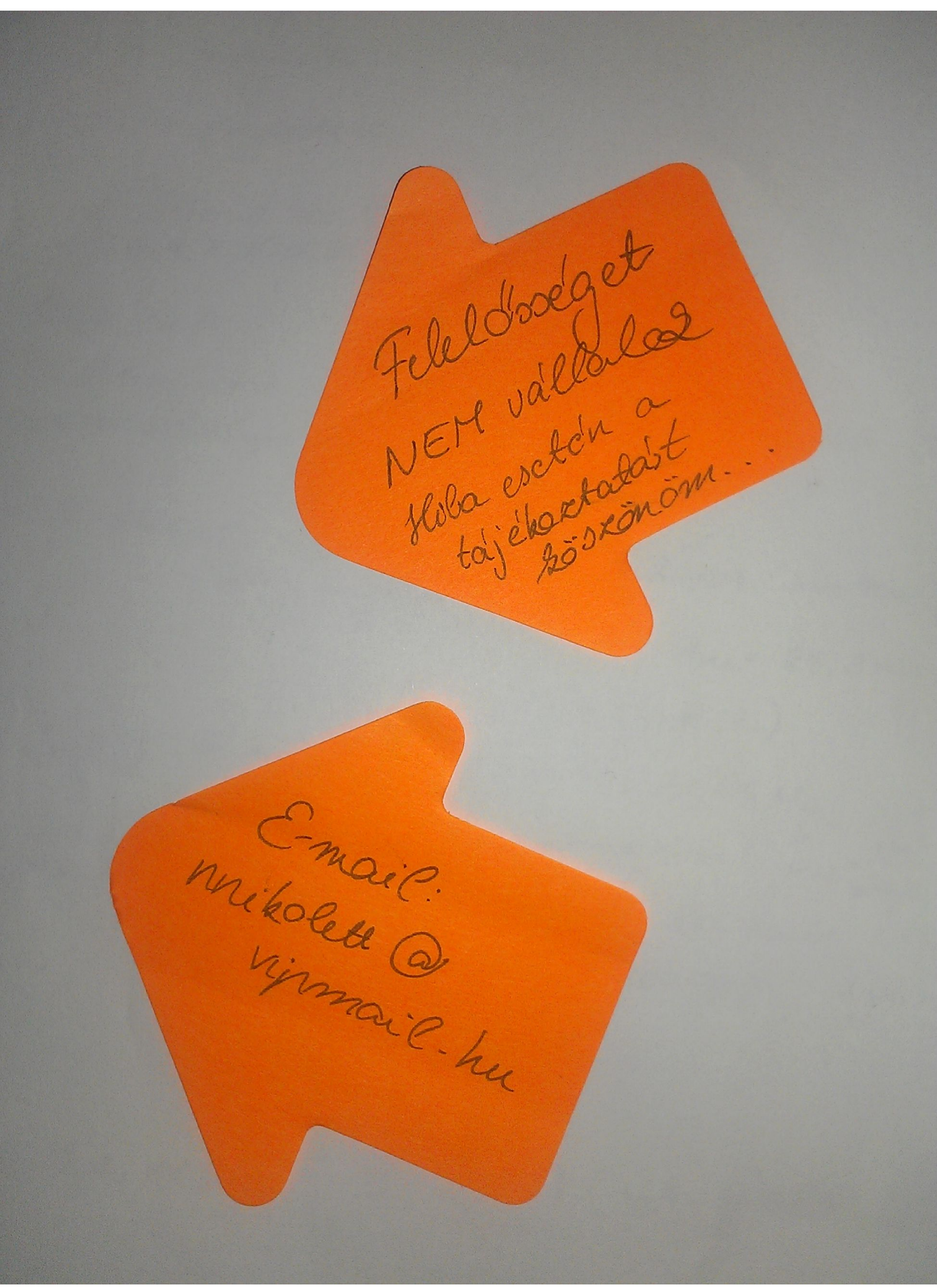


Magfizika 2012. 09. 11.

Csütö: 9.11, 9.18, 9.25, (11.4), 11.13, 11.20.

matrix. elte. hu/csoto

Györgyi Géza: Elméleti magfizika
Vizsga: Szuszfórumon jegyzeterezés

Nukleonok közötti kölcsönhatás

nukleonok száma ~ A

minden nukleon csak a közvetlen szomszédokkal hat kölcsön rövid hatótávolságú kh.

2 nukleon kötött állapot: egyetlen egy: deuteron: neutron + proton

kötési energia $B_d = 2{,}22$ MeV $\stackrel{\text{kicsi}}{\ll}$ $B_{He} = 28{,}3$ MeV

spin: $S = 1$ (Stern-Gerlach)

$\vec{\mu} = \mu_N \sum_{i=1}^{A} (g_i^e \vec{e}_i + g_i^s \vec{s}_i)$ ⇐ mágneses momentum: $\mu = 0{,}86\,\mu_N$

giromágneses együtthatók

magmagneton: $\mu_N = \frac{e\hbar}{2m_p c}$

kvadrupólmomentum: $Q = 3$ mb (kicsi)

$1\,\text{bam} = 100\,\text{fm}^2$ $1\,\text{fm} = 10^{-15}\,\text{m}$

$g^e = \begin{cases} 1 & p \\ 0 & n \end{cases}$

$g^s = \begin{cases} 2{,}79 & p \\ -1{,}91 & n \end{cases}$

méret:

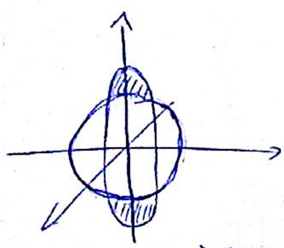
$\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 2{,}1$ fm

$\mu_p^s + \mu_n^s = 0{,}88\,\mu_N \Rightarrow \ell = 0$

$Q = \int \rho(\vec{r})\,(3z^2 - r^2)\,d^3\vec{r}$ ↑z ↑s

anyag sűrűségeloszlása

koordinátarendszer z iránya = spinirány

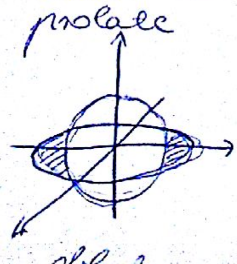


szivar $z > R \Rightarrow Q > 0$
prolate

$\rho(\vec{r}) = \rho_0$ $Q = \int \rho_0 (3z^2 - r^2)\, r^2 \sin\vartheta\, dr\, d\vartheta\, d\varphi = 0$
$z = r\cos\vartheta$

gömbszimm., konst sűrűségű objektum kvadrupólmomentuma 0.

⇒ deuteron ilyen a Q értéke alapján.



$z < R \Rightarrow Q < 0$

oblate

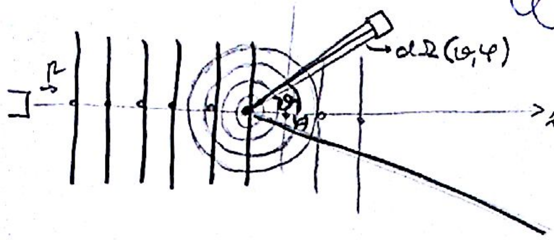
extrém prolate:

$Q = \rho(3R^2 - R^2) \cdot V \approx 20\,\text{fm}^2 = 200$ mb

ehhez képest 3 mb kicsi ⇒ kis mértékben deformált

de $l=0$ gömbszimmetrikus $\Rightarrow$ kell másik impulzusmomentum komponens is.

Nincs több kötött állapot $\Rightarrow$ szórási állapot a kü. jellemzésére gyorsítóból szórunk a céltárgyra



$$\psi_{be} \xrightarrow[r\to\infty]{} e^{ikz}$$

$$\psi_{ki} \xrightarrow[r\to\infty]{} e^{ikz} + \underbrace{f\frac{e^{ikr}}{r}}_{\psi_{szórt}}$$

kölcsönhatás miatt jelenik meg ő ad a potenciálról információt (f)

infinitezimális térszögekkel nézve letapogatjuk a szórási képet.

j_{be}^z: idő- és felületegységen beeső részecskék száma

$dN(\vartheta,\varphi)$: ϑ,φ szögekhez tartozó $d\Omega$ infinitezimális térszögön szóródott részecskék száma

$$dN(\vartheta,\varphi) \equiv j_{be}^z \underbrace{\sigma(\vartheta,\varphi)}_{hkm} d\Omega \quad \text{definíció}$$

$$dN(\vartheta,\varphi) = j_{szórt}^r \cdot r^2 d\Omega$$

$$\vec{j} = \frac{i\hbar}{2m}\left(\vec{\nabla}\psi^*\psi - \psi^*\vec{\nabla}\psi\right)$$

$$j_{be}^z = \frac{i\hbar}{2m}\left(-ik\, e^{-ikr} e^{ikr} - e^{-ikr} ik\, e^{ikr}\right) = \frac{\hbar k}{m}$$

$$r=z$$

$$j_{szórt}^r = \frac{i\hbar}{2m}\underbrace{\left(f^* \frac{-ik e^{-ikr} r - e^{-ikr}}{r^2} f \frac{e^{ikr}}{r} - f^* \frac{e^{-ikr}}{r} \frac{ik e^{ikr} r - e^{ikr}}{r^2} f\right)}_{|f|^2\left(-\frac{2ik}{r^2}\right)} = \frac{\hbar k}{mr^2}$$

$$dN(\vartheta,\varphi) = \frac{\hbar k}{mr^2}|f|^2 r^2 d\Omega$$

$$dN(\vartheta,\varphi) = \frac{\hbar k}{m}\sigma(\vartheta,\varphi)d\Omega = \frac{\hbar k}{m}|f|^2 d\Omega$$

$\sigma(\vartheta,\varphi) = |f(\vartheta,\varphi)|^2$ szórási amplitúdó: f

Szórás olyan potenciálból, mely nem alakmaradó
mivel a bejövő és a szóródás más szimmetriájú ⇒ σ függ a potenciál

ℓ-től viszont nem függ (hengerszimmetria esetén)

$$\sigma(\vartheta) = |f(\vartheta)|^2$$

pontos alak ⇒ Schrödinger-egyenlet megoldása a szórásra

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi + V\Psi = E\Psi$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m_1}\Delta_{\vec{r}_1}\Psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2) - \frac{\hbar^2}{2m_1}\Delta_{\vec{r}_2}\Psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2) + V(\vec{r}_1,\vec{r}_2)\Psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2) = E\Psi(\vec{r}_1,\vec{r}_2)$$

legegyszerűbb potenciál választása: $V_c(r = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1|)$ centrális

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \qquad \vec{R} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2} \qquad m_1+m_2 = M$$

$$\Delta = (\vec{\nabla})^2$$

$$\vec{\nabla}_{\vec{r}_1} = \left(-\vec{\nabla}_{\vec{r}} + \vec{\nabla}_{\vec{R}}\frac{m_1}{M}\right) \qquad \vec{\nabla}_{\vec{r}_2} = \left(\vec{\nabla}_{\vec{r}} + \vec{\nabla}_{\vec{R}}\frac{m_2}{M}\right)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{1}{m_1}\Delta_{\vec{r}} + \frac{1}{m_1}\frac{m_1^2}{M^2}\Delta_{\vec{R}} + \frac{1}{m_2}\Delta_{\vec{r}} + \frac{1}{m_2}\frac{m_2^2}{M^2}\Delta_{\vec{R}} + \text{keresztjegyű tagok}\right) =$$

$$= -\frac{\hbar^2}{2}\underbrace{\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{m_2}\right)}_{\frac{1}{\mu}}\Delta_{\vec{r}} - \frac{\hbar^2}{2M}\Delta_{\vec{R}}$$

redukált tömeg: $\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2}$

$\vec{R} = 0$ TKP rendszerben relatív mozgás

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta_{\vec{r}}\Psi(\vec{r}) + V_c(r)\Psi(\vec{r}) = E\Psi(\vec{r})$$

$\Psi(\vec{r}) = R(r)\,Y(\vartheta,\varphi)$ mivel centrális a potenciál.

$\Delta_{\vec{r}} = \Delta_r + \Delta_{\vartheta,\varphi}$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left((\Delta_r R(r))Y + R(\Delta_{\vartheta,\varphi}Y)\right) + VRY = ERY$$

Y mindenhol szorzó, kivéve itt ⇒ legyen $\Delta_{\vartheta,\varphi}$ sajátfüggvénye

$$\Delta_{\vartheta,\varphi}Y_{\ell m}(\vartheta,\varphi) = \underbrace{-\frac{\ell(\ell+1)}{r^2}}_{\text{gömbfüggvények}}Y_{\ell m}(\vartheta,\varphi) \qquad (L^2 = -r^2\hbar^2\Delta_{\vartheta,\varphi})$$

Hosszú mindenhol szorzó ⇒ egyszerűsíthetjük vele

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(\Delta_r R - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}R\right) + VR = ER$$

$$\Delta_r f(r) = \frac{1}{r}\frac{\partial^2}{\partial r^2}(fr)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left((Rr)'' - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}Rr\right) + VRr = ERr$$

$$u(r) = R(r)\,r$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(u'' - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}u\right) + Vu = Eu$$

$$E = \frac{p^2}{2\mu} = \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu}$$

neutron és proton tömege $\approx 1\ \frac{GeV}{c^2}$ ehhez képest minden más kis tömeg $\Rightarrow$ nem relativisztikus

$$u'' + \left(k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\right)u - \frac{2\mu}{\hbar^2}V(r)u(r) = 0$$

- $V=0$, $\ell=0$

$$u'' + k^2 u = 0 \qquad u'' = -k^2 u$$

$$u = A\sin kr + B\cos kr$$

ha nem szinguláris $\Rightarrow u = \sin(kr)$

$u \underset{r\to\infty}{\to} \sin(kr)$

- $V=0$, $\ell\neq 0$ aszimptotikus m. o. hasonló

$$u \underset{r\to\infty}{\to} \sin\left(kr - \ell\tfrac{\pi}{2}\right)$$

(Bessel-egyenlet jellege miatt)

- $V\neq 0$, $\ell\neq 0$, $V \underset{r\to\infty}{\to} 0$

$$u_\ell \underset{r\to\infty}{\longrightarrow} \sin\left(kr - \ell\tfrac{\pi}{2} + \delta_\ell\right)$$

fáziseltolás, adott ℓ-hez ő adja az információt a potenciálról, hiszen itt lesz $V\neq 0$.

$\psi = \frac{\tilde{u}}{r}\cdot Y$

$$(\psi =) \sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell \frac{1}{r}\sin\left(kr - \ell\tfrac{\pi}{2} + \delta_\ell\right) Y_{\ell m}(\vartheta,\varphi) = e^{ikz} + f\frac{e^{ikr}}{r}$$

akkor nem függ φ-től a függvény, ha $m=0$

$$Y_{\ell,0}(\vartheta) = \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}}\,P_\ell(\cos\vartheta)$$

Legendre-polinom

A_ℓ rész lesz.

$$\sin\left(kr - \ell\tfrac{\pi}{2} + \delta_\ell\right) = \frac{1}{2i}\left(e^{i\left(kr - \ell\frac{\pi}{2} + \delta_\ell\right)} - e^{-i\left(kr - \ell\frac{\pi}{2} + \delta_\ell\right)}\right)$$

$e^{ix} = i\sin x + \cos x$

$e^{-ix} = -i\sin x + \cos x$

$$\sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell \frac{1}{2ir}\left(e^{i2r - i\ell\frac{\pi}{2} + i\delta_\ell} - e^{-i2r + i\ell\frac{\pi}{2} - i\delta_\ell}\right) P_\ell(\cos\vartheta)$$

$V=0$ -ra, $r\to\infty$ -ben e^{i2r} és $\frac{e^{i2r}}{r}$ is megoldás

tehát teljes rendszert alkotnak $\Rightarrow$ e^{i2r} előállíthatók gömbhullámokkal.

$$e^{i2r} = \frac{1}{2i2r}\sum_{\ell=0}^{\infty}\left(e^{i2r} + (-1)^{\ell+1} e^{-i2r}\right) P_\ell(\cos\vartheta)(2\ell+1)$$

$$\sum_{\ell=0}^{\infty} A_\ell \frac{1}{2ir}\left(e^{i2r - i\ell\frac{\pi}{2} + i\delta_\ell} - e^{-i2r + i\ell\frac{\pi}{2} - i\delta_\ell}\right) P_\ell(\cos\vartheta) =$$

$$= \frac{1}{2i2r}\sum_{\ell=0}^{\infty}\overbrace{(2\ell+1)}\left(e^{i2r} + (-1)^{\ell+1} e^{-i2r}\right) P_\ell(\cos\vartheta) + f(\vartheta)\frac{e^{i2r}}{r}$$

A_ℓ és $f(\vartheta)$ ismeretlen

$\Downarrow$

legyenek olyanok, hogy e^{-i2r}-es tagok egyszerűsítsék 0-ra legyenek.

$$-A_\ell \frac{1}{2ir} e^{i\ell\frac{\pi}{2} - i\delta_\ell} P_\ell(\cos\vartheta) = \frac{1}{2i2r}(2\ell+1)(-1)^{\ell+1} P_\ell(\cos\vartheta)$$

$$A_\ell = -\frac{1}{2}(2\ell+1)(-1)^{\ell+1} e^{-i\ell\frac{\pi}{2} + i\delta_\ell}$$

$$e^{-i\ell\frac{\pi}{2}} = \left(e^{-i\frac{\pi}{2}}\right)^\ell = (-i)^\ell$$

$$A_\ell = \frac{1}{2} e^{i\delta_\ell} \cdot i^\ell (2\ell+1)$$

$$\frac{1}{r} f(\vartheta) = \sum_{\ell=0}^{\infty}\left(A_\ell \frac{1}{2ir} e^{-i\ell\frac{\pi}{2} + i\delta_\ell} - \frac{2\ell+1}{2i2r}\right) P_\ell(\cos\vartheta)$$

A_ℓ behírása

$$e^{2i\delta_\ell} - 1 = 2i \sin\delta_\ell e^{i\delta_\ell}$$

$$f(\vartheta) = \frac{1}{2}\sum_{\ell=0}^{\infty}(2\ell+1) e^{i\delta_\ell} \sin\delta_\ell P_\ell(\cos\vartheta)$$

$$|f|^2 = \sigma$$

numerikus m.o. nagy távolságban szin. fázistolás adja $\delta_\ell - t$ $\Rightarrow$ ugyanannak kell lenni mint ami a közelítésben szerepelt $|f|^2$-ből jön.

$$\sigma_{tejes} = \int \sigma(\vartheta)\, d\Omega = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) \sin^2 \delta_\ell$$

$$f(\vartheta) = \frac{1}{k} \sum_{\ell=0}^{\infty} (2\ell+1) e^{i\delta_\ell} \sin\delta_\ell P_\ell(\cos\vartheta)$$

$$\sigma(\vartheta) = |f(\vartheta)|^2 = f(\vartheta) f^*(\vartheta) \Rightarrow \int P_\ell^* P_{\ell'} d\Omega = \frac{4\pi}{2\ell+1} \delta_{\ell\ell'}$$

$$\sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_{\ell 0} \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_{\ell 0}$$

σ mérése $\Rightarrow$ f? $\Leftarrow$ δ_ℓ számolása

végtelen sor?

$$L^2_{klassz} = p^2 b^2 \geq \ell(\ell+1)\hbar^2$$

Korrespondencia elv

2 mérem redukált tömeggel

$E \cdot 2\mu c^2 b^2$ tartomány energia

$$\frac{E \cdot 2\mu c^2 b^2}{\hbar^2 c^2} \geq \ell(\ell+1) \qquad E = \frac{p^2}{2\mu}$$

$\hbar c = 197\ MeV\cdot fm$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} = \frac{m}{2}$$

$$\approx \frac{E \cdot 10^3 MeV\, 10\, fm^2}{4 \cdot 10^4\, MeV^2 fm^2} \geq \ell(\ell+1)$$

$$0{,}25\, E\,[MeV] \geq \ell(\ell+1)$$

10 MeV $\quad 2{,}5 \geq \ell(\ell+1) \qquad \ell = 0, 1$

100 MeV $\quad 25 \geq \ell(\ell+1) \qquad \ell = 0, 1, 2, 3, 4$

Nagyon nagy energián is csak pár tagú ez a „végtelen" összeg

Minél nagyobb energiájú a részecske, annál kisebb a hatása a potenciálnak, annál kisebb perturbáció

$\Downarrow$

olyan, mintha ott se lenne a potenciál

$\Downarrow$

egyre kisebb a fázistolás

alacsony energián nem gerjednek a magasabb parciális hullámok

magas energián viszont nagyon kicsi a hatásuk, azaz a gerjesztésük.

