution. It is perhaps instructive to
speculate how our life and the universe as a whole might have looked if the

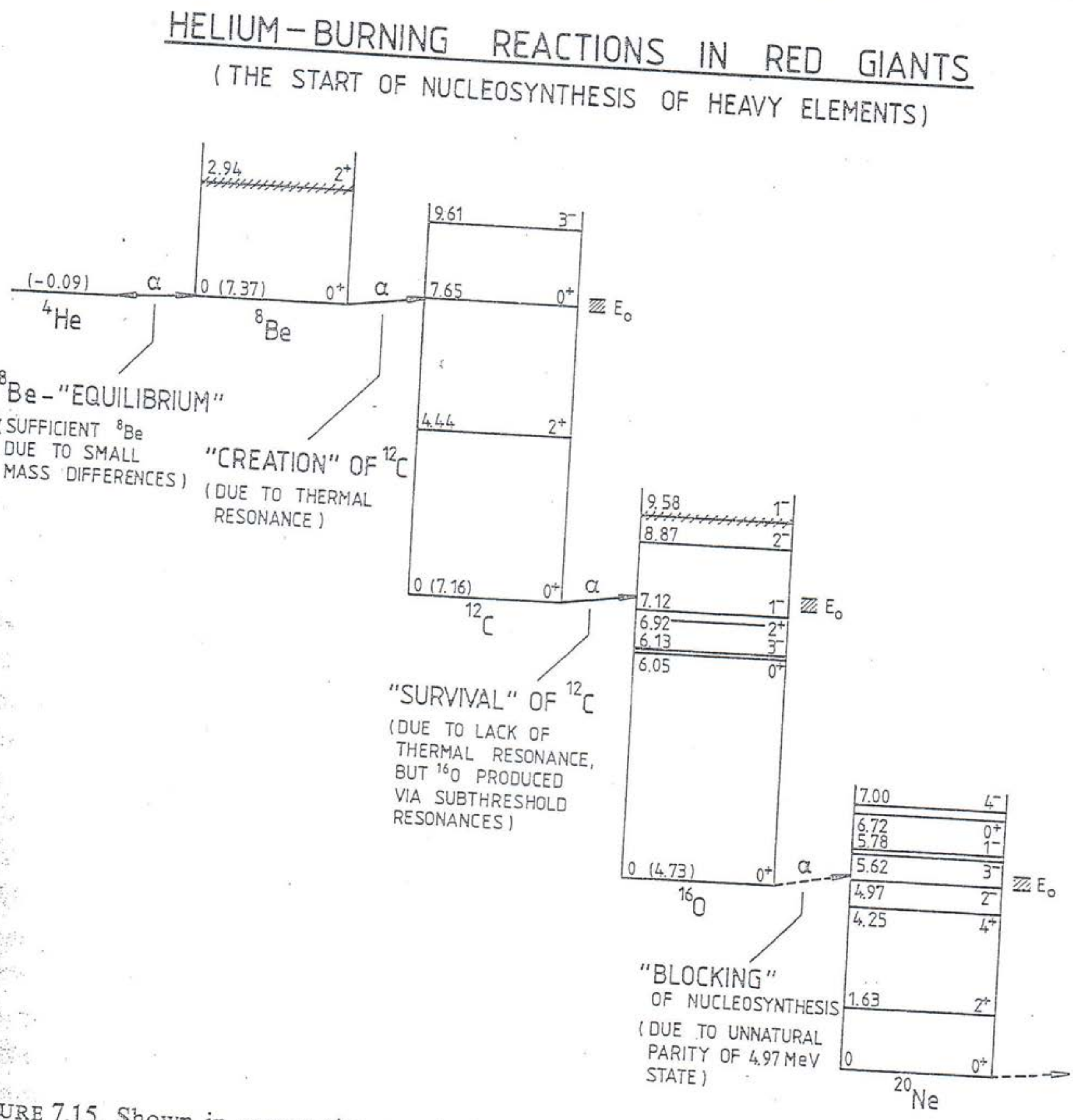
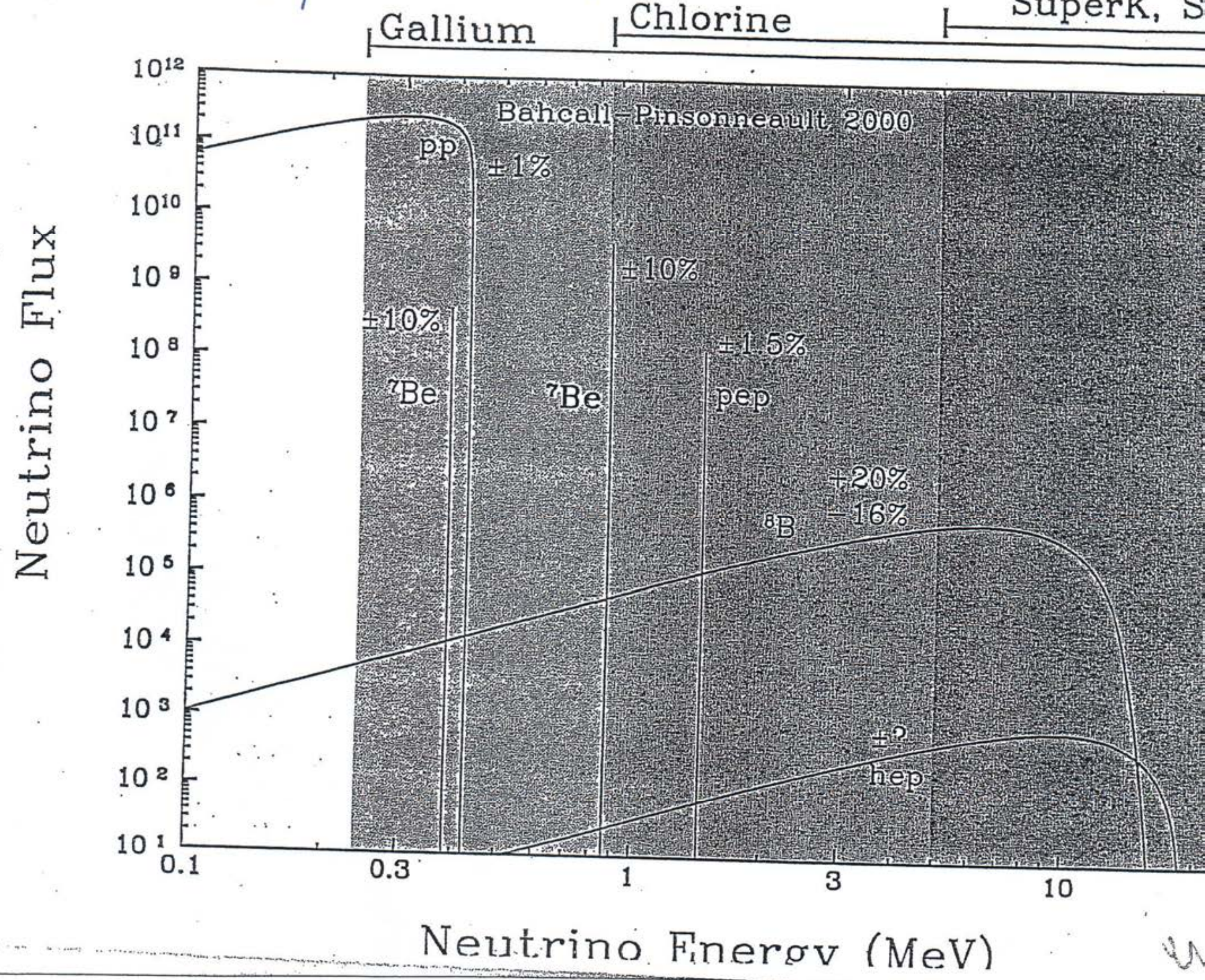
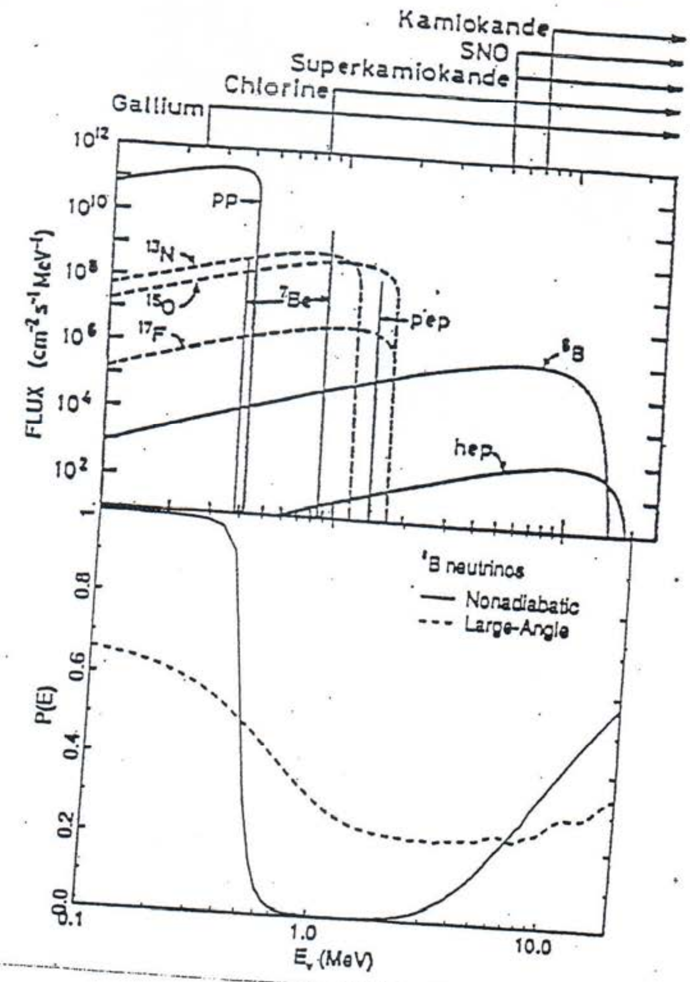


