Nemegyensúlyi statisztikus fizika

utolsó EA 05.18.

1/

Boltzmann-egyenlet

sűrűségop. (eloszlás) → mozgásegyenlet → master egyenlet

$A = \{ \dots \overset{a}{n_a} \dots \}$ ~~a~~ betöltési számok összessége pl $a = (p, \sigma)$

$$\dot{P}(A,t) = \sum_{\substack{A' \\ A' \neq A}} \left(W(A,A') P(A',t) - W(A',A) P(A,t) \right)$$

$$\overline{n_b} = \sum_A P(A)\, n_b(A)$$

$$\dot{\overline{n_b}} = \sum_{A,A'} W(A,A') P(A') \left(n_b(A) - n_b(A') \right)$$

előző órával

W milyen átmenetet ad meg?

$W(A,A') \neq 0$ ha ~~A~~ A és A' egyetlen részecske állapotváltozásával kapcsolódik

i) $A = \{ \dots \overset{b}{0} \dots \overset{a}{1} \dots \}$, $A' = \{ \dots \overset{b}{1} \dots \overset{a}{0} \dots \}$

b és a kvantumállapotok

$b \to a$

$n_b(A) - n_b(A') = -1$

$$- \sum_a w(a,b) \sum_{A'} P(A') (1 - n_a(A')) n_b(A')$$

vagy

ii) $A = \{ \dots \overset{b}{1} \dots \overset{a}{0} \dots \}$, $A' = \{ \dots \overset{b}{0} \dots \overset{a}{1} \dots \}$

$n_b(A) - n_b(A') = 1$

$$\sum_a w(b,a) \sum_{A'} P(A') (1 - n_b(A')) n_a(A')$$

$$\dot{\overline{n_b}} = \sum_{\substack{a \\ a \neq b}} w(b,a) \underbrace{\sum_{A'} P(A') (1 - n_b(A')) n_a(A')}_{\overline{(1-n_b) n_a}} - \sum_{\substack{a \\ a \neq b}} w(a,b) \underbrace{\sum_{A'} P(A') (1 - n_a(A')) n_b(A')}_{\overline{(1-n_a) n_b}}$$

$$\dot{\overline{n_b}} = \sum_{\substack{a \\ (a \neq b)}} \left(w(b,a) \overline{(1-n_b) n_a} - w(a,b) \overline{(1-n_a) n_b} \right)$$

pl: szóródás szennyezéseken:

$$w(b,a) = \frac{2\pi}{\hbar}\delta(\varepsilon_b - \varepsilon_a)\left|\langle b|U|a\rangle\right|^2 = w(a,b) \qquad \text{(időtükrözési szimm.)}$$

$$\dot{\bar n}_b = \sum_{\substack{a \\ a\neq b}} w(b,a)\left(\bar n_a - \bar n_b\right)$$

<u>Leírás szétcsatolással</u> (zárt, ha csak $\bar n_a$ és $\bar n_b$ szerepel, $\overline{n_a \cdot n_b}$ pl nem)

$\overline{n_a \cdot n_b} \approx \bar n_a \cdot \bar n_b$ és vegyünk egyenlőséget!

$$\dot{\bar n}_b = \sum_{\substack{a \\ a\neq b}} w(b,a)\left(1-\bar n_b\right)\bar n_a - w(a,b)\left(1-\bar n_a\right)\bar n_b$$

klasszikus határeset: $\bar n_b$, $\bar n_a \ll 1$

$$\dot{\bar n}_b = \sum_{\substack{a \\ a\neq b}} \left(w(b,a)\,\bar n_a - w(a,b)\,\bar n_b\right)$$

Kétrészecske folyamatok

$$A = \{\ldots \overset{b}{0} \ldots \overset{a_1}{0} \ldots \overset{a_2}{1} \ldots \overset{a_3}{1} \ldots\} \qquad b, a_1 \Rightarrow a_2, a_3$$