A nukleonok is fermionok.

Teljes hullámfv-re Pauli-elv:

$\Psi(2,1) = -\Psi(1,2) \Rightarrow \Psi(1,2) = \psi_L(\vec{r}_1 - \vec{r}_2 - \vec{r}_1)\underbrace{\chi(1,2)}_{\text{spinfv.}}\underbrace{\tau_T(1,2)}_{\text{izospin}}$

ebben nincs benne a nukleon típusa.

Erre az első 2h. ehzíselben.

Egy részecske van: nukleon. Belső szabadsági-fokja (izospin) izotopikus spin

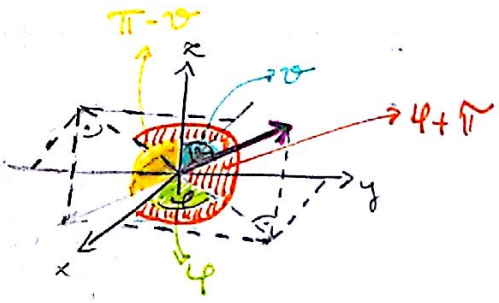
2 értéket vehet fel. Legkönnyebb a spinhez hasonló kétrással kezelni a töltésállapotú rendszert.

$\psi_L(-\vec{r}) = R(r)\, Y_{LM}(\pi - \vartheta, \varphi + \pi)$

1 és 2 csere $\vec{r} \to -\vec{r}$ $(-1)^L \psi_{LM}(\vartheta,\varphi)$

$\psi_L(-\vec{r}) = (-1)^L \psi_L(1,2)$

paritás: $\hat{\pi} = (-1)^L$



$\chi_{S_1,\nu_1}(1)$ $\quad S_1 = \frac{1}{2}$ $\quad \nu_1 = \pm\frac{1}{2}$

$\chi_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = |\uparrow\rangle$ $\quad \chi_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = |\downarrow\rangle$

$\chi_{S,\nu}(1,2) = \sum_{\nu_1,\nu_2} \underbrace{\langle \tfrac{1}{2}\nu_1\tfrac{1}{2}\nu_2 | S\nu\rangle}_{\text{Clebsch-Gordon együttható; értékei } \nu_1+\nu_2=\nu \text{ összeadódnak}} \chi_{\frac{1}{2},\nu_1}(1)\,\chi_{\frac{1}{2},\nu_2}(2)$ spin szerint

$\vec{\tfrac{1}{2}} + \vec{\tfrac{1}{2}} = \vec{S}$ $\quad \left|\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\right| \le S \le \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}$

Többnyire a impulzusmomentum nagyságára $0 \le S \le 1$ $\quad S = 0, 1$

Szét gondolni:

$\chi_{0,0}(1,2) = \langle \tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2} | 00\rangle \chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(1)\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(2) + \langle \tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}\tfrac{1}{2}|00\rangle \chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(1)\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(2) =$

$= \frac{1}{\sqrt{2}}\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(1)\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(2) - \frac{1}{\sqrt{2}}\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(1)\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(2)$

$\chi_{0,0}(1,2) = -\chi_{00}(2,1)$ antiszimmetrikus

$S = 0$ szinglett

$\chi_{1,1}(1,2) = \chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(1)\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(2)$ $\quad \chi_{1,1}(1,2) = +\chi_{11}(2,1)$ szimmetrikus

$\chi_{1,0}(1,2) = \langle \frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2}-\frac{1}{2} | 1,0\rangle \chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(1)\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(2) + \langle \frac{1}{2}-\frac{1}{2}\frac{1}{2}\frac{1}{2} | 1,0\rangle \chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(1)\chi_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}}(2)$

$\chi_{1,0}(2,1) = \chi_{1,0}(1,2)$ szimmetrikus

$\chi_{1,-1}(1,2) = \chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(1)\chi_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}}(2)$

$\chi_{1,-1}(1,2) = \chi_{1,-1}(2,1)$ szimmetrikus

$S=1$ triplett állapot a részecske felcserélésére szimmetrikus

Izospin

$\tau_{\frac{1}{2}\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = |n\rangle$ $\qquad$ $\tau_{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = |p\rangle$

τ_{Tt} (izospin, vetület)

$n+n$ $\quad t_1=\frac{1}{2}$ $\quad t_2=\frac{1}{2}$ $\Rightarrow t=\frac{1}{2}+\frac{1}{2} \Rightarrow T=1$ (csak $T=1$-nek van $t=1$ vetülete)

Csatolt részecske izospinje:

$\tau_{T,t}(1,2)$

$p+p$ $\quad t_1=-\frac{1}{2}$ $\quad t_2=-\frac{1}{2}$ $\Rightarrow t=-1$ $\Rightarrow T=1$

$p+n$ $\quad t_1=-\frac{1}{2}$ $\quad t_2=\frac{1}{2}$ $\Rightarrow t=0$ $\Rightarrow T=0;1$

Teljes hullámfv.:

$\Psi(1,2) = \psi_L(\vec{r})\chi_S(1,2)\tau_T(1,2)$

$\Psi(2,1) = (-1)^L\psi_L(\vec{r})(-1)^{S+1}\chi_S(2,1)(-1)^{T+1}\tau_T(2,1) =$

$= (-1)^{L+S+T}\Psi(1,2) = (-1)\Psi(1,2)$ Pauli-elv

$L+S+T$ páratlan

$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ teljes impulzusmomentum $\Rightarrow$ magspin

$|L-S| \le J \le L+S \quad \Rightarrow \quad |J-S| \le L \le J+S$

Lehetséges állapotok:

J	S	L	$L+S+T=$páratlan T			$S=0,1$
0	0	$\Rightarrow 0$	$\Rightarrow 1$	$^1S_0$	$p+p, n+n, n+p$	$L=0,1,2,3,\ldots$
0	1	$\Rightarrow 1$	$\Rightarrow 1$	$^3P_0$	— " —	$T=0,1$
1	0	$\Rightarrow 1$	$\Rightarrow 0$	$^1P_1$	$n+p$	
1	1	$\Rightarrow 0$	$\Rightarrow 0$	$^3S_1$	deuteron $n+p$	$p+n \Rightarrow S=1$
1	1	$\Rightarrow 1$	$\Rightarrow 1$	$^3P_1$	$p+p, n+n, n+p$	magneses momentum $L=0$
1	1	$\Rightarrow 2$	$\Rightarrow 0$	$^3D_1$	$n+p$	

De nem teljesen gömbszimmetrikus az állapot (kvadrupólmomentum).

nukleon-nukleon kh. őrzi a paritást

$\pi = (-1)^L \qquad L = 0 \Rightarrow \pi = +$

S és L nem maradnak meg, J viszont igen.

$\Downarrow$ jó kvantumszám

$\Downarrow$

$\pi = + \qquad J = 1$

L: páros $\Rightarrow {}^3D_1$ keveredik a ${}^3S_1$-hez

Deuteron kulcsfogalmai

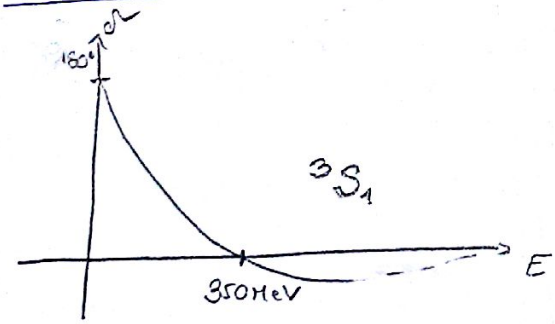
Ψ_d (d: deuteron) $= C_0 \Psi_{L=0,S=1,T=0} + C_2 \Psi_{L=2,S=1,T=0} \qquad J^\pi = 1^+$

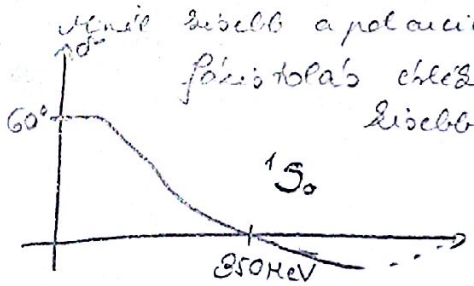
$|C_0|^2 \approx 0{,}96 \qquad |C_2|^2 \approx 0{,}04$

kísérletből (nem nagyon oldható)

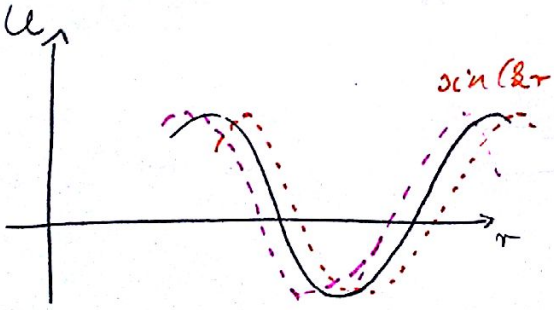
A kiválasztott 2 állapotban a legerősebb a nukleon-nukleon kh. Ezért nincs $p+p$ és az $n+n$ kötött állapot, mert a legerősebb nukleon-nukleon kh-ban csak $n+p$ vesznek részt.

Fázistolás mérése szórással



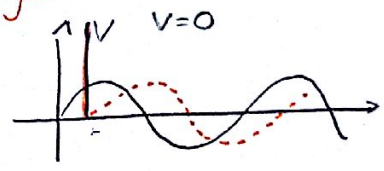


$\delta(0) - \delta(\infty) = n\pi$ Levinson tétele



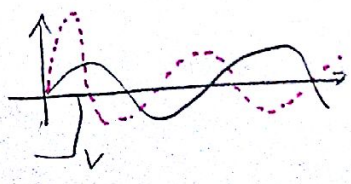
$\sin(2r - \ell\frac{\pi}{2} + \delta)$ $\delta < 0$

kifelé mozdul a hullámfv.



taszító pot.

$\delta < 0$



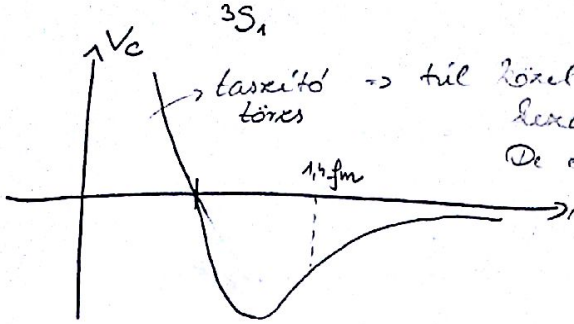
vonzó pot.

$\delta > 0$

$\Delta E \Delta t \approx \hbar$

$\Delta s \approx \frac{\Delta s}{c}$

$$\Delta s \approx \frac{\hbar c}{\Delta E} = \frac{197\ \text{MeV fm}}{350\ \text{MeV}} \approx 0{,}56\ \text{fm}$$



→ túl közel kerül 2 nukleon → a kvarkok kezdenek egymás fázisterébe behatolni. De egy fázis cellában a Pauli-elv miatt csak 1 részecske lehet

Pauli-taszítás

$$V \xrightarrow[r \to \infty]{} \frac{1}{r} e^{-\mu r} = \text{Yukawa-potenciál}$$

$$V \to \frac{1}{r} e^{-\frac{r}{r_0}}$$

2 részecske úgy hat kölcsön, hogy kicserél egy π-t

$\Delta E \Delta t \approx \hbar$

rövid időre megsértheti az energia-megmaradást

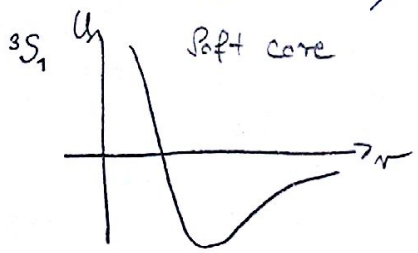
$$\Delta s = r_0 \approx \frac{\hbar c}{\Delta E} = \frac{\hbar c}{m_\pi c^2} \approx 1{,}4\ \text{fm}$$

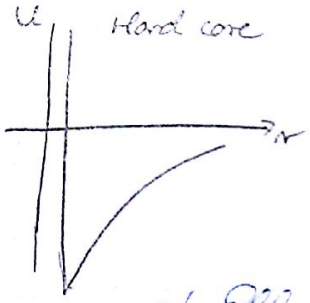
$m_\pi c^2 \approx 140\ \text{MeV}$

A nukleon-nukleon szórás vizsgálatával π tömege meghatározható

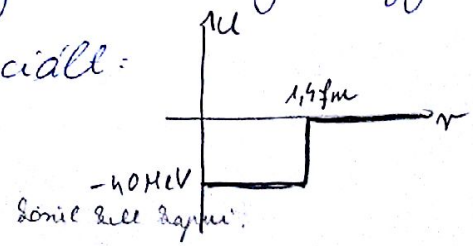
Reid-potenciál (1968)

Minden szórási állapotra leszármaztatták a potenciált





Oldjuk meg a Schrödinger-egyenletet! Ehhez módosítsuk kicsit a potenciált:



$$V = \begin{cases} -V_0 & r < b \\ 0 & r > b \end{cases}$$

$V_0 > 0$

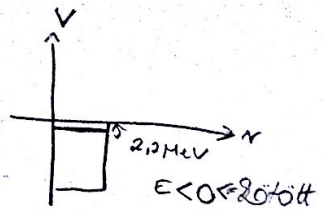
$b = 1{,}4\ \text{fm}$

Radiális egyenlet

$$u'' + \left(k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\right) u - \frac{2\mu}{\hbar^2} V u = 0 \quad / \cdot \left(-\frac{a^2}{2\mu}\right)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}u'' - Eu + \frac{\hbar^2}{2\mu}\frac{\ell(\ell+1)}{r^2} + Vu = 0$$

$\ell = 0$



$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}u_<'' - V_0 u_< = E u_< \qquad r<b$$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}u_>'' = E u_> \qquad r>b$$

$$u_<'' = -\frac{2\mu}{\hbar^2}\underbrace{(E+V_0)}_{>0}u_< \quad \text{M.O.} \Rightarrow \text{sin fv}$$

$$u_>'' = -\underbrace{\frac{2\mu E}{\hbar^2}}_{<0}u_> \Rightarrow \text{exp fv}$$

$$u_< = A\sin(\gamma r) + B\cos(\gamma r) \qquad \gamma^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2}(V_0+E)\ (>0)$$

$$u_> = Ce^{-\alpha r} + De^{\alpha r} \qquad \alpha^2 = -\frac{2\mu}{\hbar^2}E\ (>0)$$

$u = R\cdot r$

origóban 0, ha csak nincs szingularitás. DE NINCS

$B=0 \qquad D=0 \Rightarrow$ ne szálljon el.

$$u_<(r=b) = u_>(r=b) \Rightarrow A\sin\gamma b = Ce^{-\alpha b}$$

$$u_<'(r=b) = u_>'(r=b) \Rightarrow A\gamma\cos\gamma b = -\alpha Ce^{-\alpha b}$$

kányados

$$\gamma\operatorname{ctg}(\gamma b) = -\alpha$$

Keresi a kötött állapot energiáját:

$E\approx 0 \Rightarrow \alpha \approx 0$

$$\gamma\operatorname{ctg}(\gamma b) = 0$$

$\gamma = c$ nem lehet, mert akkor minden 0

$\operatorname{ctg}(\gamma b) = 0$

$$\gamma b = \frac{\pi}{2} + n\pi = \frac{\pi}{2}(2n+1) = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2}V_0}\,b \qquad (E\approx 0)$$

$n = 0, 1, 2, \ldots$

növekvő n-re egyre mélyebb potenciál

$$V_0 = \frac{\pi^2}{4b^2}(2n+1)^2\underbrace{\frac{\hbar^2c^2}{2\mu c^2}}_{\frac{m_N c^2}{2}} =$$

$$= \frac{\pi^2}{4\cdot(1{,}4\,\text{fm})^2}\frac{(197\,\text{MeV fm})^2}{938\,\text{MeV}}(2n+1)^2 \approx 52\,\text{MeV}(2n+1)$$

$n=0 \qquad V_0^{n=0,\ell=0} \approx 52\,\text{MeV}$

$n=1 \qquad V_0^{n=1,\ell=0} \approx 9\cdot V_0^{n=0,\ell=0}$ $\Rightarrow$ itt már lenne még egy kötött állapot. De mivel a $V_0^{n=0,\ell=0}$ van $\Rightarrow$ csak 1 kötött állapot a $n+p$-nél.

$l=1$

$$-\frac{\hbar^2}{2\mu}\left(u'' - \frac{l(l+1)}{r^2}u\right) + Vu = Eu$$

$$u_< = A\left(\frac{\sin kr}{kr} - \cos kr\right)$$

$$u_> = C\cdot e^{-2r}\left(1+\frac{1}{2r}\right)$$

b-ben egyenlőek és a deriváltak is. Ebből feltétel:

$$V_0^{n=0,\,l=1} = 4\,V_0^{n=0,\,l=0}$$

Ezzel $l=0$-s a deuteron impulzusmomentumának fő komponense.

$$V_0^{l=1} = \frac{\hbar^2\pi^2}{2\mu b^2}(n+1)^2.$$

$S=1$-re és $S=0$-ra is igaz amit számoltunk, de a valóságban csak $S=1$ van.