FIGURE 7.15. Shown in perspective are the level schemes of the nuclei involved in the helium-burning reactions in red giants. It is only through a number of fortuitous nuclear properties as well as parity and isospin conservation laws that carbon and oxygen, the essential elements for life as we know it, are the major products of nucleosynthesis in red giants.

Nap-neutrinó spektrum

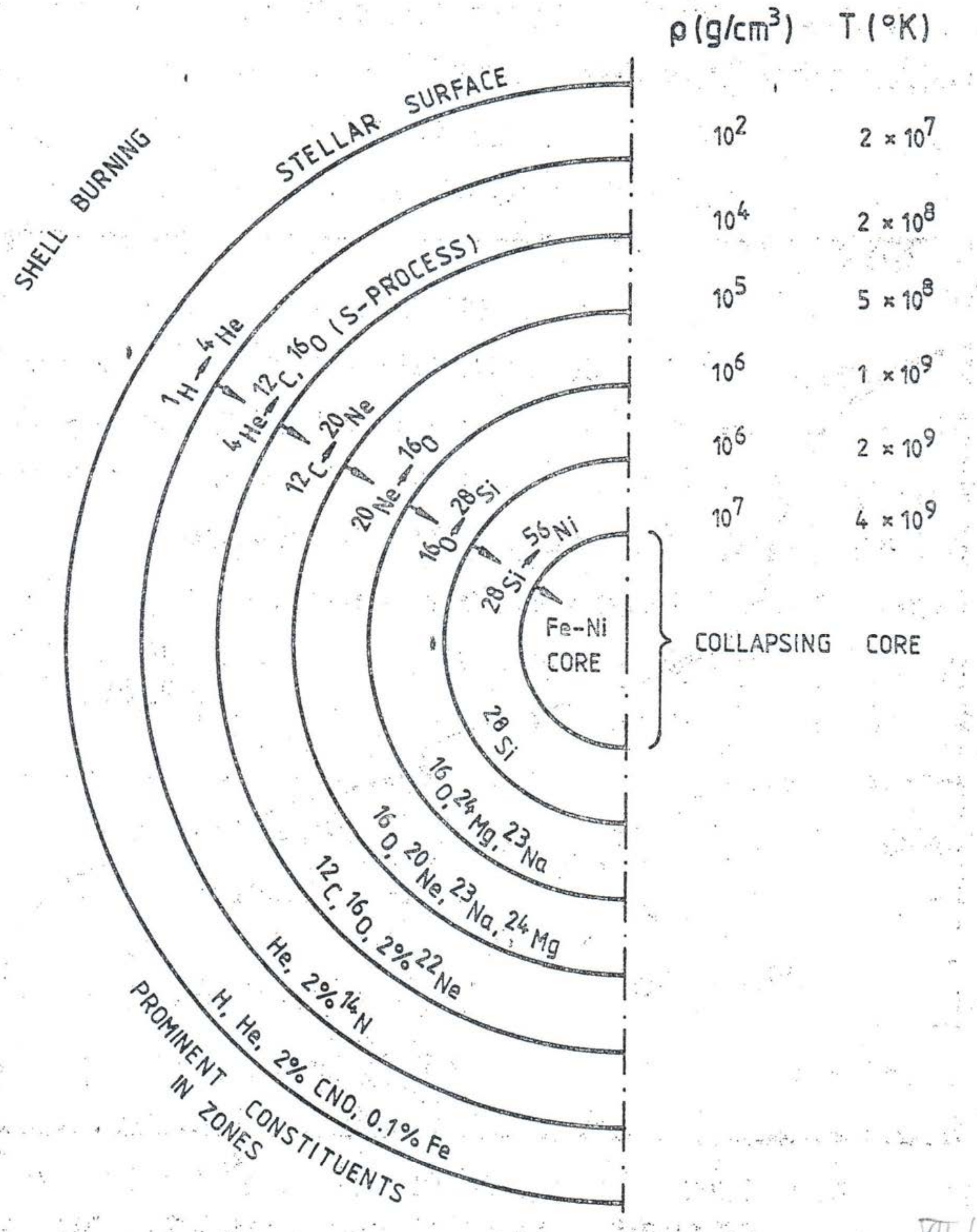




III/8

ause the core of a massive star is quite dense, the electron remains important during each stage of evolution. This it the core from contracting significantly at each burning

INNER STRUCTURE OF A PRESUPERNOVA STAR



VII / 9

: 8.10. Schematic diagram of the inner structure and chemical compositic or to its explosive disruption. The concentric "onion" shell structure indi one certain elements dominate, is highly idealized. The approximate pre-

S/r - folyamat

and Urey had made the breakthrough that led to the extension of nucleosynthesis in stars by neutron capture, unhindered by the Coulomb barriers; this continued all the way up to ^{238}U.

The details of nucleosynthesis in stars by neutrons were subsequently presented in the classical paper by Burbidge, Burbidge, Fowler, and Hoyle in 1957 (B^2FH) and independently by Cameron (Cam57). It was hypothesized by B^2FH and Cameron that, with iron and other nuclei of intermediate mass as seeds, processes similar to those suggested by Gamow, involving neutron capture and β-decay for primordial nucleosynthesis (chap. 2), operate within stars to synthesize the heavier elements. The synthesis proceeds in steps of 1

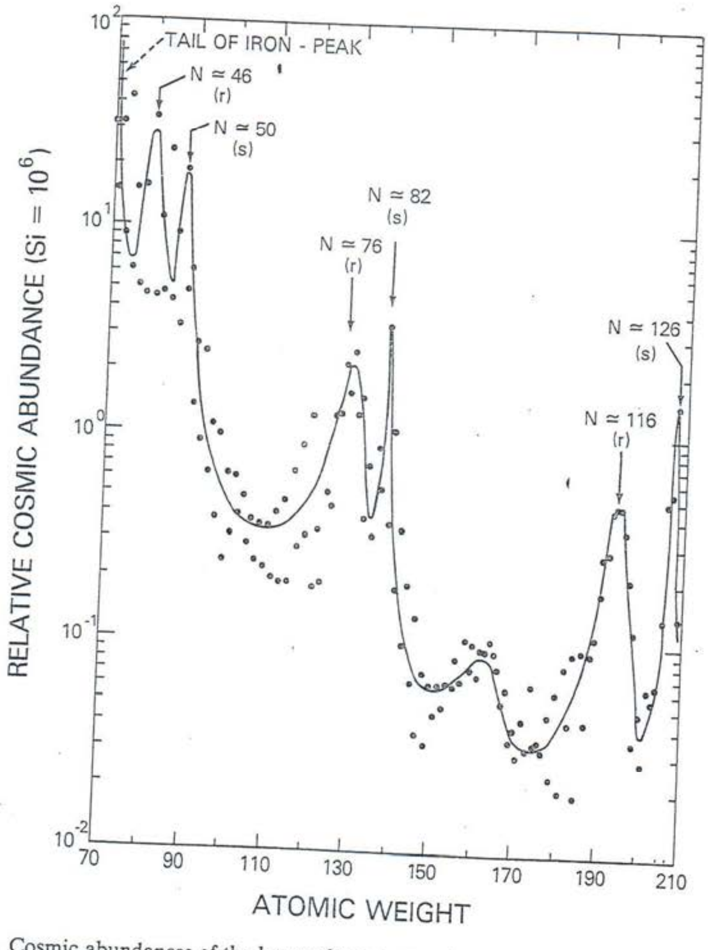


FIGURE 9.1. Cosmic abundances of the heavy elements are shown as a function of atomic weight (Cam82). The line through the data points is to guide the eye. Note the narrow peaks for nuclei with closed neutron shells ($N = 50$, 82, and 126) and the broader peaks for nuclei 4–10 mass units below the closed neutron shells.