új

$$A' = \{\ldots 1 \ldots 1 \ldots 0 \ldots 0 \ldots\}$$

vagy

$$A = \{\ldots 1 \ldots 1 \ldots 0 \ldots 0\}$$

új

$$A' = \{\ldots 0 \ldots 0 \ldots 1 \ldots 1\}$$

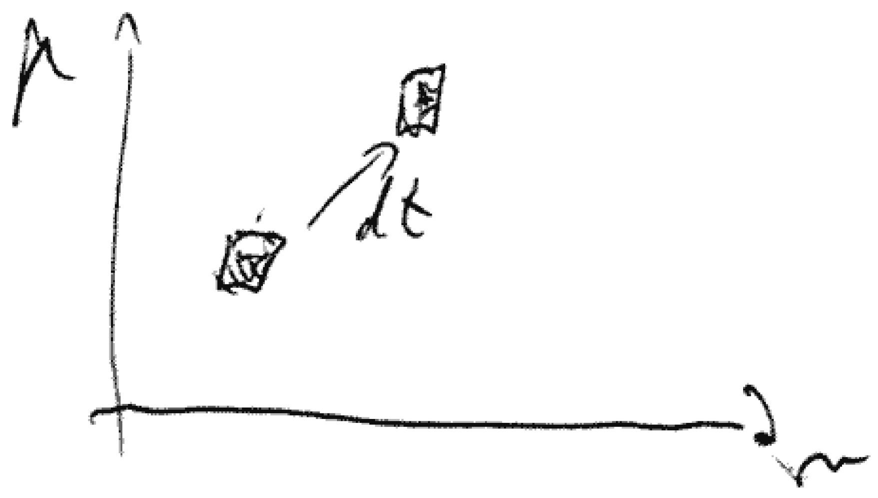
$$\dot{\bar n}_b = \sum_{\substack{a_1,a_2,a_3 \\ (b,a_1,a_2,a_3 \\ \text{különbözőek})}} w(b,a_1;a_2,a_3)\,\overline{n_{a_2} n_{a_3}(1-n_b)(1-n_{a_1})} - w(a_2,a_3;b,a_1)\,\overline{n_b n_{a_1}(1-n_{a_2})(1-n_{a_3})}$$

Boltzmann-egyenlet: (rétcsatolásos)

$$\dot{n}_b = \sum_{a_1,a_2,a_3} \left[w(b,a_1;a_2,a_3)\,\bar{n}_{a_2}\bar{n}_{a_3}(1-\bar{n}_b)(1-\bar{n}_{a_1}) - w(a_2,a_3;b,a_1)\,\bar{n}_b\bar{n}_{a_1}(1-\bar{n}_{a_2})(1-\bar{n}_{a_3}) \right]$$

klasszikus határeset

$$\dot{\bar{n}}_b = \sum_{a_1 a_2 a_3} \left[w(b,a_1;a_2,a_3)\,\bar{n}_{a_2}\bar{n}_{a_3} - w(a_2,a_3;b,a_1)\,\bar{n}_b\bar{n}_{a_1} \right]$$



$f(\underline{r},\underline{p},t)$ betöltésiszám-sűrűség

$$\int d^3p\, f(\underline{r},\underline{p},t) = n(\underline{r})$$

$$f(\underline{r},\underline{p},t)\,\underbrace{d^3r\,d^3p}_{} = f\Big(\underline{r}+\frac{\underline{p}}{m}dt,\ \underline{p}+\underline{F}\,dt\Big)\,\underbrace{d^3r\,d^3p}_{}$$

$t+dt$

Liouville-tétel: egyenlőek

$\Downarrow$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \underline{r}}\frac{\underline{p}}{m} + \frac{\partial f}{\partial \underline{p}}\frac{\underline{F}}{m} = 0$$

ütközésmentes Boltzmann egyenlet

$$\frac{\partial f}{\partial \underline{r}} = \nabla_r f \qquad \frac{\partial f}{\partial \underline{p}} = \nabla_p f$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \underline{r}}\frac{\underline{p}}{m} + \frac{\partial f}{\partial \underline{p}}\underline{F} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ütk}}$$

pl: klasszikus gáz: $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_{\text{ütk}} = \int d^3p_1\,d^3p_2\,d^3p_3\; w(\underline{p},\underline{p}_1;\underline{p}_2,\underline{p}_3)\, f(\underline{r},\underline{p}_2,t)\, f(\underline{r},\underline{p}_3,t) -$

$$- w(\underline{p}_2,\underline{p}_3;\underline{p},\underline{p}_1)\, f(\underline{r},\underline{p},t)\, f(\underline{r},\underline{p}_1,t)$$