Ugyanúgy

$$V_{NN} = V_c(r) + V_S(r)\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2$$

úgy válasszunk, hogy kölcsönös szimmetriaelvet teljesítsen:

- eltolás invariancia $\vec{r}_2-\vec{r}_1$, $\vec{p}_2-\vec{p}_1$
- ne függjön az időtől
- forgás invariancia $\Rightarrow$ skalár
- térinverzióval szembeni invariancia (paritás megmarad)
- 2 részecske cseréjére invariancia
- izospin z tengely körüli forgatásra invariancia több megmarad

Legegyszerűbb ilyen: $\vec{\sigma}_1\cdot\vec{\sigma}_2$

$$\sigma_x = \begin{pmatrix}0&1\\1&0\end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix}0&-i\\i&0\end{pmatrix} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}$$

$$\Psi = \psi(\vec{r})\chi$$

Magfizika 2012. 08. 25.

$V_{NN} = V_c(r) + V_s(r)\,\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2$

$(2\times2)\otimes(2\times2)\ \sigma_{1x}\sigma_{2x} + \sigma_{1y}\sigma_{2y} + \sigma_{1z}\sigma_{2z} \Rightarrow (2\times2)$-es mátrix

$\chi_{S\nu} \rightarrow \chi_{00} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\binom{1}{0}_1\binom{0}{1}_2 - \binom{0}{1}_1\binom{1}{0}_2\right)$

$\langle\chi_{00}|\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2|\chi_{00}\rangle$ = mátrixelemek χ_{00} spinállapotok közt

$(\hat{T} + \hat{V}_c + \hat{V}_s)|\psi\rangle|\chi\rangle = E|\psi\rangle|\chi\rangle$

$(\hat{T}+\hat{V}_c)|\psi\rangle + \langle\chi|\hat{V}_s|\chi\rangle|\psi\rangle = E|\psi\rangle$

koordinátatérben reprezentálva $|\vec{r}\rangle$

$u'' + \left(k^2 - \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}\right)u - \frac{2\mu}{\hbar}\left(V_c + \langle\chi_s|\hat{V}_{spin}|\chi_s\rangle\right)u = 0$

adott spinállapotra (0 v. 1)

$\hbar$ egységben:

$S_1 = \frac{1}{2}\vec{\sigma}_1$ $\quad \vec{S} = \frac{1}{2}(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2)$ $\quad \vec{S}^2 = \frac{1}{4}(\vec{\sigma}_1^2 + \vec{\sigma}_2^2 + 2\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)$

felcserélhetők, mert más részecskére hatnak

$\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 = \frac{1}{2}(4\hat{S}^2 - \hat{\sigma}_1^2 - \hat{\sigma}_2^2)$, $\quad \hat{\sigma}_1^2 = 3\cdot\mathbb{1}$, $\hat{\sigma}_2^2 = 3\cdot\mathbb{1}$, $\quad \sigma_i^2 = \mathbb{1}$

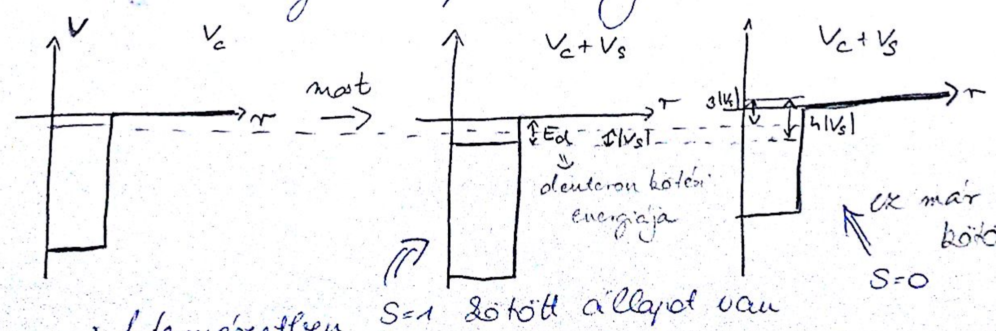
$\langle\chi_s|\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2|\chi_s\rangle = \frac{1}{2}\left(4\underbrace{\langle\chi_s|S^2|\chi_s\rangle}_{S(S+1)} - 6\underbrace{\langle\chi_s|\mathbb{1}|\chi_s\rangle}_{1}\right) =$

$= \frac{1}{2}(4S(S+1) - 6) = 2S(S+1) - 3$

$\langle\chi_s|\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2|\chi_s\rangle = \begin{cases} 1, & \text{ha } S=1 \\ -3, & \text{ha } S=0 \end{cases}$

$\langle\chi_s|\hat{V}_{spin}|\chi_s\rangle = \begin{cases} V_s(r), & \text{ha } S=1 \\ -3V_s(r), & \text{ha } S=0 \end{cases}$

Eltűnik a szinglett - triplett degeneráció!



természetben S=1 kötött állapot van

$S=1$ - re $V_S(r)$ => negatív kell legyen, hogy kötött legyen

$V_S(r)<0$ előző ábra alapján $\exists |V_S| \geq E_d$

Ez a potenciál nem képes arra, hogy visszaadja a kis $^3S_1$ és $^3D_1$ csatolást.

$$\Psi = c_0 \Phi_{L=0,S=1,J=1} + c_2 \Phi_{L=2,S=1,J=1}$$

$^3S_1$ ⇓ mágneses momentum

$^3D_1$ ⇓ kvadrupólmomentum

$$\langle \Phi_{L=0,S=1,J=1} | V_{NN} | \Phi_{L=2,S=1,J=1} \rangle$$

$$\langle Y_{00}^*(\vec{r}) | \underbrace{\ldots}_{\text{nincs szögfüggő rész}} | Y_{2m}(\vec{r}) \rangle = 0$$

⇓

Így vagy az egyik tag marad meg ($^3S_1$) vagy a másik ($^3D_1$)

Variációs elv:

$$\langle \delta\Psi | (H-E) | \Psi \rangle = 0$$

$$\Psi = c_0 \Phi_0 + c_2 \Phi_2 \qquad \delta\Psi = \delta c_0 \Phi_0 + \delta c_2 \Phi_2$$

$$\delta c_0 (\ldots) + \delta c_2 (\ldots) = 0$$

(független/variálhatók ⇓ mindkettő.

$$\begin{pmatrix} (H-E)_{00} & (H-E)_{02} \\ (H-E)_{20} & (H-E)_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_0 \\ c_2 \end{pmatrix} = 0$$

ha ex. 0-ás ⇓ 2 m.o.:

- $c_0 = 1 \quad c_2 = 0$
- $c_0 = 0 \quad c_2 = 1$

$$(H-E)_{ij} = \langle \Phi_i | (H-E) | \Phi_j \rangle$$

A természet ebből a 2-ből azt választja amelyik kisebb az energiája.

Kell a 2h-ba egy olyan komponens, mely tértől és spintől függ és összecsatolja c_0-t és c_2-t.

$$V_{NN} = V_C(r) + V_S(r)\,\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 + V_T(r)\underbrace{\left[3(\vec{\sigma}_1\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{r}) - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2\right]}_{\hat{S}_{12}}$$

tenzor 2h.

$$\vec{r} = \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} = \frac{\vec{r}}{r} = \begin{pmatrix} \sin\vartheta\cos\varphi \\ \sin\vartheta\sin\varphi \\ \cos\vartheta \end{pmatrix}$$

$$|\chi_{10}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}_1\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}_2 + \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}_1\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}_2\right)$$

$$|\uparrow\rangle_1|\downarrow\rangle_2 + |\downarrow\rangle_1|\uparrow\rangle_2$$

$$\langle\chi_{10}| = \frac{1}{\sqrt{2}}\left((1\,0)_1(0\,1)_2 + (0\,1)_1(1\,0)_2\right)$$

Miért van benne a $\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2$, miért ilyen alakú a tenzor?

Átírható 1 jobb alakba

$$\hat{S}_{12} = \sqrt{\frac{24\pi}{5}}\left(R^{(2)}S^{(2)}\right)$$

↓ ↓ → gömbtenzor

Másodrendű irreducibilis tenzorgenerátorok

Forgás hatására jól meghatározott módon viselkednek

Minden vektor elsőrendű ilyen

$A^{(n)}_m$ - nek $2n+1$ komponense van $-n, \dots, n$

Így az ℓ-edrendű ilyen.

$$\left(R^{(n)}S^{(n)}\right) = \sum_{m=-\ell}^{\ell}(-1)^m R^{(n)}_m \cdot S^{(n)}_{-m}$$

$$R^{(2)}_m = Y_{2m}(\vec{r}) \qquad S^{(2)}_m = \sum_{\nu_1,\nu_2=-1}^{1}\langle 1\,\nu_1\,1\,\nu_2|2m\rangle\,\sigma^{(1)}_{\nu_1}\sigma^{(1)}_{\nu_2}$$

rend, részecske

1. részecskéhez tartozó Pauli vektor ν_1 - komponense

1-es részecske Pauli-vektor ⇒ irred. tenzorop.:

$$\tilde{\sigma}^{(1)}_{1,0} \overset{\text{def}}{=} \sigma_z \qquad \tilde{\sigma}^{(1)}_{1,\pm1} \overset{\text{def}}{=} \mp\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sigma_{1x} \pm i\sigma_{1y}\right)$$

ref.: $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$

$\vec{A}\vec{B} = ?$ $A^{(1)}_0 = A_z$ $A^{(1)}_{\pm1} = \mp\frac{1}{\sqrt{2}}(A_x \pm iA_y)$

$B \dots$

$$\left(A^{(1)}B^{(1)}\right) = \sum_{m=-1}^{1}(-1)^m A^{(1)}_m B^{(1)}_{-m}$$

A. Messiah: QM.

Tétel:

$\langle L,S,\mathcal{J},M_{\mathcal{J}}| (R^{(n)} \cdot S^{(n)}) |L',S',\mathcal{J}',M',I'\rangle = \ldots\ldots \delta_{\mathcal{J}\mathcal{J}'}\delta_{MM'}\delta_{\pi\pi'}\delta_{\vec{L}'=\vec{L}+\vec{n}}\delta_{\vec{S}'=\vec{S}+\vec{n}}$

↙ csak a koordinátatérben ↘ csak a spintérben

$\vec{\mathcal{J}} = \vec{L} + \vec{S}$

M: $\vec{\mathcal{J}}$ vetülete

impulzusnyomaték állapotokkal közöl a mátrixelem

$\langle \Phi_{L=1,S=1,\mathcal{J}=1} | (R^{(2)} \cdot S^{(2)}) | \Phi_{L=2,S=1,\mathcal{J}=1}\rangle =$ ✓

$L: \vec{1} + \vec{2} = \vec{2}$

$S: \vec{1} + \vec{1} = \vec{1}$ $\qquad |L-S| \le \mathcal{J} \le L+S$

Különböző szimmetriatulajdonságokat vánunk el. (12.o.)
Ezek legyenek az alapelvek. Koordináta+spin (Pauli)+impulzusmomentum összes kombinációi. Mi marad meg?

$$V_{NN} = V_c(r) + V_\sigma(r)\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2 + V_t(r)\left[3(\vec{\sigma}_1\vec{r})(\vec{\sigma}_2\vec{r}) - \vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2\right] +$$
$$+ V_{LS}\vec{L}\vec{S} + V_{(LS)^2}(\vec{L}\cdot\vec{S})^2$$

spin-pálya 2d.

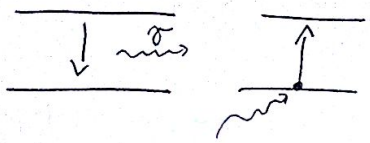
$\vec{L}\vec{S} = (L^{(1)}S^{(1)})$

Mégyen $L,S,\mathcal{J}$ és $L',S',\mathcal{J}'$ állapotokat csakol összé?

$\langle \Phi_{LS\mathcal{J}} | (L^{(1)}S^{(1)}) | \Phi_{LS'\mathcal{J}'}\rangle$

Magfizika 2012. 09. 25.

Atommagok elektromágneses kölcsönhatásai



$A + B \to C + \gamma$ sugárzás befogás

$C + \gamma \to A + B$ fotodezintegráció

Általában: EM sokkal gyengébb mint az erős
de gyenge az EM-hez képest is jóval kisebb.

EM-t perturbative számolgatjuk ki:

Fermi-féle aranyszabály

$$T = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \psi_v | V_{2a} | \psi_2 \rangle|^2 \rho_{végáll}(E) \to \text{átmeneti valószínűség}$$

végállapot ~~valószínűség~~ sűrűség

EM-tér jelenlétében.

Tömegmentes szabad EM-tér hat kölcsön az atommagbeli töltések kettelle áramokkal és mágneses momentumokkal

(kedves jegyzet: Gauss $\varepsilon_0 = \mu_0 = 1$) Gauss-egységrendszer

$$\hat{H} = \underbrace{\frac{(\hat{p} - \frac{e}{c}\vec{A})^2}{2m}}_{\text{EM-tér impulzusváltoztatás}} + \underbrace{V_{NN}}_{\text{nukleon-nukleon}} - \underbrace{\mu \vec{\sigma} \vec{H}}_{\substack{\text{nukleonok spinjének} \\ \text{kölcs. a mágn. térrel} \\ \mu: \text{magmagneton} \\ \cdot \text{ gyromágneses el.}}} + \underbrace{\sum_{\vec{n}} n_{\vec{n}} \hbar\omega_{\vec{n}}}_{\text{fotonok szabadsága}}$$

Csak atommagra

csak EM

atommag és EM kölcs. a.

$$\hat{H}_{kölcs} = -\frac{e}{2mc}(\hat{p}\vec{A} + \vec{A}\hat{p}) - \mu\vec{\sigma}\vec{H}$$

Nincs töltés: $\text{div}\,\vec{D} = 0$ $\quad \vec{j} = 0$

$$\text{rot}\,\vec{H} = \frac{4\pi}{c}\vec{j} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\left(\text{Si } \vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}\right) \quad \vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\vec{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \qquad \vec{E} = \vec{D} \quad \vec{B} = \vec{H}$$

$$\vec{H} = \mathrm{rot}\,\vec{A} \qquad \mathrm{rot}\,\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \underbrace{\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}_{-\frac{1}{c}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2}} = \mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{A} = \mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\vec{A} - \Delta \vec{A}$$

$$\mathrm{div}\,\vec{A} = 0$$

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = \Delta \vec{A}$$

EM-tér: különböző energiájú fotonok sokasága
különféle módusok összege
⇓
Fourier-kifejtés

$$\vec{A}(\vec{r}) = \int q_k\, e^{-i\omega t} A_{\vec{k}}(\vec{r})\, d^3 \vec{k}$$

$$\hbar\omega = h\nu = E_\gamma$$

$$p = \hbar k = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{\hbar\omega}{c}$$

$$k = \frac{\omega}{c} \qquad \omega = ck$$

1 módusra:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} \Rightarrow -\frac{\omega^2}{c^2}\vec{A}_{\vec{k}} = -\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{A}_{\vec{k}}$$

$$\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\vec{A}_{\vec{k}} = k^2 \vec{A}_{\vec{k}} \qquad \vec{A}_{\vec{k}} = \vec{A}(\vec{k}, \vec{r})$$

2 rendű diff. e. 2 megoldása:

Hansen megoldások:

$$\vec{A}^{E}_{\ell m}(\vec{k}, \vec{r}) = -\frac{i}{k}\,\mathrm{rot}\left[\vec{r} \times \vec{\nabla}\left(j_\ell(kr) \cdot Y_{\ell m}(\vartheta, \varphi)\right)\right]$$

$$\vec{A}^{M}_{\ell m}(\vec{k}, \vec{r}) = \vec{r} \times \vec{\nabla}\left(j_\ell(kr) \cdot Y_{\ell m}(\vartheta, \varphi)\right)$$

ℓ impulzusmomentum és m vetülete

$j_\ell(kr)$: Bessel-fv. $\qquad Y_{\ell m}$: gömbfv.

E: elektromos típusú
M: mágneses típusú } terjedési irányra merőlegesek.
nincs köze E-hez és M-hez

2 fotont írnak le. E- és M-típusúakat, különböző energiával és impulzusmomentummal.

$l=0 \Rightarrow \underbrace{\vec{\nabla}\left(j_l(kr)\cdot Y_{lm}(\vartheta,\varphi)\right)}_{\vec{e}_r}$

$\vec{A}^M_{lm}=0 \Rightarrow \vec{A}^E_{lm}=0$

foton tömege 0, vektormezőkvanta (1-es spin)

3 komponens kivéve 0 tömeg ⇒ 2 komponens ⇒ csak transzverzális irányban lehet polarizált.

$\vec{A}^M_{lm}(\vec{k},-\vec{r})=\underset{\vec{r}}{(-1)}\underset{\vec{\nabla}}{(-1)}\cdot\underset{Y_{lm}}{(-1)^l}\vec{A}^M_{lm}(\vec{k},\vec{r})$

$\vec{A}^E_{lm}(\vec{k},-\vec{r})=\underset{\vec{r}}{(-1)}\underset{\vec{\nabla}}{(-1)}\underset{rot}{(-1)}\underset{Y_{lm}}{(-1)^l}\vec{A}^E_{lm}(\vec{k},\vec{r})$

kh.-ban vagy $\vec{p}$-vel ($\dot{\vec{a}}\,\vec{\sigma}$) van megszorozva vagy rot ⇒ kap mégegy (−1) előjelet.

$H^M_{kl}(-\vec{r})=\underset{\pi_M}{(-1)^{l+1}}H^M_{kl}(\vec{r})$

$H^E_{kl}(-\vec{r})=\underset{\pi_E}{(-1)^{l}}H^E_{kl}(\vec{r})$

$\langle\Psi_v|H_{kl}|\Psi_k\rangle\neq 0 \Leftrightarrow \pi_k\cdot\pi_{kl}=\pi_v$ (paritás megmarad)

$\pi_{kl}\begin{cases}(-1)^l & E\\(-1)^{l+1} & M\end{cases}$

$\vec{A}(\vec{r})=\sum_{\sigma,l,m}\int q_{\vec{k}}^{(\sigma,l,m)}e^{-i\omega t}A^\sigma_{lm}(\vec{k},\vec{r})\,d^3\vec{k} \qquad \sigma=E,M$

Az EM-tér különféle energiájú, típusú és impulzus-momentumú fotonok összessége.