VII/10

such a neutron spectrum already provide the proper Maxwellian average for the cross section:

$$\langle\sigma\rangle = \frac{\langle\sigma v\rangle}{v_T} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \sigma(E) E \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE \Big/ \int_0^\infty E \times \exp\left(-\frac{E}{kT}\right) dE \simeq \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sigma_{\text{exp}} .$$

In the actual measurements (Bee80) the sample to be investigated is sandwiched between two gold foils (Fig. 9.5). Since the neutron-capture cross section for gold is accurately known and it can be activated as well, gold serves as an in situ standard.

Neutron cross sections of astrophysical interest are also being measured using the 24 keV neutron beam from the Brookhaven High Flux Beam

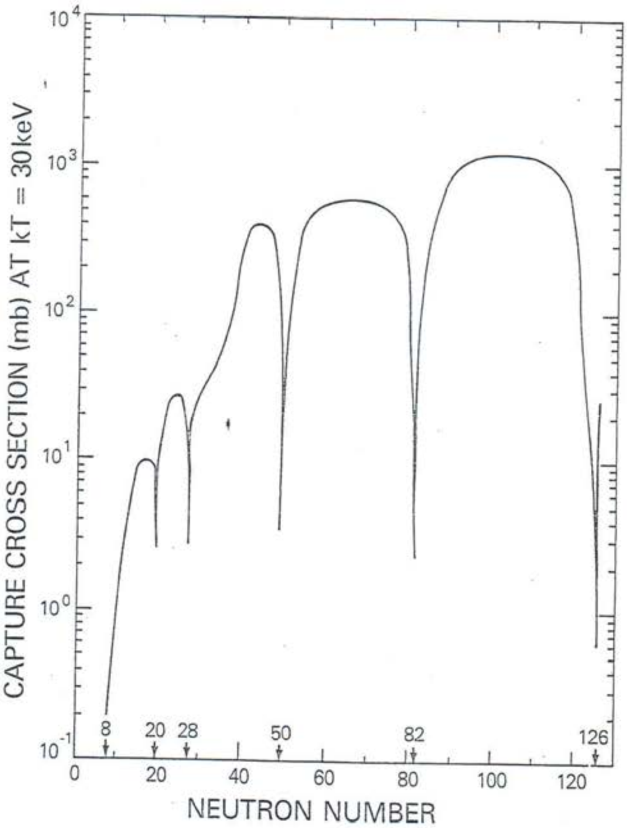


FIGURE 9.6. The measured average neutron-capture cross sections $\langle\sigma\rangle$ at 30 keV are shown schematically as a function of neutron number N of the nuclei (All71, Ulr82, Käp82, Alm83). Note the large dips near the neutron closed shells at N = 8, 20, 28, 50, 82, and 126.

Reactor (Bra79). Thus,
remains a flourishing
interest in neutron cros
The experimental ef
average capture cross
Käp82, Alm83). These
tion of neutron numbe
sections compared wit
in part to the low ene
resonances contribute
that appear near the
These dips are caused
closed neutron shells
that the heavier eleme
suggest a relatively fla
with observation. The
126, which, as will be
for these nuclei with
labeled r and lying 4
also due to effects o
(sec. 9.5). Note that
(Fig. 9.1) cannot be
anomalously small c
are not synthesized b
it should be pointed
rates $\langle\sigma v\rangle$ for neutr
stellar energies, in c
reaction rates at stel
obtained at higher e

9.3. Basic Mecha

As a result of each (
the heavier isotope
capture leads to t
increase the mass n
synthesizing the ele
the final isotope p
intensity of the neut
of the unstable nucl

For unstable nu
is much larger than
involved is called
that the s-process

VII / 11

nple, with ^{127}I, neutron
s ($T_{1/2} = 25$ minutes) to
ıres then produce the
$T_{1/2} = 5.3$ d) is reached.
($T_{1/2} = 2.3$ y), which β-
d by successive neutron
the range of seconds to
be much greater than
ss section (Fig. 9.6) of
n rate per particle pair
on-capture lifetime $\tau_{n\gamma}$
$\langle \sigma v \rangle = 3 \times 10^{16}$ s neu-
, the required neutron
3.

t the neutron number
number is the isotope
10^6 y. Hence, if $\tau_{n\gamma} \leq$
$^{-3}$, the s-process track
here are similar com-
15, and 123 (Fig. 9.13),
9.4). These branchings,
.4) that several neutron
the synthesis of the s-

compared with β-decay
of reactions involved is
ss involves the addition
ith minor contributions
) neutrons are added to
much shorter than the
ility. Only when very
binding energy is close
actions to increase the
captures and β-decays
charge. The r-process
h side of the valley of
2.0 MeV (the so-called
i far from the valley of
times $\tau_{n\gamma}$ must then be
s, a neutron density of
2 orders of magnitude
lux ceases, the neutron-
ecays (keeping a given
Thus, the r-process syn-

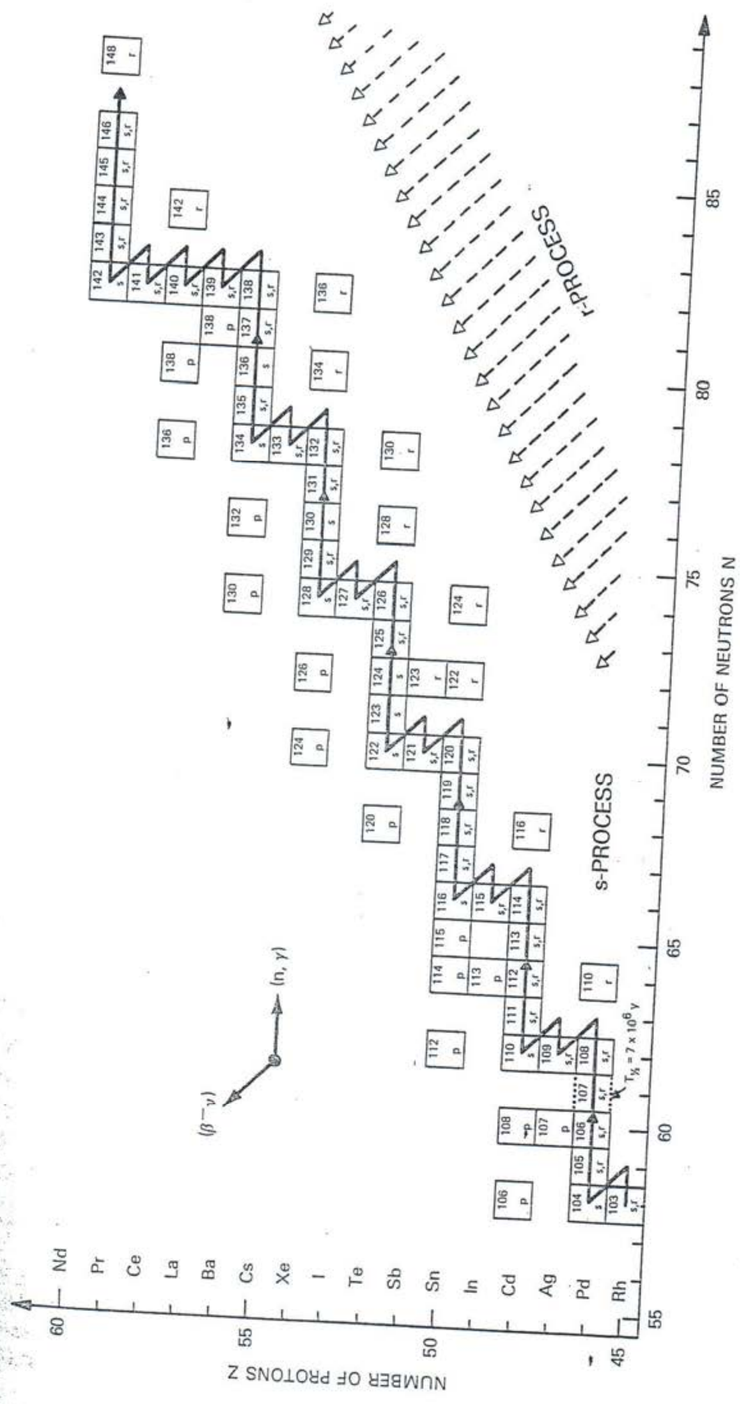


FIGURE 9.7. A section of the chart of nuclides and the s-process path through the elements in this mass region. Note that the path bypasses the p- and r-process nuclei. The r-process nuclei are the end products of an isobaric β-decay chain, the flow of which is indicated by the inclined arrows, from neutron-rich progenitors produced in an intense neutron flux. When this flux ceases, the progenitors "rain" down to the valley of stability via β-decay.