Relaxációs idő közelítés

$f_0(\underline{r}, \underline{p}, t)$ stac megoldás, azaz $\left(\frac{\partial f_0}{\partial t}\right|_{ütk} = 0$

$f = f_0 + g$ közelítés

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right|_{ütk} \approx -\frac{g}{\tau} = -\frac{f - f_0}{\tau}$$

---

elektromos vezetés

1 fh $f_0(\varepsilon(p))$ $\quad \varepsilon = p^2/2m$

stac, térben homogén megoldás

$$-e\underline{E}\frac{\partial f}{\partial \underline{p}} = -\frac{f - f_0}{\tau}$$

gyenge elektromos tér: E-ben legalacsonyabb rendig $\qquad \frac{\partial \varepsilon}{\partial \underline{p}} = \frac{\underline{p}}{m} = \underline{v}$

$$-e\underline{E}\frac{\partial f_0}{\partial \underline{p}} = -\frac{f - f_0}{\tau} \Rightarrow f = f_0 + e\tau\underline{E}\frac{\partial f_0}{\partial \underline{p}} = f_0 + e\tau\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}(\underline{E}\cdot\underline{v})$$

$$\underline{j} = -e\bar{v} = -e\int d^3p\, f(\varepsilon(p))\frac{\underline{p}}{m} = \underbrace{-e\int d^3p\, f_0(\varepsilon(p))\frac{\underline{p}}{m}}_{0} - e^2\tau\int d^3p\,\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}(\underline{v}\underline{E})\,\underline{v}$$

0 ahogy várjuk, vagyis külső tér nélkül $\underline{j} = 0$

$$\underline{j} = \underline{\underline{\sigma}}\cdot\underline{E} \qquad j_\alpha = \sum_\beta \sigma_{\alpha\beta}E_\beta \qquad \sigma_{\alpha\beta} = e^2\tau\int d^3p\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) v_\alpha \cdot v_\beta$$

klasszikus határesetben, vezetőképesség

$$f_0 = n \cdot C \cdot e^{-\frac{p^2}{2mkT}} \qquad \sigma_{\alpha\beta} = \frac{e^2\tau}{k_B T} \underbrace{\int d^3p \, f_0 \, v_\alpha v_\beta}_{n \overline{v_\alpha \cdot v_\beta} = n \cdot \delta_{\alpha\beta} \overline{v_\alpha^2} = n \frac{k_B T}{m}}$$

$$\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon} = -\frac{1}{k_B T} f_0$$

degenerált elektrongáz $\quad \tau(\varepsilon)$

$$\sigma_{\alpha\beta} = e^2 \int d^3p \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) v_\alpha \cdot v_\beta \, \tau(\varepsilon) = e^2 \int dp \, p^2 \int d\Omega \, \frac{v_\alpha v_\beta}{v^2} \, v^2 \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) \tau(\varepsilon) =$$

$$\int d\Omega \, \frac{v_\alpha v_\beta}{v^2} = \delta_{\alpha\beta} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4\pi$$

$$= e^2 \delta_{\alpha\beta} \frac{4\pi}{3} \int dp \, p^2 \left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right) \tau(\varepsilon) \left(\frac{p}{m}\right)^2 = \qquad d(\varepsilon)$$

$$\int dp \, (4\pi p^2) = \int d\varepsilon \, D(\varepsilon) \frac{h^3}{2}$$

$v_z = v \cos\vartheta$

$v_y = v \sin\vartheta \cos\varphi$

$v_x = v \sin\vartheta \sin\varphi$

$$= e^2 \delta_{\alpha\beta} \frac{1}{3} \int d\varepsilon \underbrace{\left(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}\right)}_{\delta(\varepsilon - \varepsilon_F)} \tau(\varepsilon) \frac{\varepsilon}{m} d(\varepsilon) =$$

$$= \delta_{\alpha\beta} \frac{e^2}{m} \frac{1}{3} \tau(\varepsilon_F) \, d(\varepsilon_F)$$