$\vec{A}(\vec{r})\to H_{kl}\to T \qquad kr\ll 1$ hosszúhullámú határeset, alacsonyenergiájú határeset

$T=\sum_{\sigma,\lambda}T(\sigma,\lambda)$

λ: foton impulzus-momentum

$T(\sigma,\lambda)=\frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2}\frac{k^{2\lambda+1}}{\hbar}\frac{1}{2J_k+1}\sum_{m_k,m_v}|\langle\Psi_v|\hat{O}^\sigma_{\lambda m}|\Psi_k\rangle|^2$

!! : szemifaktoriális

$$T(\sigma\lambda) = \frac{8\pi(\lambda+1)}{\lambda[(2\lambda+1)!!]^2}\left(\frac{2^{\lambda+1}}{\hbar}\right)\frac{1}{2J_2+1}\sum_{m_2 m_1}|\langle\psi_1|\hat{O}^{\sigma}_{\lambda m}|\psi_2\rangle|^2$$

$5!! = 1\cdot 3\cdot 5$

Lezárási alk. teljes gyűjt

$$\hat{O}^{\sigma}_{\lambda m} = \begin{cases} Q^{E}_{\lambda m} = e\sum_{i=1}^{Z} r_i^{\lambda} Y^{*}_{\lambda m}(\hat{r}_i) + i\mu_0\frac{2}{\lambda+1}\sum_{i=1}^{A} q_i(\vec{s}_i\times\vec{r}_i)\cdot\vec{\nabla}(r_i^{\lambda}Y^{*}_{\lambda m}) \\ M^{M}_{\lambda m} = \mu_0\sum_{i=1}^{A} q_i\vec{s}_i\vec{\nabla}(r_i^{\lambda}Y^{*}_{\lambda m}) + \frac{2\mu_0}{\lambda+1}\sum_{i=1}^{Z}\vec{l}_i\vec{\nabla}(r_i^{\lambda}Y^{*}_{\lambda m}) \end{cases}$$

Gross

Lb. tudni kell! μ_0 magnetizmus momentum

Átmenet valószínűsége parciális valószínűségekre bontható

$$T = \sum_{\sigma,\lambda} T(\sigma\lambda)$$

Elektromos típusú fotonok által vezetett Lb.:

$E_1, E_2, E_3 \ldots$

dipól kvadrupól → oktupól

Mágneses típusú ...

$M_1, M_2, M_3 \ldots$

2^{λ} pol

$\lambda = 1$ dipól

2 kvadrupól

λ-adrendű irreducibilis tenzoroperátorok

$$\vec{J}_2 + \vec{\lambda} = \vec{J}_1$$

$$\pi_2 \cdot \pi_{\text{zárus}} = \pi_1 \qquad \pi_T = \begin{cases} (-1)^{\lambda} & E \\ (-1)^{\lambda+1} & M \end{cases}$$

2012.10.02.

Atommagok alapállapoti tulajdonságai

Kenneth S. Krane — Introduction to Nuclear Physics

K. Heyde — Basic ideas & Concepts in Nuclear Physics

Fényes Tibor — Atommagfizika

Atommagok tömege, kötési energiája

$(m_A - Zm_p - Nm_n)c^2 = E_k < 0$

m_A ⇓ tömegspektrométer

táblázat: atom / atommag tömeg

pl.: nuclat2

Félempirikus kötési formula:

$$E_{köt} = \alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A} - \delta \frac{(N-Z)^2}{A} - \varepsilon_k f(A)$$

Weizsäcker-féle ↳ $\pm 1,0$

változó: A és Z

5 paraméter: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon$

10% pontossággal 1000 atommag tömege

- αA: magerők telítettek (↓ ~16 MeV) cseppmodell

atommag: állandó sugarú gömbök legkisebb térfogatú kitöltése

minden nukleonnak 12 szomszédja van.

magerők rövid hatótávolságúak (1-2 fm)

csak a szomszédosakkal hat erősen

nagyobb magot is hasonló sűrűségűek.

térfogati tag arányos nukleon ~ kötési energia

- $\beta A^{2/3}$: felületen ~~felületen~~ már nincs térfogatból jövő erő

- $-\gamma \frac{Z^2}{A}$: Coulomb-tag
- $-\delta \frac{(N-Z)^2}{A}$: szimmetriatag
- $-\varepsilon \eta f(A)$: párbölcsönhatás

E_k nagy negatív

$\varepsilon < 0 \Rightarrow \eta > 0$ taszító $N = p\ell \quad Z = p\ell$

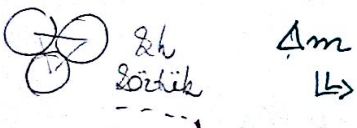
$\eta < 0$ vonzó $N = ps \quad Z = ps$

$\eta = 0$ egyébként (ps-$p\ell$)

2.) cseppmodell 1-3. tag ebből jönnek...

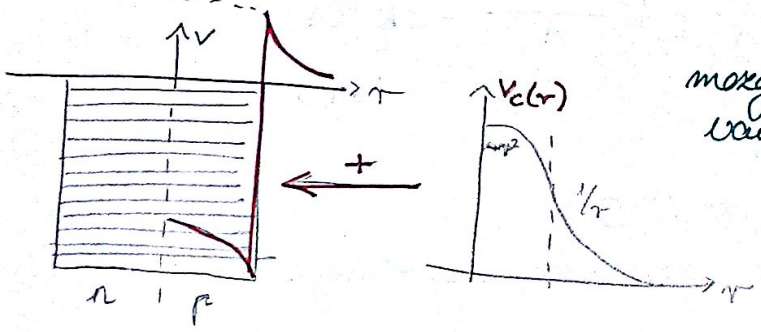
Fermi-gáz modell

Összes nukleon szabad részecskének tekintem (gáz)



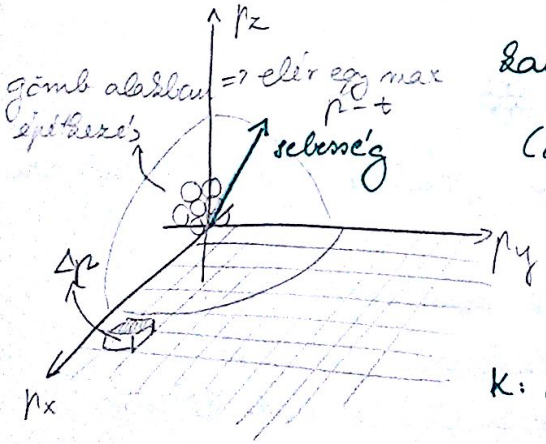
Δm-mel vesszük figyelembe a kötést

↳ nincs 2h: szabad részecskék



mozgási energiájuk közt van csak különbség.

$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta \Rightarrow e^{i\underline{k}\underline{r}}$ síkhullám



Szemiklasszikus, mikroszkopikus eljárások alkalmazhatók (analóg az ideális gázzal)

$\Delta x \Delta p \approx h$

$\Delta p \simeq \frac{h}{\Delta x} = \frac{h}{\sqrt[3]{V}}$

K: impulzustérbeli térfogat

$K = \frac{4\pi}{3} p_{max}^3$

$K_1 = (\Delta p)^3 = \frac{h^3}{V}$ 1 parcella térfogata

Összes (cellák)

$N = \frac{K}{K_1} = \frac{4}{3} p_{max}^3 \frac{V}{h^3} \cdot 2$

↑ spinek száma cellánként

N-ből p_{max} meghatározható

p és n külön impulzustérben vannak (különböző részecskék)

$p_{max} = p_{F,n}$ $\quad N = \frac{8\pi}{3h^3} V p_{F,n}^3$ ⇒ neutronok száma

(‖ Fermi impulzus)

$Z = \frac{8\pi}{3h^3} V p_{F,p}^3$ ⇒ protonok száma

Atommag térfogata

$V = \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi (r_0 A^{1/3})^3 = \frac{4}{3}\pi r_0^3 A$

(r: atom sugara)

$N = \frac{32\pi^2}{9h^3} A r_0^3 p_{F,n}^3$ $\quad p_{F,n} = \sqrt[3]{\frac{N}{A r_0^3} \frac{9h^3}{32\pi^2}}$

$\frac{N}{A} \approx \frac{1}{2}$ (egy darabig) $\quad {}^{208}Pb \Rightarrow \frac{82}{208} = 0{,}39$ proton

0,61 neutron

$p_{F,n} = \sqrt[3]{\frac{1}{2} \frac{1}{r_0^3} \frac{9h^3}{32\pi^2}}$

Fermi energia: $E_F = \frac{p_{F,n}^2}{2m} = \frac{\left(\frac{9h^3}{64\pi^2} \frac{1}{r_0^3}\right)^{2/3}}{2m} = \left(\frac{9}{64\pi^2} \frac{1}{r_0^3}\right)^{2/3} \frac{h^2 c^2}{2mc^2} =$

(m: módosított tömeg)

$E_F = 33$ MeV $\quad N = Z$-re

$r_0 = 1{,}3$ fm

1 neutron átlagos energiája

egyenletes eloszlás

$$\bar{E} = \frac{\int_0^{p_F} d^3p \, \frac{p^2}{2m}}{\int_0^{p_F} d^3p} = \frac{\int_0^{p_F} \frac{p^4}{2m} dp}{\int_0^{p_F} p^2 dp} = \frac{p_F^5/10m}{p_F^3/3} = \frac{3}{5}\frac{p_F^2}{2m}$$

$\bar{E} = \frac{3}{5} E_F = 20$ MeV

Milyen energiára kell 2 magot gyorsítani az ütköztetéshez, ha a nukleonok mozgását is számba vesszük

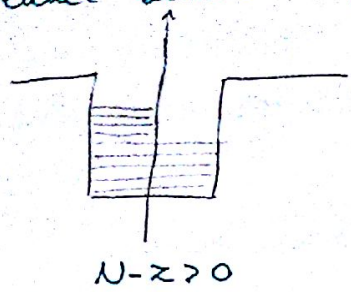
30 MeV/nukleon

közepes energia ≈ E_F

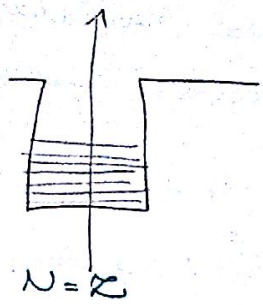
150 MeV/nukleon-nal megy az atommag ⇒ keletkezik az ütközés során egy pion

(150 MeV: pion tömege)

ennél kisebb energia esetén: összeolvadás, nincs átrendeződés.



nagyobb energiájú, mint



$N-Z>0$ $\quad N=Z$

Összes mozgási energia:

$$E_{ö} = N\bar{E}_n + N\bar{E}_p = N\frac{3}{5}\frac{p_{F,n}^2}{2m} + Z\frac{3}{5}\frac{p_{F,p}^2}{2m} =$$

(Fermi impulzus neutronra és protonra)

$$p_{F,n} \to \bar{E}_n \to N\bar{E}_n$$
$$p_{F,p} \to \bar{E}_p \to Z\bar{E}_p \quad + \quad \Big\} \text{ összes nukleon mozgási energiája}$$

$$p_F = \left(\frac{N}{A}\right)^{1/3}(\dots)$$

$$= \frac{3}{10m}\left(\frac{N}{A}\right)^{2/3}N(\dots) + \frac{3}{10m}\left(\frac{Z}{A}\right)^{2/3}Z(\dots) =$$

$$= \frac{3(\dots)}{10m}\,\frac{N^{5/3}+Z^{5/3}}{A^{2/3}} = E_{ö}$$

$$\frac{N-Z}{N+Z} = \xi = \frac{N-Z}{A}$$

$$\xi + 1 = \frac{N-Z+A}{A} = \frac{2N}{A} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{\xi+1}{2}A$$

$$1-\xi = \frac{A-N+Z}{A} = \frac{2Z}{A} \quad \Rightarrow \quad Z = \frac{1-\xi}{2}A$$

$$E_{ö} = \underbrace{[\hbar^2]}_{\text{konstans}}\frac{\frac{(\xi+1)^{5/3}}{2^{5/3}}A^{5/3} + \frac{(1-\xi)^{5/3}}{2^{5/3}}A^{5/3}}{A^{2/3}} = [\hbar^2']A\left((1+\xi)^{5/3}+(1-\xi)^{5/3}\right)$$

$$(1+\xi)^{5/3} \cong 1 + \frac{5}{3}\xi + \frac{5/3\cdot 2/3}{2}\xi^2$$
$$(1-\xi)^{5/3} \cong 1 - \frac{5}{3}\xi + \frac{5/3\cdot 2/3}{2}\xi^2 \quad \Big\} \; 2 + \frac{10}{9}\xi^2$$

$$E_{ö} = [\hbar^2'']A\left(1+\frac{5}{9}\frac{(N-Z)^2}{A^2}\right) = [\hbar^2'']\left(A + \frac{5}{9}\frac{(N-Z)^2}{A}\right) =$$

$$= \hbar^2''A + \frac{5}{9}\hbar^2''\frac{(N-Z)^2}{A} \Rightarrow + \text{mozgási energia}$$

teljes átlagos mozgási energia

K nem ugyanaz mint δ egy 2-es faktor erejéig feloldás: proton és neutron potenciál mélysége nem egyezik meg.

$K'' \frac{5}{9} = 11\,MeV \qquad \delta = 23\,MeV$

(Potenciálgödör mélysége nem függ erősen a mag méretétől (picit más, de nagyságrendileg egyezik)

$$\underbrace{\alpha A - \beta A^{2/3} - \gamma \frac{Z^2}{A}}_{r = r_0 A^{1/3}}$$

Atommag sugarának mérése

- Nagyenergiás elektronszórás
- Müonatomok K_α sugárzása
- Atomális Rutherford
- Neutron elnyelődés δ^0

Nagyenergiás elektronszórás

$E_e \qquad \lambda = 1\,fm \qquad p = \frac{h}{\lambda}$

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_e^2c^4} = \sqrt{\frac{h^2}{\lambda^2}c^2 + m_e^2c^4} = \sqrt{\frac{h^2c^2}{\lambda^2} + m_e^2c^4} =$$

$$= \sqrt{\frac{(1200\,MeV fm)^2}{1\,fm^2} + \underbrace{\frac{1}{4}MeV^2}_{\text{elhanyagolom}}} = 1200\,MeV$$

Stanfordban megépítették

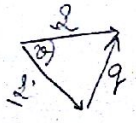
SLAC lineáris gyorsító (Kalifornia)

Hofstadter

$\vec{p}, \vec{k} \rightarrow \bigcirc \rightarrow \vec{p}', \vec{k}'$

$e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{r}} = e^{i\vec{q}\vec{r}}$

$q = 2k \sin\frac{\vartheta}{2}$



elektrosztatikus potenciál

$|\langle \psi_i | H | \psi_v \rangle|^2$ átmeneti valószínűség

$$\int e^{i\vec{k}\vec{r}} V(r) e^{-i\vec{k}'\vec{r}} d^3r =$$

$$= \int e^{i(\vec{k}-\vec{k}')\vec{r}} V(r)\, d^3r$$

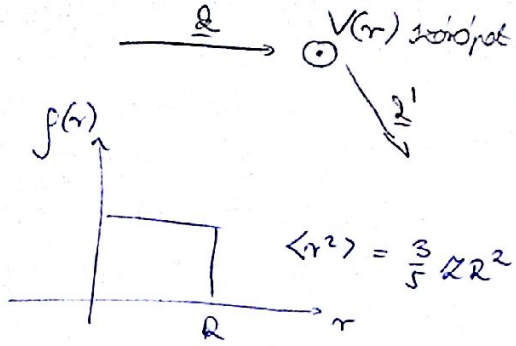
$$\int V(r)\, e^{-iq\cdot r}\, d^3r = F(q)$$

$$V(r) = \int \frac{\rho(r')}{|r-r'|}\, d^3r'$$

Elektronszórással töltéseloszlás meghatározása a magban

$\rho(r)$ protonok töltéssűrűségeloszlás mérése

$\Downarrow$ sugár (ekvivalens magsugár)



$$R_{eq}^2 = \frac{\int r^2 \rho(r)\, dV}{\frac{3}{5}Z} = \frac{\langle r^2 \rangle_{\rho(r)}}{\frac{3}{5}Z}$$

$\langle r^2 \rangle = \frac{3}{5} Z R^2$

$$\langle r^2 \rangle_{\rho(r)} = \frac{3}{5} Z R_{eq}^2$$

Born-közelítés

$V(\underline{r})$ szórópotenciál

$V(\underline{r})$ lokális $r > R$ azaz $V(r) \approx 0$

$V(\underline{r}) << E_e$ $\quad H = H_0 + K \quad E(K) << E(H_0)$

nagyenergiájú elektronokra ez igaz is.

$e^{i\underline{k}\underline{r}} = \psi_k \quad e^{i\underline{k}'\underline{r}'} = \psi_{k'}$

$\langle \psi_k | H | \psi_{k'} \rangle = M$ átmeneti mátrixelem

$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (\ldots)|M|^2$ Fermi-féle aranyszabály

$$M = \int e^{-i\underline{k}\underline{r}} e^{i\underline{k}'\underline{r}} V(r)\, dV = \int e^{i\underline{q}\underline{r}} V(r)\, dV =$$

$\underline{q} = \underline{k}' - \underline{k}$

$$V(\underline{r}) = \iiint \frac{\rho(r')}{|\underline{r} - \underline{r}'|} dV'$$

$$= \iiint e^{i\underline{q}\underline{r}} \iiint \frac{\rho(r')}{|\underline{r} - \underline{r}'|} dV'\, dV = \int_V \int_{V'} e^{i\underline{q}(\underline{r} - \underline{r}')} \frac{\rho(r')}{|\underline{r} - \underline{r}'|} e^{i\underline{q}\underline{r}'} dV dV' =$$

$\underline{r} - \underline{r}' = \underline{x} \qquad dr = dx$

$$= \int_V \int_{V'} e^{i\underline{q}\underline{x}} \frac{\rho(r')}{|\underline{x}|} e^{i\underline{q}\underline{r}'} dV_x\, dV'$$

$$M = \iint_{V\,V'} e^{i\underline{q}\underline{x}} \frac{\rho(\underline{r}')}{x} e^{i\underline{q}\underline{r}'} dV_x dV' =$$

$$= \int_{V'} \rho(\underline{r}') e^{i\underline{q}\underline{r}'} \underbrace{\int_V \frac{e^{i\underline{q}\underline{x}}}{x} dV_x}_{\text{Fourier-transzformált}} dV' = \int_{V'} \rho(\underline{r}') e^{i\underline{q}\underline{r}'} \overbrace{\frac{C}{q^2}}^{\text{állandó}} dV' =$$

$$= \frac{C}{q^2} \underbrace{\int_{V'} \rho(\underline{r}') e^{i\underline{q}\underline{r}'} dV'}_{F(q)} =$$

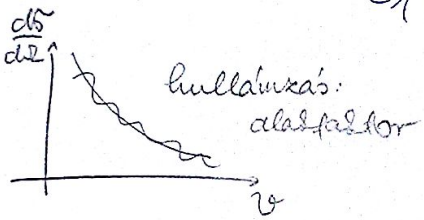
Ha Dirac-delta $\Rightarrow$ integrál állandó

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = (\dots) \cdot \left| \frac{C}{q^2} F(q) \right|^2 = (\dots) \frac{C^2}{q^4} |F(q)|^2 =$$

$$= (\dots) \frac{C^2}{2^4 \sin^4 \frac{\vartheta}{2}} |F(q)|^2 = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth} \underbrace{|F(q)|^2}_{\text{alakfaktor}}$$

↳ (Rutherford-szórás)

$q = 2k \sin\frac{\vartheta}{2}$



Tfh.: $\rho(r)$ gömbszimmetrikus

(többnyire nem igaz $\Rightarrow$ forgásellipszoiddal)

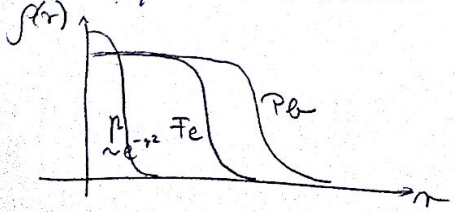
$$F(q) = \int_{V'} \rho(\underline{r}') e^{i\underline{q}\underline{r}'} dV' \overset{\text{gömbön}}{=} \int_0^\infty \int_{-1}^{1} \int \rho(r') e^{iqr'\cos\vartheta} r'^2 d(\cos\vartheta) dr' =$$

$$= 2\pi \int_0^\infty r'^2 \rho(r') \left[\frac{e^{iqr'\cos\vartheta}}{iqr'} \right]_{-1}^{1} dr' = 2\pi \int_0^\infty \rho(r') r'^2 \frac{2\sin qr'}{qr'} dr' =$$

(innen a levezetésbe száig... :)

$$= 4\pi \int_0^\infty \rho(r) r \sin qr \, dr = F(q)$$

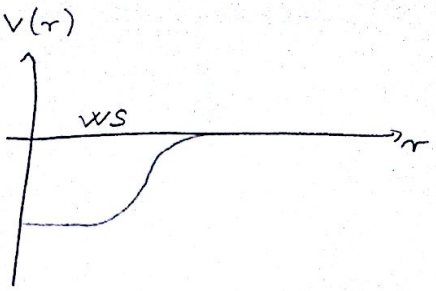
Alakfaktor mérése esetén ($\frac{d\sigma}{d\Omega}$ mérése $\Rightarrow \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{kís}}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Ruth}} = |F(q)|^2$)



$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{\frac{r - r_0}{a}}}$ Fermi-fle típusú

Wood-Saxon-alak

$V(r) \sim \rho(r)$ Wood-Saxon alak egyúttal magpotenciál is lesz.