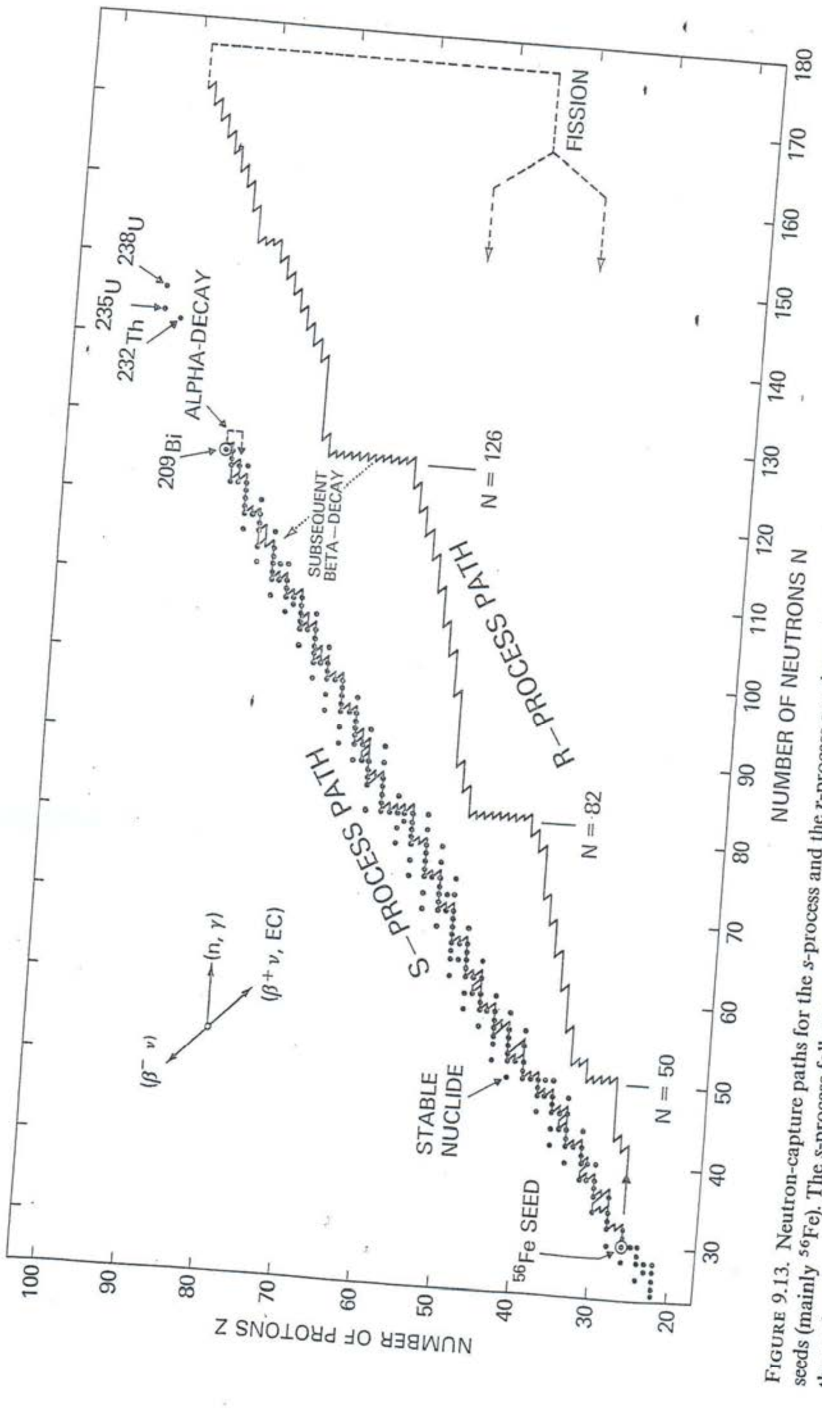


FIGURE 9.13. Neutron-capture paths for the s-process and the r-process are shown in the (N, Z)-plane. Both paths start with the iron-peak nuclei as seeds (mainly ^{56}Fe). The s-process follows a path along the stability line and terminates finally above ^{209}Bi via α-decay (Cla67). The r-process drives the nuclear matter far to the neutron-rich side of the stability line, and the neutron capture flows upward in the (N, Z)-plane until β-delayed fission and neutron-induced fission occur (Thi83). The r-process path shown was computed (See65) for the conditions $T_9 = 1.0$ and $N_n = 10^{24}$ neutrons cm^{-3}.

neutron shell N_m. Or
same magic neutron
one unit at a time. F
processes, the resultir
neutron binding en
neutron magic bott
neutron-capture ever
at nuclei with magic

At the cessation
stable isobars (keepi
0], this means that
β-decay lifetime of
constant (Bec59, Fo
numbers involve nu
times, these nuclei
track. Accordingly,
126 are large. Since
corresponding s-pro
follows that the sta
mass numbers (Fig
$^{124}_{42}$Mo$_{82}$, the proge
the relatively shar
weights $A = 80$, A
below the correspo
hypothesis, there is
the progenitors an
decays. For examp
nuclei and their r
smooth curve of σ
indeed, they do no

The overall r-p
(which stops the s
induced fission or
beyond $A = 270$ (S
what is the largest
uncertainties of m
bility (Thi83, Kla8
into the process r
can occur in the
available to the r-
this mass range w
vided that there a
synthesizing episo
succession of β-d

Nehéz elemek szintézise

- Elemgyakoriság: A-val csökken ⇒ egyre nagyobb Coulomb-gát
  - $A = 56$ csúcs
  - Ha $A = 56$ fölött töltött-részecske reakció adná (pl. Si-égés), sokkal erősebben csökkenne A-val.

Honnan erednek ezek a nehéz elemek?

- 2-csúcsú szerkezetek az elemgyakoriságban

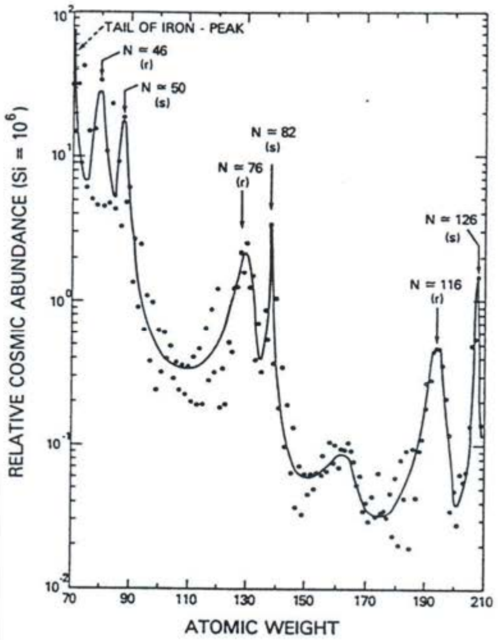


FIGURE 9.1. Cosmic abundances of the heavy elements are shown as a function of atomic weight (Cam82). The line through the data points is to guide the eye. Note the narrow peaks for nuclei with closed neutron shells ($N = 50$, 82, and 126) and the broader peaks for nuclei 4–10 mass units below the closed neutron shells.

⇒ Neutronhéj-betöltődés mágikus neutronszámoknál ($N_m = 50, 82, 126$)
Neutronbefogási folyamatok

$$_{Z}A(n,\gamma)\,_{Z}(A+1) \xrightarrow{\beta\text{-bomlás}} \,_{Z+1}(A+1) + e^- + \bar{\nu}$$

(Gamow eredeti ötlete a BBN-re ⇒ nem megy az $A=5, 8$ stabilitási hézagok miatt)

s-folyamat (slow): lassú n-befogás; stabil magok
r-folyamat (rapid): gyors —"— ; instabil magok

Honnan tudjuk?

- a vas-csúcs elemeinek csak $\sim 3\%$-a szükséges az összes nehéz elem szintéziséhez ($A > 70$); van elég csira (seed) anyag.
- a csillag élete során időlegesen (nagy) neutronfluxusok vannak jelen
- az n-befogási hatáskeresztmetszet óriási, különösen nagy A-kra $\Rightarrow$ a nehéz elemek könnyen befognak neutronokat.

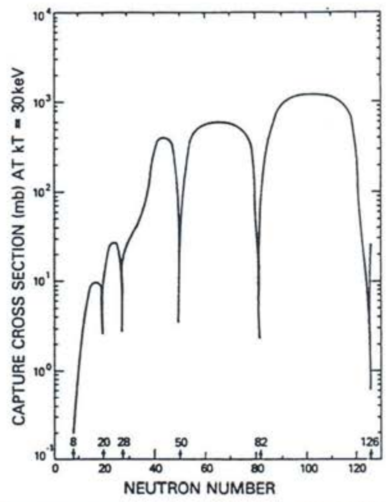


FIGURE 9.6. The measured average neutron-capture cross sections ⟨σ⟩ at 30 keV are shown schematically as a function of neutron number N of the nuclei (All71, Ulr82, Käp82, Alm83). Note the large dips near the neutron closed shells at N = 8, 20, 28, 50, 82, and 126.

- a nehéz elemek gyakorisága n-befogásra utal.
- technéciumvonalak felfedezése vörös óriásokban (1952): a Tc-nek nincs stabil izotópja ($^{98}_{43}Tc$, vas: $^{56}_{26}Fe$), $\tau_{1/2} < 1$ mill. év $\Rightarrow$ ma is folyik a szintézise (csak n-befogás lehet)

- A n-befogási hatáskeresztmetszetek jól mérhetők: a csillagokban keletkezett n-k gyorsan termalizálódnak, és

$$\sigma(E_{th}) \sim 1/v \sim 1/\sqrt{E_{th}}$$

- A nukleoszintézis mechanizmusa a neutronfluxustól és a keletkező izotópok β-bomlási idejétől függenek

n-befogás
$$(Z, A) + n \rightarrow (Z, A+1) + \gamma$$
$$(Z, A+1) + n \rightarrow (Z, A+2) + \gamma$$
$\tau_{n\gamma}$ – átlagos n-befogási idő

van elég n-fluxus

$$\vdots$$

$$(Z, A') \rightarrow (Z+1, A'-1) + e^- + \bar{\nu}$$
τ_β – átlagos β-bomlási idő (Z

$(Z+1, A'-1)$ stabil vagy β-instabil

Ha $\tau_{n\gamma} \gg \tau_\beta \Rightarrow$ s-folyamat

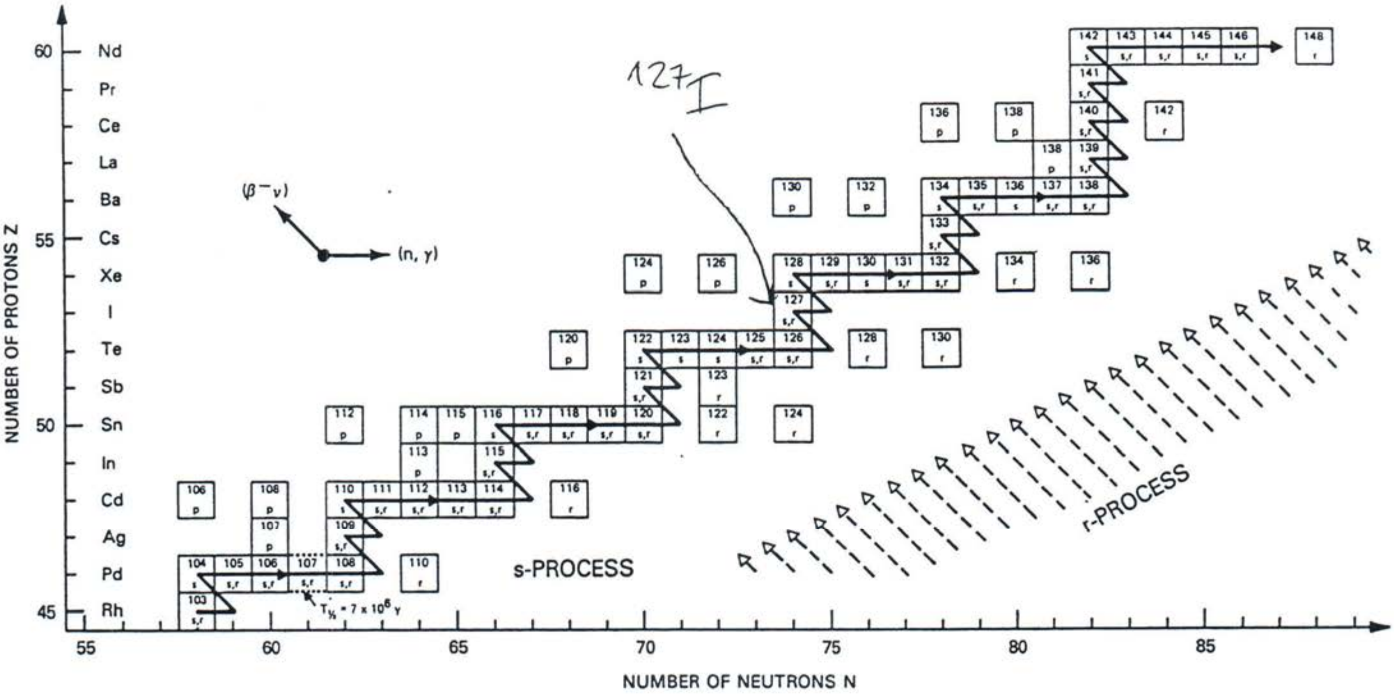


FIGURE 9.7. A section of the chart of nuclides and the *s*-process path through the elements in this mass region. Note that the path bypasses the *p*- and *r*-process nuclei. The *r*-process nuclei are the end products of an isobaric β-decay chain, the flow of which is indicated by the inclined arrows, from neutron-rich progenitors produced in an intense neutron flux. When this flux ceases, the progenitors "rain" down to the valley of stability via β-decay.

pl.: $^{127}I + n \rightarrow {}^{128}I + \gamma$; ^{128}I instabil ($T_{1/2} = 25$ min.)

$^{128}I \rightarrow {}^{128}Xe + e^- + \bar{\nu}$ $\quad$ ^{128}Xe stabil

$^{128}Xe + n$ befogások $\Rightarrow$ ^{133}Xe ($T_{1/2} = 5.3$ nap) $\rightarrow {}^{133}Cs \rightarrow$

^{134}Cs ($T_{1/2} = 2.3$ év) $\rightarrow {}^{134}Ba \rightarrow$ stabil Ba izotópok

A stabilitási völgyben halad végig

$\sigma \approx 0.1$ b $\quad (E = 30$ keV $\rightarrow v_T \approx 3\cdot 10^8$ cm/s$)$ $\quad$ He-égés hőmérséklete

$1\,b = 10^{-28}\,m^2$ $\quad \langle\sigma v\rangle \approx 3\cdot 10^{-17}\,cm^3/s$ $\quad$ reakcióhozam

$\tau_{n\gamma} = 1/(\langle\sigma v\rangle \cdot N_n)$

$\tau_{n\gamma} N_n = 1/\langle\sigma v\rangle = 3\cdot 10^{16}\ s\ \frac{neutron}{cm^3}$

n-befogási élettidő!

$\tau_\beta \sim 1s - 1$év $\qquad$ nap - év $\ll \tau_{n\gamma} \sim 10$ év $(\approx 3\cdot 10^8 s)$

$\Downarrow$

$N_n \approx 10^8 \frac{n}{cm^3}$

Sokkal nagyobb $N_n \rightarrow$ az instabil izotópnak nincs ideje elbomlani $\rightarrow$ n befogás $\Rightarrow$ r-folyamat

• $N=61$: nincs stabil izotóp ⇒ ^{107}Pd hosszú élettartamú;
$T_{1/2} = 7 \cdot 10^6$ év ⇒ ha $\tau_{n\gamma} \leq T_{1/2}$ (^{107}Pd), akkor az s-folyamat a stabil ^{108}Pd irányába megy ($N \geq 10^2 \frac{n}{cm^3}$).
Ha $N_n < 10^2$ akkor β-bomlás ⇒ s-folyamatbeli elágazás (branching)

Izomer elágazás

^{176}Lu : $Z=71$
$N=115$

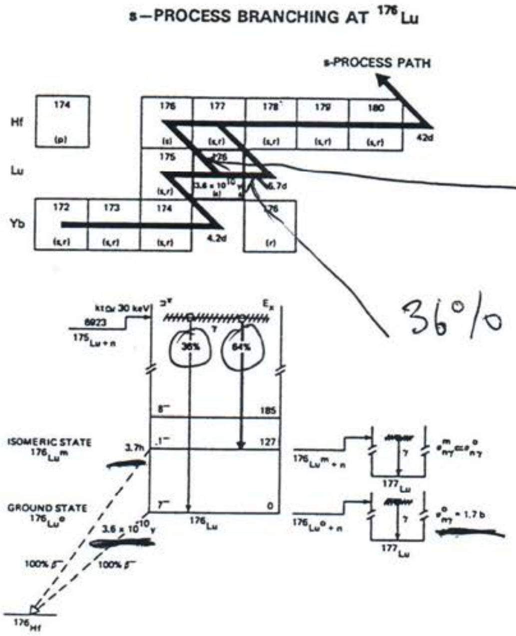


FIGURE 9.11. The s-process branching at the isotope ^{176}Lu is due to the isomeric state in ^{176}Lu at 127 keV excitation energy, which is significantly populated by neutron capture on ^{175}Lu.