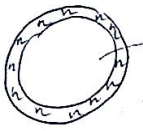
Héjmodell:

jó leírása a mágikus számoknak, ha helyesen adja a spin-pálya kh-t

$R_{eq} = r_0 A^{1/3}$ $r_0 = 1{,}2 - 1{,}4$ fm

nagy energiás e⁻-szórás; anomális Rutherford-szórás.

$\sigma \sim \pi r^2$



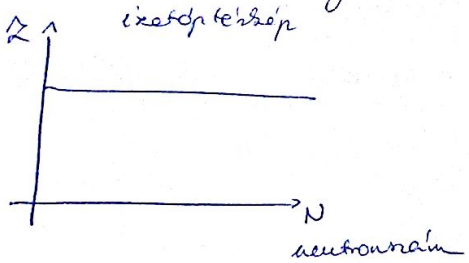
→ mag szélén van egy neutron réteg

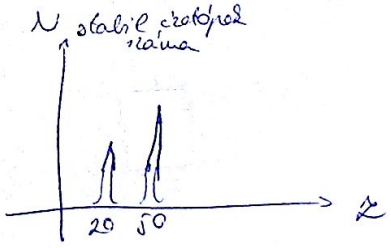
$r_{0,mag} > r_{0,neut}$

Nagyobb magokra $N > Z$ => több pálya van betöltődve neutronból => lejjebb helyezkednek el.

Mágikus számok

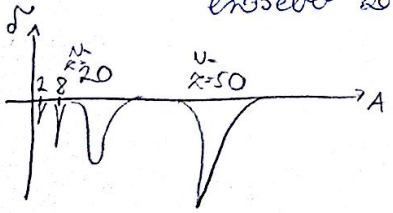
- Ezek utalnak arra, hogy egy elemnek hány stabil izotópja van
  van amelyiknek sokkal több





- $\delta = E_{kötés} - FEKF(Z,A) < 0$

  erősebb kötés mint a cseppmodellből várt.



- S_n egy neutron levállásához szükséges energia

  ugrás: 2, 8, 20, 50 = Z v. N.

- $\sigma(n,\gamma)$ neutron befogási hatáskeresztmetszet

Magreakciós jelölésrendszere

gyorsítás

$a + A \to B + b$

$A(a, b)B$

$A(n,p)B$ azonos tulajdonságúak

neutronnal bombázva atommagot γ megy ki $\to$ neutronbefogás

$\sigma(n,\gamma)$ kiugró értékek: nem fogják be (minimumok)

2, 8, 20, 50, 82

Ezek a mágikus számok az N és Z esetén külön-külön héjlezáródás.

Atommagok mágneses momentuma

(Perdület): $\underline{I}$ magspin

$\to I^2 \to i(i+1)\hbar$

$\to I_3 \to (-i, -i+1, \dots 0, \dots i-1, i)\hbar$ — rendszer kvantumszáma: i

$2i+1$ db (mágneses térben felhasadnak)

Ebből a mágneses momentum

$$\underline{M} = \sum_{i=1}^{Z} g_p \mu_N \underline{S}_{p,i} + \sum_{i=1}^{Z} \mu_N \underline{L}_{p,i} + \sum_{i=1}^{N} g_n \mu_N \underline{S}_{n,i} + 0$$

(tanilyen, mert töltött részecske áll)

proton spin $(\frac{1}{2})$

neutronnak nincs pályamomentuma, mert semleges

magmagneton: μ_N $\quad$ g_p giromágneses faktor

$g_p = 5,5$

$mvr = L$

$\mu = IA = I r^2 \pi$ $\Big\}$ $\mu = \frac{e}{2m}L$

nem tudja a konstanst, nekünk se kell

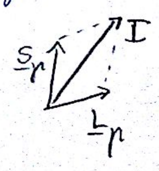
proton mágneses momentumát még nem számolták ki

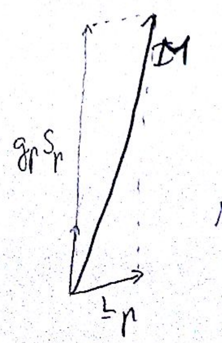
$\frac{q}{t}$ $\quad$ $\frac{q}{s} v r^2 \pi = \frac{q}{2} v r$ $\quad$ ($s \to 2r\pi$)

$$\underline{I} = \sum_i \underline{S}_{p,i} + \sum_j \underline{S}_{n,j} + \sum_i \underline{L}_{p,i}$$

$\underline{I}$ és $\underline{M}$ „nem párhuzamosak".

klasszikus analógia





I mozgásállandó

M precesszál körülötte

effektív mágn. mom. érzékelhető

mérhető:

$$\underline{M}_{eff} = \frac{(\underline{M}\cdot\underline{I})\cdot\underline{I}}{I^2} = \underline{\mu} \quad \text{kvantumszáma:}$$

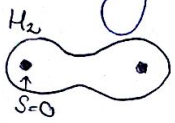
$$\mu = g\mu_N \cdot i$$

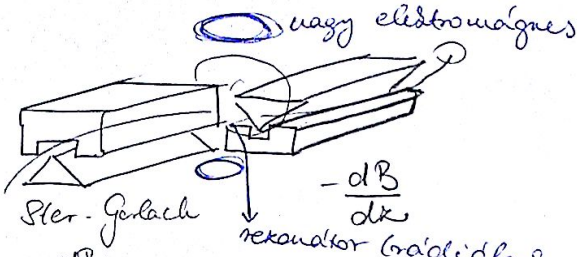
$\underline{I}$ sajátértéke

giromágneses faktor (így határozható meg)

NMR-rel mérhető.

Rezonancia elnyelődés

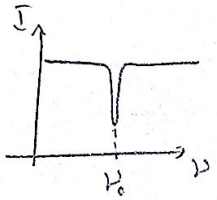




$\frac{dB}{dx}$ $\quad \underline{I} = \underline{I}_0 \sin\omega t$

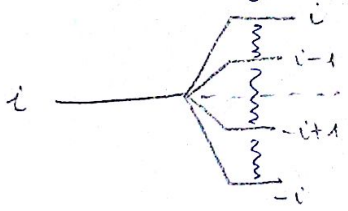
Ha egyik spin megfordul

rezonancia elnyelődés → az eredeti beállítását nem tud átmenni



$$h\nu = g\mu B$$

Adott spinű atommag energiaszintjei felhasadnak



$$\Delta E = \underline{\mu}\underline{B} = g\mu_N \underline{I}\,\underline{B} = g\mu_N I_z B =$$

$$\downarrow$$

$$g\mu_N \underline{I}$$

$$-i+1+1 = i-1$$

$$3 = 2i$$

$$i = \frac{3}{2}$$

$$\Delta E_{max} = 2\mu_{I_z \Rightarrow i} \cdot B = 2g\mu_N iB \qquad \text{ugrások száma: } 2i$$

$$\Delta E_1 = \frac{\Delta E_{max}}{2i} = g\mu_N B$$

2012. 10. 16.

$Z = ps \rightarrow 0 = S_p^{tot}$ spin

$N = ps \rightarrow 0 = S_n^{tot}$ spin

Mágneses momentum az utolsó nukleontól:

$\mu \Rightarrow \mu_{eff}$

$\underline{\mu} = \dfrac{(\underline{M}\,\underline{I})\,\underline{I}}{\underline{I}^2}$

1.) utolsó nukleon : proton

2.) — " — : neutron

$\underline{M}$ mágneses momentumból

$$\underline{M} = \sum_{i=1}^{Z} g_p \mu_N \underline{S}_{p,i} + \sum_{j=1}^{\tilde{N}} g_n \mu_N \underline{S}_{n,j} +$$

$$+ \sum_{i=1}^{Z} \mu_N \underbrace{\underline{L}_{p,i}}_{\ell}$$

neutronok pályamomentumából minus mágneses momentum járulék

1.) $\ell = 2vsz\,(\underline{L}_p)$ $\quad \underline{I}_p = \underline{L}_p + \underline{S}_p$

$i = \ell \pm \frac{1}{2}$

2.) $i = \ell \pm \frac{1}{2}$

Nukleonok átlagtérben

$^{13}C \rightarrow {}^{12}C + n$

μ $\quad \underline{L}_p \Rightarrow \ell - 1 \quad i = \frac{1}{2}$ v. $\left(\frac{3}{2}\right)$ → bekerül a $p_{3/2}$ ^{12}C-nél

$1s_1\ 1p_1$

n 2, 6

p 2, 6

$^{13}C \Rightarrow \ell = 1 \quad i = \frac{1}{2}$

$p_{3/2}$ $p_{1/2}$ spin-pálya kölcsönhatás ⇒ jó erős kölcsönhatás atommagban

Magfizika

2012. 10. 16.

$$\underline{\mu} = \frac{(\underline{M}\,\underline{I})\underline{I}}{I^2} \qquad \underline{L}, \underline{S}$$

1.) proton, $\ell + \frac{1}{2} = i$

$$\underline{I} = \underline{L} + \underline{S}$$

$$\underline{M} = g_p \mu_N \underline{S} + \mu_N \underline{L}$$

$$(\underline{M}\,\underline{I}) = (\underline{L}+\underline{S})(g_p \mu_N \underline{S} + \mu_N \underline{L}) =$$

$$= g_p \mu_N \underline{L}\underline{S} + g_p \mu_N S^2 + \mu_N L^2 + \mu_N \underline{S}\underline{L} =$$

„Sommatál, ment más tésen hat"

$$= (g_p \mu_N + \mu_N)\underline{L}\underline{S} + g_p \mu_N S^2 + \mu_N L^2 =$$

$$(\underline{L}\,\underline{S}) = \frac{1}{2}\left(\underbrace{(\underline{L}+\underline{S})^2}_{I^2} - L^2 - S^2\right) \rightarrow \frac{i(i+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)}{2}$$

$$= \mu_N (g_p + 1)\,\frac{I^2 - L^2 - S^2}{2} + g_p \mu_N S^2 + \mu_N L^2$$

Vektorok: $\frac{\underline{I}}{I^2} \rightarrow \frac{i}{i(i+1)} = \frac{1}{i+1}$

$$\frac{(\underline{M}\,\underline{I})\underline{I}}{I^2} \text{ sor} \rightarrow \frac{\mu_N (g_p+1)\,\frac{i(i+1) - \ell(\ell+1) - s(s+1)}{2} + g_p \mu_N s(s+1) + \mu_N (\ell+1)\ell}{i+1} =$$

$$= \frac{1}{\ell + \frac{3}{2}}\left[\mu_N (g_p+1)\,\frac{(\ell+\frac{1}{2})(\ell+\frac{3}{2}) - \ell(\ell+1) - \frac{3}{4}}{2} + g_p \mu_N \frac{3}{4} + \mu_N (\ell+1)\ell\right] =$$

$$= \frac{1}{\ell + \frac{3}{2}}\left[\mu_N (g_p+1)\,\frac{\ell^2 + \frac{5}{4}\ell + \frac{3}{4} - \ell^2 - \ell - \frac{3}{4}}{2} + g_p \mu_N \frac{3}{4} + \mu_N \ell^2 + \mu_N \ell\right]$$

$$+ \mu_N g_p \ell(\ell+1)$$

$$= \frac{1}{\ell + \frac{3}{2}}\left[\mu_N \frac{\ell(\ell+1)}{2} + g_p \mu_N \frac{3}{4} + \mu_N g_p \frac{1}{2}\left(\ell^2 + \frac{5}{4}\ell\right)\right] = \frac{1}{2} g_p \mu_N + \mu_N \ell$$

$$= \frac{1}{\ell + \frac{3}{2}}\left[g_p \mu_N (\right.$$

b proton $i = \ell - \frac{1}{2}$

2) neutron $\ell - \frac{1}{2} = i$

$$\underline{M} = g_n \mu_N \underline{S} = \cdot$$

$$\underline{I} = \underline{L} + \underline{S}$$

$$\frac{(\underline{M}\,\underline{I})\underline{I}}{I^2} = \frac{(\underline{L}+\underline{S})\left(g_n \mu_N \frac{\underline{S}}{\hbar}\right)\underline{I}}{I^2} = \frac{(\underline{L}\,\underline{S} + S^2) g_n \mu_N}{I^2}\,\underline{I} =$$

$\underline{L}\,\underline{S} = \frac{I^2 - S^2 - L^2}{2}$

$$= \frac{I^2 + S^2 - L^2}{2} g_n \mu_N \frac{\underline{I}}{I^2}$$

$$\mu = \frac{g_n \mu_N \cdot i}{i(i+1)} \left(i(i+1) - \ell(\ell+1) + \frac{3}{4} \right) \frac{1}{2} =$$

$i = \ell - \frac{1}{2}$

$$= g_n \mu_N \left(\ell - \frac{1}{2} - \frac{\ell(\ell+1)}{\ell + \frac{1}{2}} + \frac{\frac{3}{4}}{\ell + \frac{1}{2}} \right) \frac{1}{2} =$$

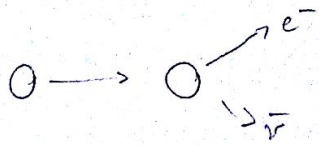
$$= g_n \mu_N \left(\frac{\ell^2 - \frac{1}{4} - \ell^2 - \ell + \frac{3}{4}}{\ell + \frac{1}{2}} \right) \frac{1}{2} =$$

$$= -\frac{g_n \mu_N}{2} = -\left(g_n \mu_N \cdot \frac{1}{2}\right) \frac{i}{i+1} = \frac{-\mu_{\text{neutron}}\, i}{i+1}$$

^{13}C $\quad 1p_{1/2} \quad i = \frac{1}{2}$

$$\mu_{^{13}C} = -\mu_{\text{neutron}}\, \frac{1}{3}$$

β-bomlás (Fermi elmélete)



1.) folytonos energiaspektrum
2.) neutrínó hipotézis
3.) neutrínó elektromágneses kölcsönhatása

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \psi_2 | H | \psi_0 \rangle|^2 \cdot \rho(E) = \frac{dn}{dE}$$

$\psi_2 = \phi_2$ $\quad \psi_0 = \phi_0 \varphi_e \varphi_{\bar\nu}$ $\rightarrow$ $\varphi_e = (\dots) e^{-\frac{i}{\hbar} p_e r}$

$\varphi_{\bar\nu} = (\dots) e^{-\frac{i}{\hbar} p_{\bar\nu} r}$

$$= (\dots) |\langle \phi_\nu \varphi_e \varphi_{\bar\nu} | H | \phi_2 \rangle|^2 \rho(E)$$

M_1

$$M_1 = (\dots) \int \phi_2(r)\, H\, \phi_0(r)\, e^{\frac{i}{\hbar} p_e r} e^{\frac{i}{\hbar} p_{\bar\nu} r}\, dV$$

↓

① skalár: g

② $e^{\frac{i}{\hbar} p_e r} = 1 + \frac{i}{\hbar} p_e r \approx 1$ (durva közelítés)

$p_e R < 1$ $\quad p_e \approx \frac{E}{c}$ $\quad r < R \approx 10\,fm$

$E = \sqrt{p^2c^2 + m_e^2 c^4} \approx pc$

$$\frac{\frac{E}{c} \cdot R}{\hbar} = \frac{E \cdot R}{\hbar c} = \frac{2\,MeV \cdot 10\,fm}{200\,MeV\,fm} = 0{,}1 \ll ??? \; 1$$

M_1 közelítő értéke:

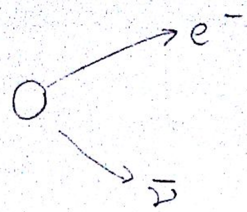
$M_2 = K |\langle \phi_0 | H | \phi_2 \rangle|^2$ = mag mátrixelem

$w = (\dots) M_2 \cdot \rho(E)$

$M_2 = |\langle \Phi_v | H | \Phi_s \rangle|^2$ = mag mátrixelem

$w = (\dots) \cdot M_2 \, \rho(E)$

Elemi esemény: $\rho(E) = 1$



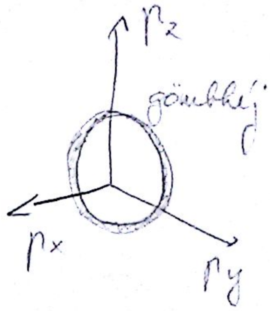
$P(p_e, p_\nu) = (\dots) M_2 F(Z,E)$ adott impulzusokra

atommag húzza vissza az elektront ⇒ igazából nem síkhullám

impl. irány összegzés

M_2-ben van $S(Z,E)$ alakfaktor

$P(p_e, p_\nu) = (\dots) S(Z,E) F(Z,E) p_e^2 p_\nu^2$



$$P(E_e, E_{\bar\nu}) dE_e dE_{\bar\nu} = (\dots) S \cdot F \cdot p_e^2 \frac{dp_e}{dE_e} p_{\bar\nu}^2 \frac{dp_{\bar\nu}}{dE_\nu}$$

sűrűk

$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$ $\qquad p = \sqrt{E^2 - m_0^2c^4}\,\frac{1}{c}$

$m_{\bar\nu} = 0$

$$\frac{dp_e}{dE_e} = \frac{E_e}{c} \frac{1}{\sqrt{E_e^2 - m_e^2c^4}} \qquad \frac{dp_{\bar\nu}}{dE_{\bar\nu}} = \frac{1}{c}$$

$$p(E_e, E_\nu) = (\dots) S F (E_e^2 - m_e^2c^4) \frac{1}{c^2} \frac{E_e/c}{\sqrt{E_e^2 - m_e^2c^4}} \frac{E_{\bar\nu}^2}{c^2} \frac{1}{c} =$$

$$= (\dots) S \cdot F \cdot (E_e^2 - m_e^2c^4) \frac{E_e}{\sqrt{E_e^2 - m_e^2c^4}} E_{\bar\nu}^2 =$$

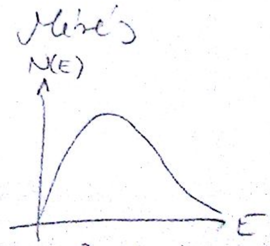
$$= (\dots) S \cdot F \cdot \sqrt{E_e^2 - m_e^2c^4}\, E_e E_{\bar\nu}^2$$

(3.) $E_0 = E_e + E_{\bar\nu}$

$A \to B + e^- + \bar\nu \qquad c^2(m_A - m_B - m_{e^-}) = E_0$

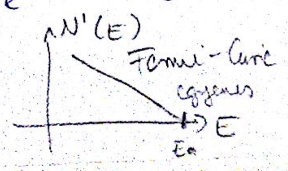
$$P(E_e) = \int p(E_e, E_\nu) dE_\nu \, \delta(E_0 - E_e - E_{\bar\nu}) =$$

$$= (\dots) S F \underbrace{\sqrt{E_e^2 - m_e^2c^4}}_{p_e} E_e (E_0 - E_e)^2$$



$N(E) = (\dots) p E (E_0 - E)^2$

(4.) Megengedett átmenet



$\sqrt{\frac{N(E)}{pE}} = N'(E) \sim E_0 - E$

S = 1, F = 1 esetén egyenes

2 bomlás, nem meg. átm. $L_{e\nu} = 0$ $\sqrt{\frac{N(E)}{pEF(Z,E)}} = N(E)$

Magfizika 2012. 11. 06.

$J_k^{\pi_k} \xrightarrow{\lambda} J_v^{\pi_v}$ folyamat (λ: imp.-mom. foton)

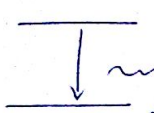
$\vec{J}_k + \vec{\lambda} = \vec{J}_v$ → $|J_k - \lambda| \le J_v \le J_k + \lambda$ átalakítható $\Rightarrow |J_k - J_v| \le \lambda \le |J_k + J_v|$

$\lambda = 1, 2, \dots$

$\pi_k \cdot \pi_\lambda = \pi_v$ $\quad \pi_\lambda = \begin{cases} (-1)^\lambda & \text{elektromos} \\ (-1)^{\lambda+1} & \text{mágneses} \end{cases}$

hosszúhullámú határeset: $kr \ll 1$

Pl.:

① 

milyen multipolaritású fotonod vesznek részt az átmenetben?

$\lambda = E1, M2, E3, M4, E5$ (3−2, 3+2)

negatív jell $- \to +$ π_λ miért -1?

páratlan → E

páros → M

② $1^+ \xrightarrow{E1}$ $J_v = 0^-, 1^-, 2^-$

Átmenetek

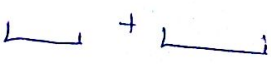
E1, E2, E3, ...

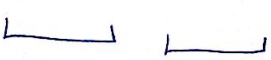
M1, M2, M3, ...

átmenet parciális valószínűségek összege a teljes valószínűség

$T = \sum_{\sigma\lambda} T(\sigma\lambda)$ $\quad \sigma$: E v. M

Fermi-féle aranyszabály: $|\langle \Psi_2 | \mathcal{O} | \Psi_v \rangle|^2$

$Q^E_{\lambda m} =$  $+$

$M^M_{\lambda M} =$ 

$$Q^E_{\lambda m} = e \sum_{i=1}^{Z} r_i^\lambda Y^*_{\lambda m}(\hat{r}_i) - i\mu_0 \frac{2}{\lambda+1} \sum_{i=1}^{A} q_i (\vec{s}_i \times \vec{r}_i) \vec{\nabla}(r_i^\lambda Y^*_{\lambda m})$$

$$M^M_{\lambda m} = \mu_0 \sum_{i=1}^{A} q_i \vec{s}_i \vec{\nabla}(r_i^\lambda Y^*_{\lambda m}) + \frac{2\mu_0}{\lambda+1} \sum_{i=1}^{Z} \vec{l}_i \vec{\nabla}(r_i^\lambda Y^*_{\lambda m})$$

Ha $\sigma = \ell = g = Y = 1$

$$\frac{Q_\lambda(2\,\text{tag})}{Q_\lambda(1\,\text{tag})} \approx \frac{A\mu_0 2R^\lambda}{\hbar e R^\lambda}$$

kötött állapot hullámfv-e nívány fv-re korlátozódik utána durván lecseng.

$kr < kR$ ($R \sim$ 6-8 fm)

$$kr < kR < \frac{k\hbar}{\hbar}R = \frac{E_\gamma}{\hbar c}R \approx \frac{E_\gamma}{30\,MeV} \ll 1$$

($\hbar c \to 197$ MeV, $R \to 6\text{-}8$ fm)

csak akkor igazak a fentiek => ez a hosszúhullámú közelítés

- $$\frac{Q_\lambda(2.\,tag)}{Q_\lambda(1.\,tag)} \approx \frac{A\mu_0 kR^\lambda}{ZeR^\lambda} = \frac{e\hbar k}{mc} = \frac{E_\gamma}{mc^2} \ll 1$$

($E_\gamma \ll 30$ MeV, $mc^2 \sim 938$ MeV)

$$Z \approx \frac{A}{2} \quad \mu_0 = \frac{e\hbar}{2mc}$$

2. tag az első mellett elhanyagolható

- $$\frac{M_\lambda}{E_\lambda} \approx \frac{A\mu_0 R^{\lambda-1}}{ZeR^\lambda} \approx \frac{\hbar c}{mc^2R} = \frac{197\,MeV}{938\,MeV\cdot(6\text{-}8)\,fm} \ll 1$$

1. tagok hányadosa

mágneses átmenet adott multipolaritásra sokkal valószínűtlenebb, mint az elektromos

- $$T(\overset{E,M}{\sigma}(\lambda+1)) = (kr)^2\left[\frac{(2\lambda+1)!!}{[2(\lambda+1)+1]!!}\right]^2 T(\sigma\lambda)$$

(az első tényezők: $\left(\frac{kr}{2\lambda+3}\right)^2$)

$$T(\sigma(\lambda+1)) \ll T(\sigma\lambda)$$

E1 >> E2 >> E3 >> . . .
M1 >> M2 >> M3 >> . . .
E1 >> M1 ; E2 >> M2

$kr \ll 1$

Mindez csak (kis energián!) hosszúhullámú határesetben igaz. ⇓

Nagy energián más, NEM igaz

E1, M1 $\sim E_\gamma^3$

E2, M2 $\sim E_\gamma^5$

$\lambda = 1, 2, \ldots$

$0 \to 0$ $\lambda = 0$ lehet $\Rightarrow$ természetben nincs ilyen átmenet?

de tud EM-sal átmenni.

Ha van az atommagon kívül más is: megengedett

pl.: o atom

átmenet során felszabaduló energia és impulzusmom. nem csak a fotonnak, hanem az elektronnak is átadódik.

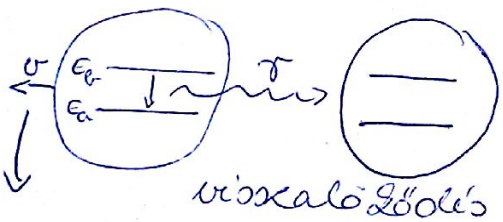
Ez már működik

kötési energia: e^--ra eV
itt az energia $\approx$ keV
$\Rightarrow$ elektron távozik
Konverziós elektron.

o 2 fotont minimum impulzusmom.: 1.

Első rendben tiltott, de másodrendben megengedett folyamat

magon belüli valós.



visszalökődés miatt nem megy végbe ez az átmenet.

impulzus megmaradás miatt visszalökődik

Alacsony energia: nem relativisztikus eset

mag: GeV fotón: MeV

$$\Delta E = E_b - E_a = E_\gamma + \frac{1}{2} M v^2$$

$$Mv = \frac{E_\gamma}{c}$$

$$\Delta E = E_\gamma + \underbrace{\frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}}_{\text{magon belüli}}$$

$\Delta E \approx E_\gamma$

$$E_\gamma = \Delta E - \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2} \approx \Delta E - \underbrace{\frac{(\Delta E)^2}{2Mc^2}}_{\text{visszalökődési energia}}$$

E_R reccal

$M = m_p$ $\quad E_\gamma = 1\,MeV$ $\quad E_R = 5\cdot10^{-4}\,MeV$ => 2-szer ekkora energiát veszít a foton, mert beérkezés-kor is meglöki

$$E_R = \frac{(\Delta E)^2}{2mc^2}$$

Ut visszafelé pedig van egy sebessége, atom-magra: $\Gamma \approx 10^{-3} - 10^{-6}\,eV \ll E_R$

Nem mehet végbe a második mag gerjesztése

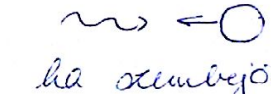
Mit lehet csinálni, hogy ez mégis végbemenjen

1) Hűtés => melegítés

atommag energiája először: $E_{mag} = \frac{1}{2}M(v + v_T)^2$ (v_T: termikus sebesség)

$$E_{mag} = \underbrace{\frac{1}{2}Mv^2}_{E_R} + \underbrace{\frac{1}{2}Mv_T^2}_{E_T} + \underbrace{Mvv_T}_{E_D}$$

visszalökődés, termikus, Doppler



ha szembejön látható elég nagy E-jű lesz γ.

$$E_D = Mvv_T = \frac{E_\gamma}{c}\sqrt{\frac{3kT}{M}} \underset{T=300K}{\approx} \frac{E_\gamma\sqrt{eV}}{\sqrt{10^4\,MeV}} = 10^{-5}E_\gamma \qquad Mc^2 \approx 10^3$$

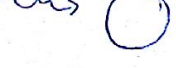
$$\frac{1}{2}Mv_T^2 = \frac{3}{2}kT \qquad v_T = \sqrt{\frac{3kT}{M}} \qquad 1eV = 11600\,K \cdot k_B$$

$$\sqrt{\frac{3kT}{M}}\overset{T=300}{=}\sqrt{\frac{3\cdot300\,eV}{11600\,M}} \approx \sqrt{\frac{1000}{10000M}} = \frac{1}{\sqrt{10M}}$$

$E_R = 500\,eV$ $\quad E_D = 10eV$ nem segít

$$E_T = \frac{3}{2}k_BT = \frac{3}{2}300\cdot\frac{1}{11600}eV \approx 0{,}05\,eV$$

2) Rajta a második magot a fényre (Doppler mechanika)



$$E_M = Mv\cdot v_m = \frac{E_\gamma}{c}v_m = E_\gamma\frac{v_m}{c} \overset{?}{=} 5\cdot10^{-4}\,MeV$$

$$\frac{v_m}{c} = 5\cdot10^{-4}$$

$$v_m = R\omega = 1m\cdot2\pi f = c\cdot5\cdot10^{-4} \Rightarrow 25\cdot10^{4} = f$$

Magfizika 2012. 11. 06.

25000 fordulat / s

főtengely fordulatszáma F1-ben 20000 fordulat/min
ultracentrifuga urándúsításnál pl.: ≈ 70-80 ezer fordulat/min

$$E_R = \frac{E_\gamma^2}{2Mc^2}$$

$A = 60$

ha M elég nagy jó a mechanikai módszer is

(5.) Mössbauer

kristályrácsban ~~[illegible]~~ lökődik vissza ⇒ olyan kicsit lökődik vissza, h. dvatosnak kell lenni, h a hőmozgás ne rontsa el.

Magmodellek

A = 3 197... -ban oldották meg először numerikusan

A = 4 1984 1%-nál kisebb hibával

A = 5 1995

ma A = 10 ⇒ szuperszámítógépek

nagyobb magokra fizikailag motivált módon kell egyszerűsíteni magmodellel

- kollektív modell
- egyrészecske modell

(1.) Cseppmodell

kollektív modell

atommag mint vízcsepp az űrben

↳ összenyomhatatlan folyadék, sűrűség konstans

$$\rho = \frac{A}{V} = \frac{A}{\frac{4\pi}{3}(r_0 A^{1/3})^3} = 0{,}138 \frac{\text{nukleon}}{fm^3} \qquad R = r_0 A^{1/3} \quad r_0 \approx 1{,}2\, fm$$

→ nukleonok csak az szomszédokkal kötnek kötésben. E ~ A

→ felületen vannak a nem kötött nukleonokkal való kh-t is kellene => ezt le kell vonni

kötési energia => végtelenbe távolítva mennyi energiát kell nyerni

$$E_B = \underbrace{c_1 A}_{\text{térfogati tag}} - \underbrace{c_2 A^{2/3}}_{\text{felületi tag}} - c_3 \frac{Z^2}{A^{1/3}} - c_4 \frac{(N-Z)^2}{A} + \frac{\delta}{A^{3/4}}$$

atommag energiája

$$E = -E_B$$

δ: páros–páros $+1$; páros–páratlan 0; páratlan–páratlan -1; $N \approx N$

utolsó tag fizikája

kötött a $^1S_0$ szinglett

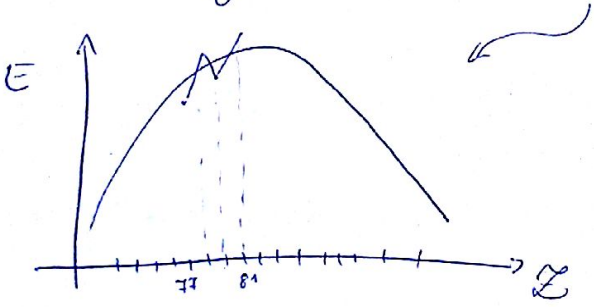
$L=0,\ S=0$ energetikailag kedvező

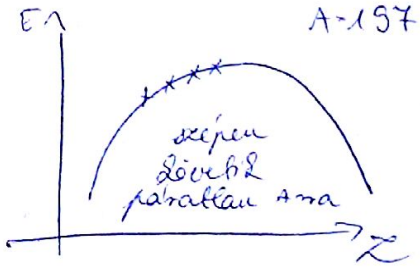
↑↓ protonra majdnem kötött

$c_1 = 15{,}56$ $c_2 = 17{,}23$ $c_3 = 0{,}7$ $c_4 = 233$

1 nukleonra jutó kötési energia kb

Hf: $A = 198$ $Z = 81$





A rögzítése esetén hol az E_B maximuma Z-ben?

$$\left.\frac{\partial E_B}{\partial Z}\right|_{A=\text{konst}} = 0 = -2c_3 \frac{Z}{A^{1/3}} + 4c_4 \frac{(A-2Z)}{A}$$

$$A^{2/3} c_3 Z = 2c_4 A - 4c_4 Z$$

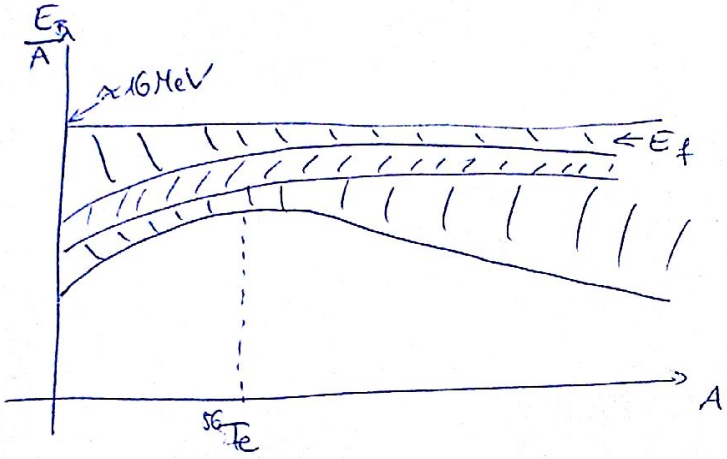
$$Z = \frac{2c_4 A}{A^{2/3} c_3 + 4c_4} = \frac{A/2}{1 + \frac{c_3}{4c_4} A^{2/3}} = \frac{A/2}{1 + 0{,}0075 A^{2/3}}$$

nagy magokra kisebb lesz, mint $A/2$.

Hf: A = 50
100
150
200a
250

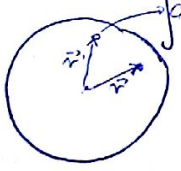
^{208}Pb => A = 208 $\underbrace{Z=82 \quad N=126}_{\text{mágikus számok}}$

Z-t beleegyesítve A-t megközelíthetnénk persze nem :) A=56 -nál lévő lejönni.



C3 értéke

R sugarú gömbben Z db proton => Coulomb-energia?