64%

36%

$N = 10^8 \frac{n}{cm^3}$ -nél

$\sigma_{n\gamma} \approx 1$ b

$\tau_{n\gamma} \approx 1$ év

Hasonló problémák pl. $N = 35, 39, 45, 89, 115, 123$-nál.
⇒ Az s-folyamat több különböző n-fluxus mellett is kell hogy menjen (különböző helyszínek).

• Az s-folyamat működési helye: He-égési héj pulzáló vörös óriásokban (kis tömegű, $4 M_\odot$, AGB csillagok); He- és C-égési fázisok masszív ($10-30 M_\odot$) csillagokban.
Neutronforrás: főként $^{22}Ne(\alpha,n)^{25}Mg$, esetleg
$^{12}C(p,\gamma)^{13}N(e^+,\nu)^{13}C(\alpha,n)^{16}O$ (shell-flash-nél)
(CNO: $^{13}C+p$)

• A legnehezebb, s-folyamatban szintetizált izotóp: $^{209}_{83}Bi$ (az utolsó stabil mag) → α-bomlás állítja meg a folyamatot. ($^{210}Bi \rightarrow {}^{206}Tl + \alpha$)

Ha $\tau_{n\gamma} << \tau_\beta \Rightarrow$ r-folyamat

$\tau_{n\gamma} \sim 10^{-3}$ s $<<<$ β-stabilitáshoz közeli izotópok élettideje

$\Downarrow$

az r-folyamat stabilitástól távoli magokon (n kötési energia $\gtrsim 0$) környékén zajlik (drip line) $E_n \to 0 \Rightarrow \tau_\beta \to 0$

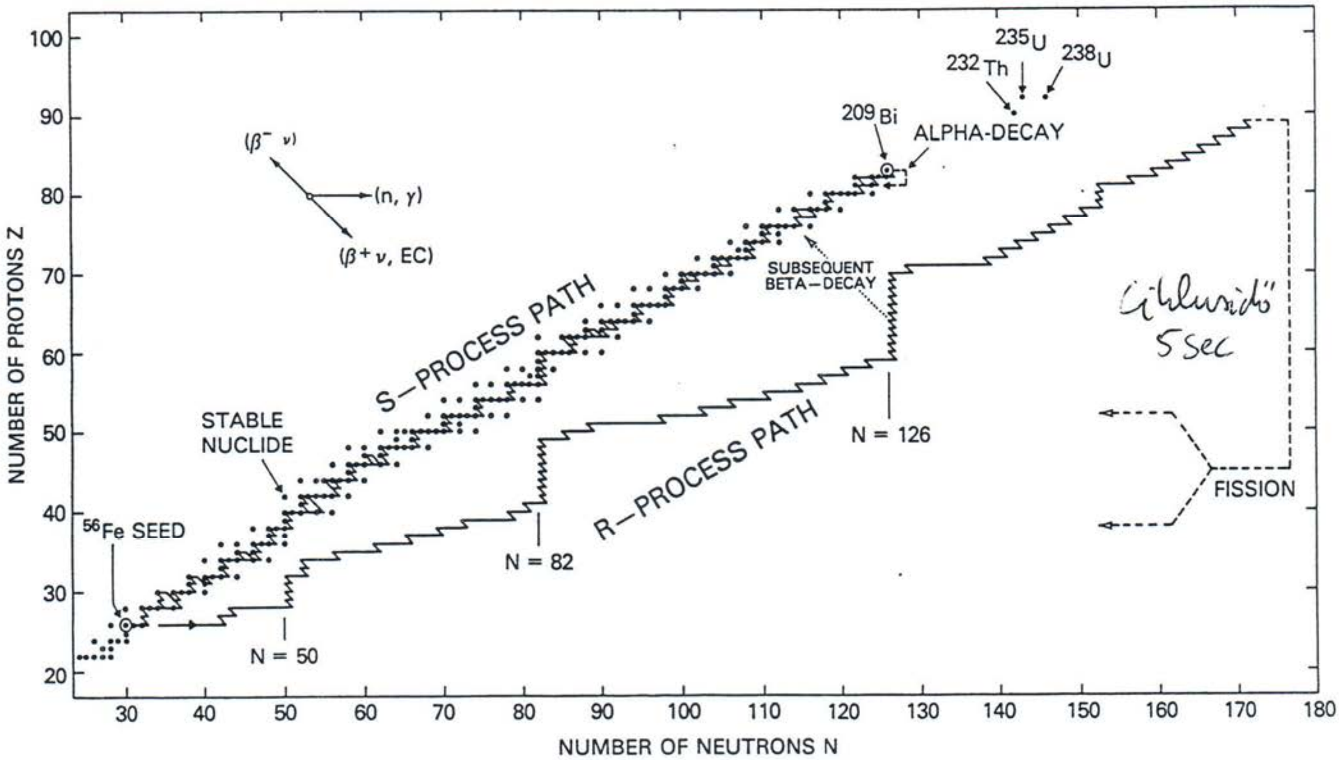


FIGURE 9.13. Neutron-capture paths for the *s*-process and the *r*-process are shown in the (*N*, *Z*)-plane. Both paths start with the iron-peak nuclei as seeds (mainly ^{56}Fe). The *s*-process follows a path along the stability line and terminates finally above ^{209}Bi via α-decay (Cla67). The *r*-process drives the nuclear matter far to the neutron-rich side of the stability line, and the neutron capture flows upward in the (*N*, *Z*)-plane until β-delayed fission and neutron-induced fission occur (Thi83). The *r*-process path shown was computed (See65) for the conditions $T_9 = 1.0$ and $N_n = 10^{24}$ neutrons cm^{-3}.

$\tau_\beta << 1 sec \Rightarrow \tau_{n\gamma} \gtrsim 10^{-3} - 10^{-4}$ s $\Rightarrow \tau_{n\gamma} = 10^{-4}$ s esetén

$N_n = 3 \cdot 10^{20} \frac{n}{cm^3}$!! óriási n-fluxus $\Rightarrow$ explozív környezet

Ha N_n jelentősen lecsökken $\Rightarrow$ β-bomlás vissza a stabilitási völgybe (A = const.)

- Az r-folyamatban szintetizálódott elemek gyakorisága

$N_\odot = N_r + N_s + N_{r,s} + N_p$ $\quad N_r \gtrsim N_\odot - N_s = N_\odot - f(A)/\sigma(A) \Leftarrow$ mért σ

$f(A)$: s-izotópok $\sigma_{mért} \cdot N^{solar}_{mért}(A)$ eloszlására illesztett sima görbe

f/σ várhatóan levonja az r,s-beli s járulékot is

N_r: kis szám; két nagy szám különbsége $\Rightarrow$ bizonytalanság

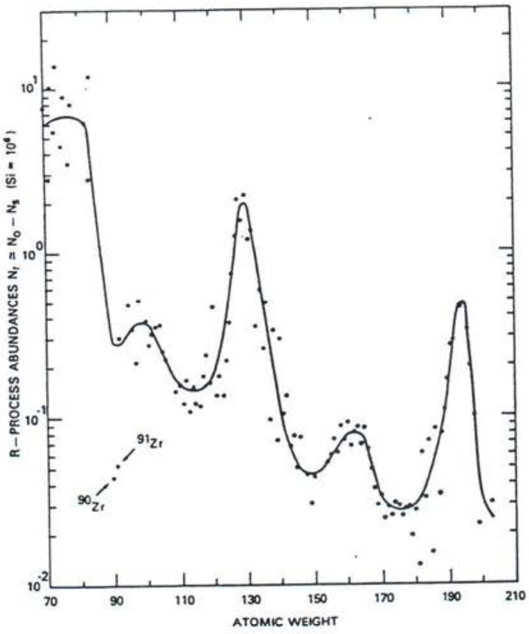


FIGURE 9.12. Approximate r-process abundances N_r derived (Käp82) as the difference between solar abundances $N_\odot$ and calculated s-process abundances N_s. The line through the data points is to guide the eye. The Pb and Bi isotopes are omitted because of their more complex s-process history (Cla67). The isotopes ^{90}Zr and ^{91}Zr appear to be produced by the s-process to 99% and 97%, respectively, hence their N_r determinations are critically dependent on neutron-capture cross sections. The most important characteristics are the three main abundance peaks at $A \simeq 80$, $A \simeq 130$, and $A \simeq 195$, which led to the identification of the r-process.