$\int d^3\vec{r}' \underbrace{\frac{Z-1}{V}}_{\text{töltéssűrűség amit érez}} \frac{e^2}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = V(\vec{r})$

$$V(\vec{r}) = \frac{Z-1}{V}\int d^3\vec{r}' \frac{e^2}{|\vec{r}-\vec{r}'|} = \frac{(Z-1)e^2}{V}\int d^3\vec{r}' \frac{1}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\vartheta}} =$$

$$= \frac{(Z-1)e^2}{V} 2\pi \int_0^R dr' \int_0^{\pi} d\vartheta \frac{1}{\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\vartheta}} r'^2 \sin\vartheta \, d\vartheta \, dr' =$$

$$= \frac{(Z-1)e^2}{V} 2\pi \int_0^R dr' \underbrace{\left[\frac{2\sqrt{r^2+r'^2-2rr'\cos\vartheta}}{2rr'}\right]_0^{\pi}}_{\frac{r+r'}{rr'} - \frac{|r-r'|}{rr'}} r'^2 dr' =$$

$$= \int_0^r \left(\underbrace{\frac{r+r'}{rr'} - \frac{r-r'}{rr'}}_{\frac{2}{r}}\right) r'^2 dr' + \int_r^R \left(\underbrace{\frac{r+r'}{rr'} + \frac{r-r'}{rr'}}_{\frac{2r'}{r}}\right) r'^2 dr' =$$

$$\int_0^r \frac{2}{r} r'^2\, dr' + \int_r^R 2r'\, dr' = \frac{2}{3}r^2 + 2R^2 - r^2 = R^2 - \frac{1}{3}r^2$$

$$V(\vec{r}) = \frac{e^2(Z-1)}{V} 2\pi \left(R^2 - \frac{1}{3}r^2\right)$$

$$\frac{1}{2}\int d^3\vec{r}\, \frac{Z}{V} V(\vec{r}) = \frac{e^2(Z-1)2\pi Z}{2V^2} \int_0^R d^3r \left(R^2 - \frac{1}{3}r^2\right) = \frac{e^2(Z-1)Z\pi^2 16}{V^2 15} R^5 =$$

(1,44 MeVfm; $\left(\frac{4\pi}{3}R^3\right)^2$)

$$= \frac{e^2(Z-1)Z}{R} \cdot \frac{3}{5} \approx 0{,}7\, Z(Z-1)A^{-1/3}$$

($R \to r_0 A^{1/3}$, $r_0 \approx 1{,}2$ fm)

$$\int_0^R d^3r \left(R^2 - \frac{1}{3}r^2\right) = 4\pi \left(R^2\frac{R^3}{3} - \frac{1}{15}R^5\right) = \frac{16\pi}{15}R^5$$

$$0{,}7\, Z(Z-1)A^{-1/3} \xrightarrow[Z\text{ nagy}]{} 0{,}7\, \frac{Z^2}{A^{1/3}}$$

Kollektív gerjesztések leírása

Forgás:

$$E_f = \frac{L^2}{2\Theta} \qquad \hat{H}_f = \frac{\hat{J}^2}{2\Theta} \Rightarrow E_f = \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\Theta}\left(1 - \alpha J(J+1)\right)$$

Nagy sebességgel forog $\Rightarrow$ Lapul

Ha nem lapul ki:

$J \Rightarrow$ nagyon nagy is lehet

nagyon nagy J-re $\frac{\text{nagytengely}}{\text{kistengely}} > \frac{2}{1}$ szuperdeformált fajd Bamaba's

$> \frac{3}{1}$ hiperdeformált

Niels Bohr kiszámolta, h. kb. mire hasad az urán a cseppmodellben

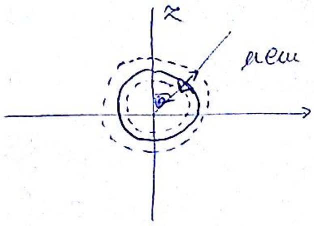
gömbfelszínt elérve továbbmegy => oszcillál a felületi feszültség hatására

$$R(\vartheta,\varphi,t) = R_0\left(1+\sum_{l=0}^{\infty}\sum_{m=-l}^{l} c_{lm}(t)\, Y_{lm}(\vartheta,\varphi)\right)$$

teljes fv rendszer, mely a gömbön értelmezett: gömbfv-ek.

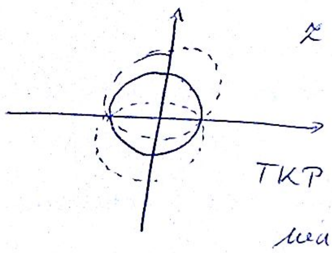
Elemi gerjesztések hatására hogy rezeg?

$Y_{00} \overset{\text{valós}}{=} \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$



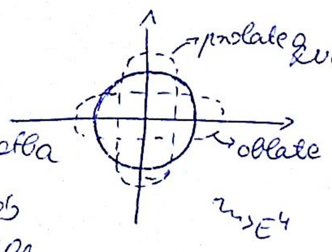
nem lehet ilyen rezgési módus, monopól változtatja a sűrűséget [illegible]

$Y_{10} \sim P_1(\cos\vartheta) \sim \cos\vartheta$



z tengely körüli oszcilláció nem lesz, mert TKP nem marad meg mozgó dipól

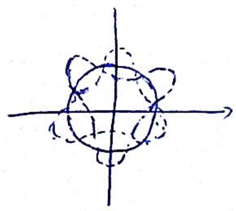
$Y_{20} \sim P_2(\cos\vartheta) \sim 3\cos^2\vartheta - 1$



kvadrupól rezgés ✓

ha legerjesztődik alapállapotba kibocsát egy ~~dipól~~ kvadrupól fotont és marad a gömbszerű áll.

$Y_{30} \sim P_3(\cos\vartheta) \sim 5\cos^3\vartheta - 3\cos\vartheta$



oktupól rezgés ✓

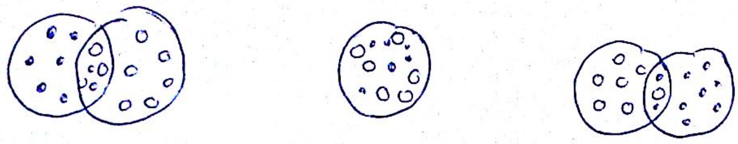
Kísérlet azt mutatta, hogy van dipól rezgés, mértek legerjesztődés során dipól fotont.

Dipól

magban 2féle folyadék
protonok és neutronok

$\longrightarrow z$

$\overrightarrow{\mathcal{E}}$



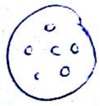
izovektor dipól oszcilláció $E \sim A^{1/6}$

(vomis) Goldhaber-Teller

Fermi-gáz modell

Nukleonok első közelítésben teljesen szabadon röpködhetnek, fermionok ideális gáza
nem ütköznek
egyensúlyban vannak

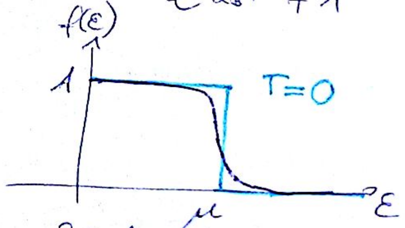
Fermi-Dirac eloszlást követnek



h^3 térfogatban elemi fáziscellában

$$f = \frac{g}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{k_B T}}+1}$$

$g \rightarrow$ belső szabadsági fokok száma



$$A = \frac{g}{h^3}\int \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{k_B T}}+1}\, d^3\vec{r}\, d^3\vec{p}$$

teljes fázistérre kiintegrálva

1 fáziscellában hány részecske

$\Rightarrow$ részecskeszám

MeV-es energiák => nem relativisztikus

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m}$$

$$\int d^3 r \rightarrow V$$

$$\int d^3 p \xrightarrow[\text{függ}]{\text{csak abs. ért.}} \int dp\, 4\pi p^2$$

$$A = \frac{g\, 4\pi V}{\hbar^3 (2\pi)^3}\int_0^\infty \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{k_B T}}+1}\, p^2 dp$$

$$p = \sqrt{2m\varepsilon}$$

$$dp = \sqrt{2m}\,\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}}\, d\varepsilon$$

$$A = \frac{g\,4\pi V}{h^3(2\pi)^3}\int_0^\infty 2m\varepsilon\sqrt{2m}\frac{1}{2\sqrt{\varepsilon}}\,d\varepsilon =$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}(2m)^{3/2}\varepsilon^{1/2}d\varepsilon}_{T\to 0\; C\cdot\int_0^\mu \varepsilon^{1/2}d\varepsilon}$$

$$\frac{A}{V} = \frac{g}{h^3 2\pi^2}\,\frac{1}{2}(2m)^{3/2}\,\frac{2}{3}\,\mu^{3/2}$$

$$\mu = \underbrace{\frac{h^2c^2}{2mc^2}}_{(938\,MeV)}\left(\frac{6\pi^2\rho}{g}\right)^{2/3} \approx 33\,MeV$$

$(1\,g\,MeV\,fm)^2$

energia, ha plusz 1 részecskét hozzáadsz úgy, hogy S=áll, V=áll

DE! protonok és neutronok száma nem ua.

Több neutron van, mint proton.

$$Z = \frac{A/2}{1 + 0{,}0075\,A^{2/3}}$$

$$\mu_n = g\,\frac{h^2}{2m}\left(\frac{6\pi^2\rho}{g}\right)^{2/3}\left(\frac{2N}{A}\right)^{2/3} = \underbrace{\left(\frac{2N}{A}\right)^{2/3}}_{>1}\mu$$

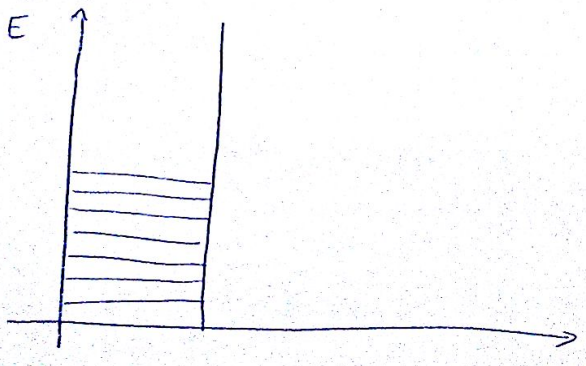
$$\rho_n = \frac{N}{V} = \frac{N}{A}\cdot\frac{A}{V} = \rho\frac{N}{A} \qquad g_n = \frac{g}{2} \qquad g = 4$$

$$\rho_z = \frac{Z}{V} = \frac{Z}{A}\cdot\frac{A}{V} = \rho\frac{Z}{A}$$

$$\mu_Z = \underbrace{\left(\frac{2Z}{A}\right)^{2/3}}_{<1}\mu$$

$A \approx 100$

$\mu_n = 35\,MeV$ $\mu_z = 31\,MeV$

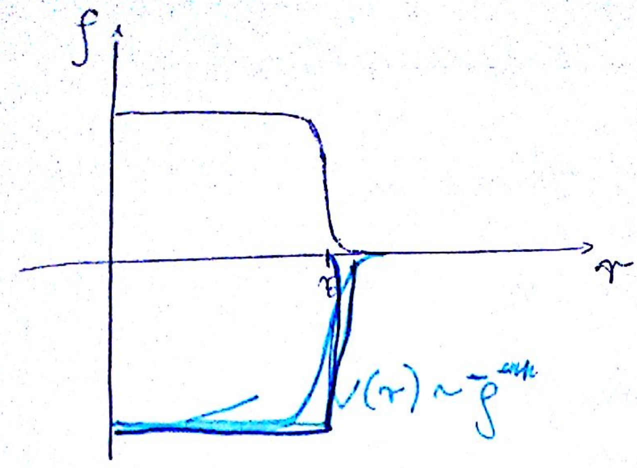


atommag

páros-páros összeg

kiszemelt nukleon összes többivel való kölcsönhatásának átlagtér potenciálja

nukleonra csak ez az átlagtér pot. hat.



elektronszórás infóból atommag szélén eltűnik a sűrűség

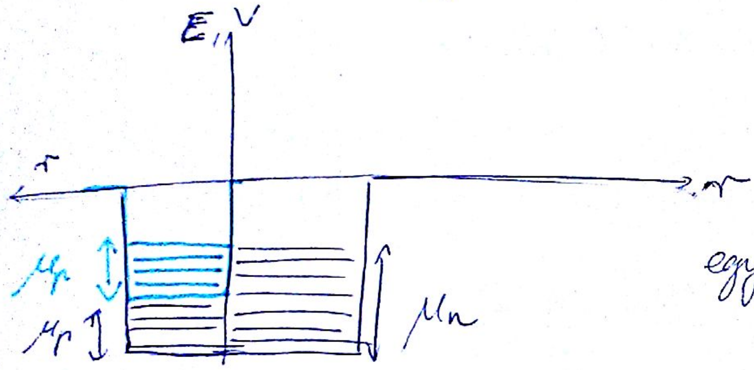
$$V = \frac{-V_0}{e^{\frac{r-r_0}{\sigma}} + 1}$$ Saxon-Woods potenciál

σ: diffuzitás

$r < r_0$ $e^{\frac{r-r_0}{\sigma}} \ll$ pici $-V_0$

$r > r_0$ $e^{\frac{r-r_0}{\sigma}} \gg 1$ $e^{-\left(\frac{r-r_0}{\sigma}\right)}(-V_0)$

Ez a pot. leegyszerűsíthető l négyzetes potenciálra —



egyensúlyban meg kell, hogy egyezzenek a kémiai potenciálok (Fermi-szint) ⇒ hogy kiegyenlítődjön elbomlik, de valóságban nincs ilyen

feljebb kell tolni a protonokra vonatkozó pot. „alját".

<u>kinetikus energia</u>

$$T = \frac{g}{\hbar^3 (2\pi)^3} \int \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + 1} \underbrace{d^3\vec{r}}_{V} \underbrace{d^3\vec{p}}_{4\pi p^2 dp} =$$

$$= \frac{gV}{\hbar^3 (2\pi^2)} \int_0^\infty \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + 1} 2m\varepsilon \sqrt{2m} \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} d\varepsilon =$$

limesz: $T \to 0$

$$= \frac{gV}{\hbar^3 2\pi^2} (2m)^{3/2} \frac{1}{2} \underbrace{\int_0^\mu \varepsilon^{3/2} d\varepsilon}_{\frac{2}{5}\mu^{5/2}} = \frac{gV (2m)^{3/2}}{\hbar^3 10\pi^2} \mu \mu^{3/2}$$

$$\mu = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{6\pi^2 \rho}{g}\right)^{2/3}$$

$$\mu^{3/2} = \frac{\hbar^3}{(2m)^{3/2}} \frac{6\pi^2\rho}{g}$$

$$T = \frac{gV(2m)^{3/2}}{\hbar^3 10\pi^2}\mu^{3/2}\mu = \frac{A\,3}{5}A\mu = \frac{3}{5}A\frac{\hbar^2}{(2m)^{1/2}}\left(\frac{6\pi^2\rho}{g}\right)^{2/3} =$$

$$= \frac{3}{10}A\frac{\hbar^2}{m}\left(\frac{6\pi^2\rho}{g}\right)^{2/3} = CA \qquad C \approx 20\,\text{MeV}$$

↳ térfogati tag

Kötési energia arányos a tömegszámmal, a térfogattól függ 1. közelítésben.

Addtunal vettük, hogy a ρ = konst, de $V \cdot \rho = A$ kifog jönni közöttük

$$T = T_n + T_p = \left(2^{-2/3}\left(\frac{N}{A}\right)^{5/3} + 2^{2/3}\left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3}\right)T = 2^{-2/3}\left(\left(\frac{N}{A}\right)^{5/3} + \left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3}\right)CA$$

$\rho_n = \rho\frac{N}{A}$ $\rho_p = \rho\frac{Z}{A}$

$g_n = \frac{g}{2} = g_p$

$T \sim \rho^{5/3}$

$T \sim \mu^{5/2}$ $\mu \sim \rho^{2/3}$

ill. $T \sim g\mu^{5/2}$ $\mu \sim g^{-2/3}$ $\Rightarrow T \sim g^{-2/3}$

$x = \frac{N-Z}{A}$ kicsi

$N = Z + xA = A - Z = A\frac{1+x}{2}$

$A = 2Z + xA$

$Z = A\frac{1-x}{2}$

$\left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3} = \frac{1}{2^{5/3}}(1-x)^{5/3}$ $\left(\frac{N}{A}\right)^{5/3} = \frac{1}{2^{5/3}}(1+x)^{5/3}$

sor.

$(1-x)^{5/3} = 1 - \frac{5}{3}\frac{(1-x)^{2/3}}{-1}\Big|_{x=0}x + \frac{5}{3}\frac{2}{3}\frac{(1-x)^{-1/3}}{1\cdot 2}\Big|_{x=0}x^2 - \dots =$

$= 1 - \frac{5}{3}x + \frac{5}{9}x^2$

$(1+x)^{5/3} = 1 + \frac{5}{3}x + \frac{5}{9}x^2$

$\Big\} \; 2 + 2\cdot\frac{5}{9}x^2 \Rightarrow \frac{1}{2^{5/3}}\left(2 + 2\cdot\frac{5}{9}x^2\right) = \left(\frac{Z}{A}\right)^{5/3} + \left(\frac{N}{A}\right)^{5/3}$

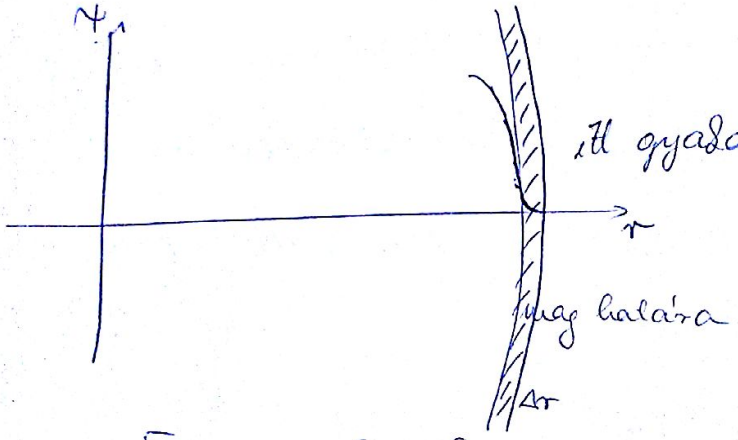
$T = 2^{2/3} \frac{1}{2^{5/3}} 2 \left(1 + \frac{5}{9}x^2\right) CA = \left(1 + \frac{5}{9}\frac{(N-Z)^2}{A^2}\right) CA =$

$= CA + \frac{5}{9} C \frac{(N-Z)^2}{A}$ 2 tag a csepparmodellből

ált. felületi szimmetria

↳ $C = 20\,MeV$ nem jó $-16\,MeV$

felületi tag:



„H gyakorlatilag nincs mozgás"

⇓

több részecske, mint amennyi valójában van

tag határa

$E_F = \frac{g}{h^3(2\pi)^3} \int \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + 1} \mp \Delta r \, d^3\vec{p} =$

$\Delta r \Delta p \simeq \frac{h}{2}$; $\Delta r \simeq \frac{h}{2p}$; $d^3\vec{p} = 4\pi p^2 dp$

Lokalitás

$= \frac{g}{h^3} \frac{hF}{2(2\pi)^3} \int_0^\infty \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + 1} p \, dp =$

$p^2 = 2m\varepsilon$

$2p\,dp = 2m\,d\varepsilon$

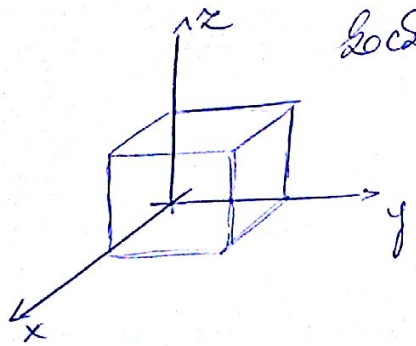
$= \frac{gF}{h^3 2(2\pi)^3} m \int_0^\infty \frac{\varepsilon}{e^{\frac{\varepsilon-\mu}{kT}} + 1} d\varepsilon =$

$T \to 0$ $\int_0^\mu \varepsilon \, d\varepsilon = m\frac{\mu^2}{2}$

$= \frac{gF}{h^3 8\pi^2} m \mu^2 = \frac{gF}{h^3 8\pi^2} m \frac{h^4}{4m^2} \left(\frac{6\pi^2\rho}{g}\right)^{4/3} = \frac{g}{8\pi^2 m^2} h^2 \left(\frac{3\pi^2\rho}{g/2}\right)^{4/3} F$

$\mu = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{6\pi^2\rho}{g}\right)^{2/3}$

$$T_T^V = \frac{\hbar^2}{80\pi \cdot m}\left(\frac{3\pi^2 \rho}{2}\right)^{4/3} T$$ mól valójában



Kocka alakú atommag

$$\psi = \sin(k_x x)\sin(k_y y)\sin(k_z z)$$

$x = 0 \quad \psi = 0$

$$L k_x = n_x \pi$$

$$k_x = \frac{n_x \pi}{L} \qquad k_y = \frac{n_y \pi}{L} \qquad k_z = \frac{n_z \pi}{L}$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

$$\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \le \mu = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{6\pi^2 \rho}{g}\right)^{2/3}$$

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \le \left(\frac{6\pi^2 \rho}{g}\right)^{2/3}$$

$$\frac{\pi^2}{L^2}(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2) \le \left(\frac{6\pi^2 \rho}{g}\right)^{2/3}$$

$$n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 \le \frac{L^2}{\pi^2}\left(\frac{6\pi^2 \rho}{g}\right)^{2/3} = A^2$$

A sugarú gömbben mennyi az egységnyi kockák száma

$$\frac{4\pi}{3} A^3 = \frac{4\pi L^3}{3\pi^3}\left(\frac{6\pi^2 \rho}{g}\right)$$

?

x irányú, y irányú, z irányú egységnyi vastagságú

Összefüggés

$$\frac{1}{8}\left(\frac{4\pi}{3} A^3 - 3 \cdot \pi \cdot A^2\right) \cdot 4 = A_{\text{tömegszám}}$$

?