$$N_r = N_\odot - N_s$$

$\sigma(n,\gamma) \sim \sigma(\gamma,n)$

+ n befogás ⇒ azonnali, γ fotokilökés

- Minden Z-re van egy várakozási pont (waiting point), ahol a β-bomlásra vár. Ott a szintetizált izotópmennyiség

$$N_Z \sim \tau_\beta(Z)$$

s-folyamatnál: $N_A \sim 1/\sigma_A(n,\gamma)$

- Speciális várakozási pontok az n-héjlezáródásoknál

$$N_m = 50,\ 82,\ 126$$

N_m -nél a neutron kötési energiája nagyon kicsi, $\sigma(n,\gamma)$ kicsi ⇒ $\tau_{1/2}$ nagy, β bomlás (τ_β nagyobb mint a többinél) ⇒ feldúsulás; n befogás → N_m továbbra is mágikus neutronszám ⇒ β-bomlás stb. ⇒ N_m-nél több várakozási pont van; több n-befogás és β-bomlás növekvő Z-vel. Végül Q_n elég naggyá válik a mágikus szűkület legyőzéséhez (közelebb a stabilitáshoz) ⇒ N_m+1, N_m+2, ... ⇒ az r-folyamat folytatódik

- Ha N_n lecsökken ⇒ az r-folyamat leáll ⇒ β-bomlás a stabilitás eléréséig (A = const.) ⇒ adott N_m-nél kisebb N_Z mint az s-folyamat esetén ⇒ kettős csúcsú izotópgyakoriság-eloszlások

$N_n = 50, 82, 126$

s-folyamat: $N_Z \approx 40, 56, 82 \Rightarrow A \approx 90, 138, 208$

r-folyamat $\begin{cases} N_Z \approx 30, 48, 66 \Rightarrow A \approx 80, 130, 192 \\ \beta\text{-bomlás után: } N_N \approx 46, 76, 116 \quad N_Z \approx 34, 54, 76 \end{cases}$

- A r-folyamat elkerüli a természetes α-radioaktív izotópokat (amik megállítják az s-folyamatot). $A \approx 270$ körül a neutron ill. β-bomlás által indukált hasadás állítja meg. $\Rightarrow$ Visszatáplálás $A \approx A_{max}/2$-be ($E_{coulomb} \sim Z^2$)
- A hosszú életű transz-Bi elemek (pl. ^{232}Th, ^{235}U, ^{238}U) kizárólag az r-folyamatban születhetnek
- Az r-folyamat várakozási pontjainak helye függ N_n, T, Q_n-től. A stabilitástól távoli magok ~~pontos~~ tulajdonságait (tömeg, Q_n, $\sigma_{n\gamma}$, élettidő stb.) pontosan kellene ismerni $\Rightarrow$ radioaktív nyalábok (lásd később).
- Az r-folyamatból jövő elemgyakoriság független a csillagbeli nehézelem-dúsítástól $\Rightarrow$ az r-folyamatnak le kell gyártania a saját "seed"-jeit. $n, p, \alpha \Rightarrow$ expanzió, lehűlés $\Rightarrow$ kondenzáció nagyobb magokba. Az $A=5$ és $A=8$ stabilitási hézagok kikerülése: $\alpha+\alpha+\alpha$; $\alpha+n+n$; $\alpha+\alpha+n$
- Hol zajlik az r-folyamat?
Szupernovák, ütköző neutroncsillagok, ... ?
A pontos válasz egyelőre nem ismert. A jelenlegi legesélyesebb jelölt: neutrinók által felhevített buborék a protoneutroncsillagon kívül (forró, neutrondús, kis sűrűségű).

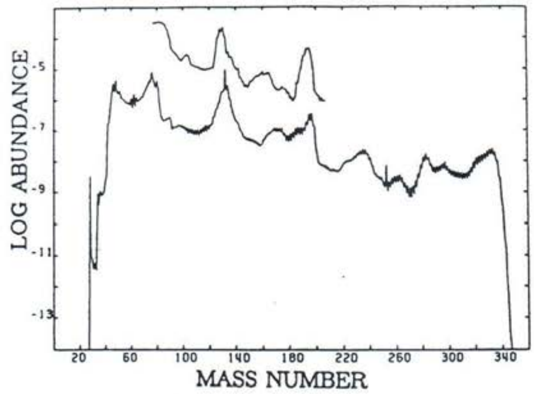


FIGURE 9.14. Plot of *r*-process abundances produced in the thermal runaway model (*lower curve*) of Cameron, Cowan, and Truran (Cam85) compared with the solar system *r*-process abundances (*upper curve*, Fig. 9.12). The calculations do not include β-delayed fission (Thi83, Kla83) and thus lead to the production of nuclei up to $A = 340$. The vertical normalization is arbitrary.

dinamikus r-folyamat
(n,γ), (γ,n), β-váltás
időfüggő T, N_n

A számolt elemgyakoriság fő jellemzői jól egyeznek a szoláris gyakorisággal.

- Más folyamatok?

- sok izotópot az s- és r-folyamat egyaránt szintetizál
- az n-gazdag izotópokat csak az r
- ~28 izotópot csak az s; ~27 et csak az r
- p-folyamat: protondús magok a stabilitási völgyben; e^+ keltés és befogás, p-befogás, (γ,n) vagy (p,n) folyamat s- vagy r-izotópokból mint csíra (seed) magoktól
Nem teljesen megértett minden részlet

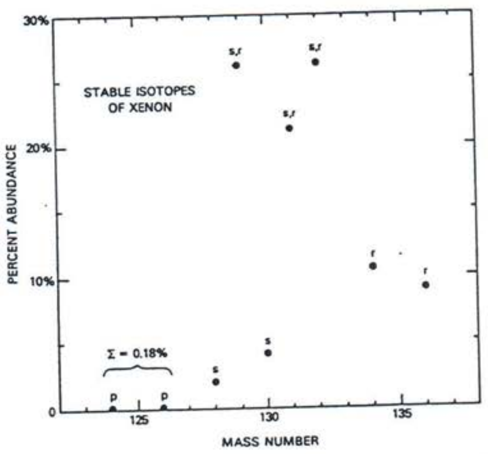


FIGURE 9.8. Evidence for the operation of three separate processes (*p*, *s*, and *r*) in the formation of the stable isotopes of the element xenon is given by the isotopic abundances (Cam82). The first two isotopes can be produced only in the relatively rare *p*-process, and their abundances are seen to be quite small (together only 0.18%). The most abundant isotopes are produced by neutron capture at a slow rate (*s*-process) and/or at a rapid rate (*r*-process).

• A könnyű elemek eredete (a Li-Be-B probléma)

A könnyű elemek (l-elemek, light) szintézise problémát jelent az A=5 és A=8 stabilitási hézagok miatt ⇒ A H- és He-égés elkerüli ezeket az elemeket (LiBeB). Ha keletkeznek is, könnyen megsemmisülnek (pl. (p, α) reakcióban) ⇒ eredetük nem lehet csillagbeli szintézis. Hasonló okok miatt a BBN sem lehet az eredetük (kivéve kevés ^7Li-et)

^6Li, ^9Be, ^{10}B, ^{11}B valamilyen más folyamatban kell hogy keletkezzenek

• B^2FH (Burbridge, Burbridge, Fowler, Hoyle: Rev. Mod. Phys. 29, 547 (1957)

hipotetikus l-folyamat

Alacsony hőmérsékletű és/vagy kis sűrűségű színhely kell, hogy a szintézist ne kövesse megsemmisülés.

A megoldás kulcsa: a galaktikus kozmikus sugárzásban ezek az elemek ~ 10^6-szorosan fel vannak dúsulva a naprendszerbeli gyakoriságukhoz képest.

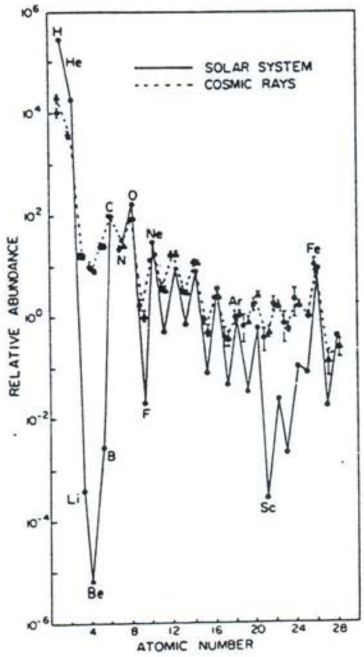


FIGURE 10.4. The solar system abundances of the elements (Cam82), sometimes referred to as the "local galactic abundances," are compared with those of the cosmic-ray matter as measured at the top of the earth's atmosphere (Mey74), normalized to carbon = 100. The most outstanding differences are in the light elements Li, Be, and B.

• A galaktikus kozmikus sugárzás detektálása (a légkörön kívül) az egyetlen lehetőségünk nem-naprendszerbeli anyag vizsgálatára

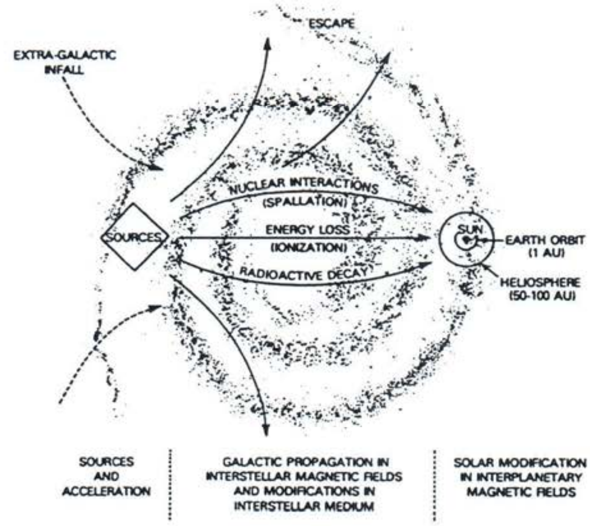


FIGURE 10.5. Shown schematically is the life history of a cosmic ray from acceleration in the source through propagation and modification in the Galaxy to observation on earth. For details of the propagation and modification of cosmic-ray matter in the Galaxy and the solar system, as well as the determination of the cosmic-ray composition at their sources, see Sim83. The solar system with its heliosphere at 50–100 astronomical units (AU) is not drawn in proper scale relative to the dimensions of our Galaxy.

• Kozmikus sugarak (elsődleges): p, α, nehezebb elemek magjai (teljesen ionizáltak). Folytonos energiaspektrum $\sim 10^{14}$ MeV-ig.

Fluxus:

$$\phi_p(E) \sim E^x \qquad p\text{ - atommag, } E/\text{nukleon}$$

$$x = 2.5 - 2.7$$

10^9 MeV alattiak: Galaktikus eredetűek

-11- fölöttiek: valószínűleg extragalaktikus

• Keletkezési helyük és a gyorsítás mechanizmusa bizonytalan: supernova-kilövellés, intersztelláris gáz + supernova lökéshullám, ISM, csillag-fler, ... ?

• Az átlagos kozmikus sugárzási fluxus ~konstans 4 milliárd éve (meteorit-adatokból)

• A LiBeB kivételével (+ ^{19}F → neutrino-nukleoszintézis) a galaktikus izotópgyakoriság jó összhangban van a szoláris gyakorisággal.

De: vannak eltérések ⇒ megszorítások a keletkezési helyre.

• Az ISM kölcsönhatása a kozmikus sugárzás részecskéivel ⇒ feltörés (spalláció, sok részecske a végállapotban). Pl.:

$$
\begin{aligned}
p + {}^{12}C \rightarrow\ & {}^{11}B + 2p && Q = -16\ MeV \\
& {}^{10}B + 2p + n && \\
& {}^{10}B + {}^{3}He && \\
& {}^{9}Be + 3p + n && \\
& {}^{9}Be + {}^{3}He + p && -26\ MeV \\
& {}^{7}Li + 4p + 2n && \\
& {}^{7}Li + {}^{4}He + 2p && -24.6\ MeV \\
& {}^{6}Li + 4p + 3n && \\
& {}^{6}Li + {}^{4}He + 2p + n && \\
& {}^{6}Li + {}^{4}He + {}^{3}He && -24.2\ MeV
\end{aligned}
$$

Alacsony hőmérsékletű és kis sűrűségű közegben zajlik. Jó egyezés az elmélet és megfigyelés között: valószínűleg ez az l-folyamat. ^7Li eredete: BBN

TABLE 10.2 Estimates of LiBeB Production by Galactic Cosmic Rays[a]

Nuclide	σ^i_{pC} (mb)	σ^i_{pO} (mb)	$\left(\frac{N_i}{H}\right)_{theo}$ ($\times 10^{-12}$)	$\left(\frac{N_i}{H}\right)_{obs}$ ($\times 10^{-12}$)	$\left(\frac{N_i}{H}\right)_{theo} / \left(\frac{N_i}{H}\right)_{obs}$
^6Li	14.8	13.9	45	70	0.64
^7Li	20.5	21.2	66	900	0.07
^9Be	6.2	4.4	16	14	1.14
^{10}B	22.7	12.7	51	30	1.70
^{11}B	57.0	26.5	118	120	0.98

[a] From Aus81.

Nukleoszintézis módok és helyszínek (összefoglalás)

• BBN 25% ^4He, 74 % H
• Csillagok: $H \rightarrow {}^4He$, ${}^4He \rightarrow {}^{12}C$, ${}^{12}C \rightarrow {}^{16}O$, ...
- Törzsbeli égés + héjégés (nagyobb Z)
- kis tömeg: planetáris köd + fehér törpe (→ fekete törpe)

– nagy tömeg: He-égési fázis során (He-shell-flash + He és C égés) s-folyamat (a nehéz elemek fele) ⇒ A = 88, 138, 208 csúcs

– II. supernova: r-folyamat (a nehéz elemek másik fele) ⇒ A = 80, 130, 195 csúcsok; exploziv- és neutrino-nukleoszintézis ⇒ ^{19}F

• Kettőscsillagok; az egyik csillag fehér törpe vagy neutroncsillag

– fehér törpe + akkréció: nova (forró CNO: H-égés nagyon magas T-n)

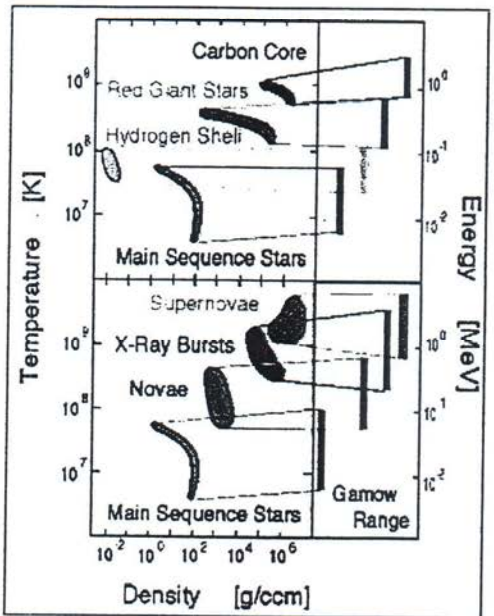
– neutroncsillag + lassú akkréció: Röntgen-kitörés ~ 10 sec

–″– + gyors –″– : Röntgen-pulzár; folytonos égés ⇒

⇒ rp, αp folyamat ⇒ protondús magok (p magok)

– gyors akkréció fehér törpén vagy két fehér törpe összeolvadása ⇒ Ia supernova ⇒ a vas-szintézis jelentős része; Standard gyertyák a kozmológiai távolságméréshez ⇒ gyorsuló tágulás

• Spalláció kozmikus sugárzás révén: Li, Be, B



Summary of conditions in various astrophysical burning phases.
Upper Left: Burning in stellar cores and shells. The extended shapes take into account a stellar mass range of about 1 to 30 solar masses.
Lower Left: Same for several explosive phenomena.
Right: The Gamow window for H, He and ^{12}C capture on ^{12}C. This window encompasses the range of center-of-mass bombarding energies which contributes to energy generation and nucleosynthesis, and for which astrophysical reaction rates must be known. It also determines the range of excitation energies for resonances and continuum excitations that are studied by indirect means.