↑ g

	C_1	C_2	C_3	C_4	
Weizsacker	-16	17,2	0,7	23,3	MeV
Fermigáz (V=0)	20	7,6	0,7	11	MeV

perturbációszámítás NEM jogos $T=20$ $V=-36$
de nincs jobb.

$\frac{p^2}{2m}$ Fermi eloszlása kiátlagolva $\Rightarrow T$

$$\phi_i(\vec{r}_i) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

ortonormáltak $\quad$ $k \cdot r$ egyes nukleonok hfv-e

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{A!}} \sum_p (-1)^{\Pi_p} \phi_{p_1}(\vec{r}_1)\phi_{p_2}(\vec{r}_2)\dots\phi_{p_A}(\vec{r}_A)$$

Slater-det.

1-A számok permutációja

Π_p permutáció paritása.

$\langle\Psi|\Psi\rangle = 1$ $\qquad$ $\langle\Psi|\Psi\rangle = \int \phi_{p_1}(\vec{r}_1)\phi^*_{p'_1}(\vec{r}_1)\, d^3r_1 \dots$ ($\to \delta_{p_1 p'_1}$)

$$\langle\Psi|\hat{T}|\Psi\rangle = \sum_i \langle\phi_i|t_i|\phi_i\rangle = \sum_i \frac{p_i^2}{2m} \dots$$

$\hat{T} = \sum_i \hat{t}_i$

Fermi-Dirac jól működik

$$\hat{V} = \frac{1}{2}\sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{A} v_{ij}(\vec{r}_j - \vec{r}_i)$$

$$\langle\Psi|\hat{V}|\Psi\rangle = \sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{A} \langle\phi_{ij}|v_{ij}|\phi_{ij}\rangle$$

jó, nem kell csak spin és izospin $\Leftarrow$

$$\phi_{ij}^{sz} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\phi_i(\vec{r}_i)\phi_j(\vec{r}_j) + \phi_j(\vec{r}_i)\phi_i(\vec{r}_j)\right)$$

$$\phi_{ij}^{asz} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\phi_i(\vec{r}_i)\phi_j(\vec{r}_j) - \phi_j(\vec{r}_i)\phi_i(\vec{r}_j)\right)$$

Hartree-Fockban:

$$\langle\Psi|V|\Psi\rangle = \sum_{\substack{i,j=1\\ i\neq j}}^{A} \langle\phi_i(\vec{r}_i)\phi_j(\vec{r}_j)\, v_{ij}(\vec{r}_i - \vec{r}_j)\,\big(\underbrace{\phi_i(\vec{r}_i)\phi_j(\vec{r}_j)}_{C} - \underbrace{\phi_j(\vec{r}_i)\phi_i(\vec{r}_j)}_{K}\big)$$

ua. $\langle\phi_i(\vec{r}_i)\phi_i(\vec{r}_i)\rangle = \langle\phi_i(\vec{r}_j)\phi_i(\vec{r}_j)\rangle$

$$\phi_i = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}_i \vec{r}_i} \quad \chi_\sigma$$

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{A!}} \sum_P (-1)^{\pi_P} \phi_{p1}(\vec{r}_1)\, \phi_{p2}(\vec{r}_2) \dots \phi_{pA}(\vec{r}_A)$$

$$\langle \Psi | \left(\hat{T} = \sum_i \hat{t}_i\right) | \Psi \rangle = \sum_i \underbrace{\langle \phi_i | t_i | \phi_i \rangle}_{\frac{p_i^2}{2m}} \Rightarrow \langle T \rangle_1 = \frac{p^2}{2m}$$

$$\langle \Psi | \left(\hat{V} = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{A} v_{ij}\right) | \Psi \rangle = \frac{1}{2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^{A} \left(\underbrace{\frac{3}{8}}_{\text{térben}} \langle \phi_{ij}^{sz} | V_{ij} | \phi_{ij}^{sz} \rangle + \right.$$

$$\left. + \underbrace{\frac{5}{8}}_{\text{térben}} \langle \phi_{ij}^{as} | v_{ij} | \phi_{ij}^{as} \rangle \right)$$

$$\phi_{ij}^{sz} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\phi_i(\vec{r}_i)\, \phi_j(\vec{r}_j) + \phi_j(\vec{r}_i)\, \phi_i(\vec{r}_j) \right)$$

$$\phi_{ij}^{as} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\phi_i(\vec{r}_i)\, \phi_j(\vec{r}_j) - \phi_j(\vec{r}_i)\, \phi_i(\vec{r}_j) \right)$$

Milyen valószínűséggel lesznek a mágneses szim. v. asz. állapotban. Szim-t a spin, izospin meghatározza

S	T	tér	állapotok száma kételemű rendszer
0	0	asz.	
1	0	sz.	$1 \cdot 1 = 1$
0	1	sz.	$3 \cdot 1 = 3$
1	1	asz.	$1 \cdot 3 = 3$
			$3 \cdot 3 = 9$ (16)

szim: $\frac{3+3}{16} = \frac{3}{8}$ asz.: $\frac{1+9}{16} = \frac{5}{8}$

$$\langle \hat{V} \rangle_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{8} \langle \phi_{12}^{sz} | v_{12} | \phi_{12}^{sz} \rangle + \frac{5}{8} \langle \phi_{12}^{as} | v_{12} | \phi_{12}^{as} \rangle \right.$$

integrálalakban

$$\langle \hat{V} \rangle_{12} = \frac{1}{2} \frac{1}{V^2} \int \left(\frac{3}{8} \left(e^{-i\vec{k}_1\vec{r}_1 - i\vec{k}_2\vec{r}_2} + e^{-i\vec{k}_2\vec{r}_1 - i\vec{k}_1\vec{r}_2} \right) \right.$$

$$\langle V \rangle_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{3}{8}\langle \Phi_{12}^{ss} | v_{12} | \Phi_{12}^{ss}\rangle + \frac{5}{8}\langle \Phi_{12}^{as} | v_{12} | \Phi_{12}^{as}\rangle\right)$$

$$\langle V \rangle_{12} = \frac{1}{2}\frac{1}{V^2}\frac{1}{2}\int\int \frac{3}{8}\Big(\underbrace{e^{-i\vec{k}_1\vec{r}_1 - i\vec{k}_2\vec{r}_2}}_{①} + \underbrace{e^{-i\vec{k}_2\vec{r}_1 - i\vec{k}_1\vec{r}_2}}_{②}\Big) v_{12}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \cdot$$

$$\cdot \Big(\underbrace{e^{i\vec{k}_1\vec{r}_1 + i\vec{k}_2\vec{r}_2}}_{③} + \underbrace{e^{i\vec{k}_2\vec{r}_1 + i\vec{k}_1\vec{r}_2}}_{④}\Big) +$$

$$+ \frac{5}{8}\Big(\underbrace{e^{-i\vec{k}_1\vec{r}_1 - i\vec{k}_2\vec{r}_2}}_{⑤} - \underbrace{e^{-i\vec{k}_2\vec{r}_1 - i\vec{k}_1\vec{r}_2}}_{⑥}\Big) v_{12}(\vec{r}_2 - \vec{r}_1) \cdot$$

$$\cdot \Big(\underbrace{e^{i\vec{k}_1\vec{r}_1 + i\vec{k}_2\vec{r}_2}}_{⑦} - \underbrace{e^{+i\vec{k}_2\vec{r}_1 + i\vec{k}_1\vec{r}_2}}_{⑧}\Big) d^3\vec{r}_1\, d^3\vec{r}_2$$

$① \cdot ③ = 1 = ② \cdot ④$

$① \cdot ④ = e^{i\vec{r}_1(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) + i\vec{r}_2(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)} = e^{-i2\vec{k}\vec{r}}$

$\vec{r}_2 - \vec{r}_1 = \vec{r} \qquad \vec{k}_2 - \vec{k}_1 = 2\vec{k}$

$\vec{r}_1 = \vec{R} + \frac{\vec{r}}{2} \qquad \vec{k}_1 = \vec{K} + \vec{k}$

1-cofattor

$② ③ = e^{i\vec{r}_1(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) + i\vec{r}_2(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)} = e^{i2\vec{k}\vec{r}}$

$⑤ ⑦ = 1 = ⑥ ⑧$

$⑤ ⑧ = -e^{i\vec{r}_1(\vec{k}_2 - \vec{k}_1) + i\vec{r}_2(\vec{k}_1 - \vec{k}_2)} = -e^{-2i\vec{k}\vec{r}}$

$⑥ ⑦ = -e^{i\vec{r}_1(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) + i\vec{r}_2(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)} = -e^{2i\vec{k}\vec{r}}$

$$\int d^3\vec{r}_1\, d^3\vec{r}_2 = \int d^3\vec{r}\, d^3\vec{R}$$

$\int d^3\vec{R} = V$ muoio $\vec{R}$ fuori

$$\langle V \rangle_{12} = \frac{V}{4V^2}\int 2 - \frac{1}{4}\underbrace{\left(e^{2i\vec{k}\vec{r}} + e^{-2i\vec{k}\vec{r}}\right)}_{2\cos(2kr\cos\vartheta)} v(\vec{r})\, d^3\vec{r}$$

$\Rightarrow$ 4-re di libet integrale muoio 4 fuori

$$\int d^3\vec{r} = 2\pi\int r^2 dr \int \sin\vartheta\, d\vartheta$$

$$\langle V \rangle_{12} = \frac{\pi}{V}\int_0^{\infty}\int_0^{\pi}\Big(1 - \frac{1}{4}\cos(2kr\cos\vartheta)\Big)\sin\vartheta\, d\vartheta\, r^2 dr$$

$$2 - \frac{1}{4}\Big[-\frac{\sin(2kr\cos\vartheta)}{2kr}\Big]_0^{\pi} \qquad \cos(2kr\cos\vartheta)\cdot 2kr(-\sin\vartheta)$$

$$\frac{\sin 2kr}{2kr} \qquad \frac{\sin 2kr}{2kr}$$

$$\frac{5}{4} - \frac{2\sin(2kr)}{2kr}$$

$$\langle V_1 \rangle_{12} = \frac{2\pi}{V} \int \left(1 - \frac{1}{4} \frac{\sin(2qr)}{2r}\right) r^2 v(r)\, dr$$

Reid-pot : $-v_0 \frac{e^{-\mu r}}{r}$

$v_0 = 14{,}9$ MeV fm

$\mu = 0{,}7$ fm^{-1}

$$\langle V \rangle_{12} = -\frac{1}{2} \frac{4\pi}{V} v_0 \left[\frac{1}{\mu^2} - \frac{1}{4} \frac{1}{q^2 + \mu^2} \right]$$

2 részecske kicserélődés

$$V_{\text{fgáz}} = \frac{g^2}{\hbar^6 (2\pi)^6} \int \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_F}{2k_B T}} + 1} \cdot \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_F}{2k_B T}} + 1} \langle V \rangle_{12} \, d^3\vec{r}_1 \, d^3\vec{r}_2 \, \hbar^6 d^3\vec{q}_1 \, d^3\vec{q}_2 =$$

$$\varepsilon_F = \mu_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{6\pi^2 \rho}{g}\right)^{2/3}$$

$$= \frac{p_F^2}{2m} = \frac{(q_F \hbar)^2}{2m} \Rightarrow q_F = \left(\frac{6\pi^2 \rho}{g}\right)^{1/3}$$

$T \to 0$ közelítés

$$= \frac{g^2}{(2\pi)^6} V^2 \int \langle V \rangle_{12} \, d^3\vec{K} \, d^3\vec{q}$$

$|\vec{q}_1|, |\vec{q}_2| \leq |\vec{q}_F|$

$g = 4$

$$V = -\frac{2\pi v_0}{\mu^2} A\rho \left(1 - \frac{9}{16} \frac{\mu^2}{q_F^2}\right)$$

$$T = \frac{3\hbar^2}{10m} \left(\frac{3\pi^2 \rho}{2}\right)^{2/3} A$$

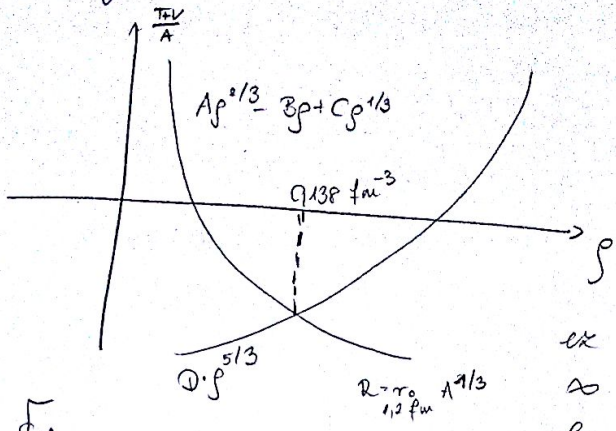
$$\frac{T+V}{A} = \underbrace{\frac{3}{10} \frac{\hbar^2}{m} \left(\frac{3\pi^2}{2}\right)^{2/3}}_{20 \text{ MeV}} - \underbrace{\frac{2\pi v_0}{\mu^2} \rho}_{-26{,}4 \text{ MeV}} \left(1 - \underbrace{\frac{9}{16} \left(\frac{2}{3\pi^2}\right)^{2/3} \frac{\mu^2}{\rho^{2/3}}}_{0{,}171}\right)$$

$\rho = 0{,}138$ fm^{-3}

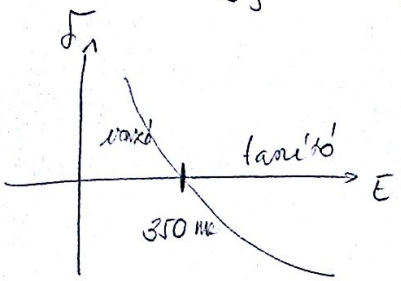
$-1{,}88$ MeV legalább nem negatív

Legalább a másodrendet is kiszámolni, mert az elsőrendű nagyobb mint a perturbálatlan

problémája ennek a formula:



ez nem szaturál!
∞ nagy sűrűségre lesz a legmélyebb a kötési energia

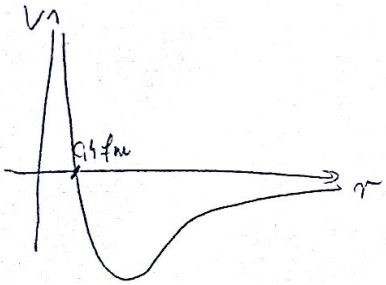


Hiányzik a taszító tömeg

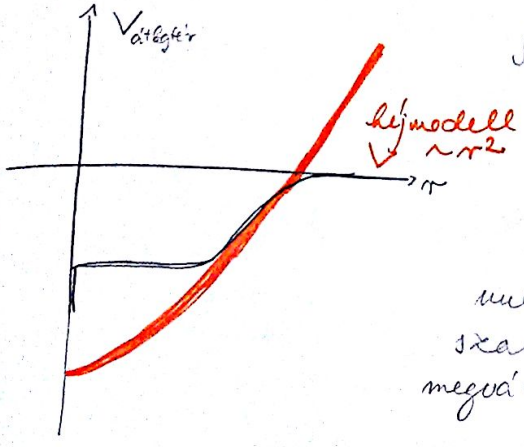
Kell egy impulzusfüggő tag a potenciálba

$V_e \to V_0 - \nabla^2 V_1$

V_1 - t úgy kell megválasztani, hogy $\rho = 0{,}138\ fm^{-3}$

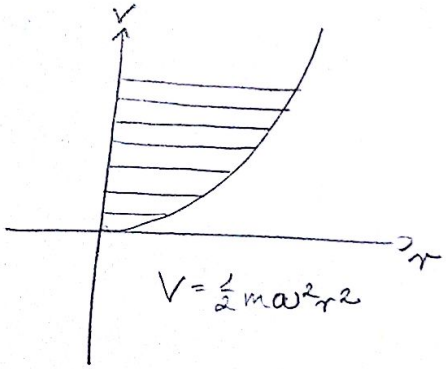


Harmadik oszcillátoros héjmodell



Saxon-Woods pot

energia nullpontja szabadon megválasztható:



Héjmodell: különösen, kiugróan stabilan viselkedő magok magyarázata

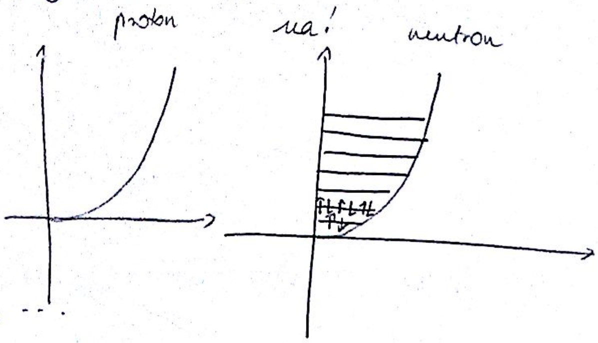
Mágikus számok: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126

kiugróan stabilak, kisebb => neutron kötő, nagyobb nem neutron kötő

2-szeresen mágikus legstabilabb ^4He gömbrium ^{16}O, ^{40}Ca, ^{208}Pb

ekvidisztáns távolságok. 1 héj betöltése után nagy ugrás a köv. héjig.

$\frac{1}{2} m \omega^2 r^2$, ahol $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$



$E_N = (n_x + n_y + n_z + \frac{3}{2}) \hbar\omega$

$n_x, n_y, n_z = 0, 1, \ldots$

$N = n_x + n_y + n_z$

N	n_x	n_y	n_z	n_N	Σ
0	0	0	0	$2 \cdot 1 = 2$ (spin)	2
1	0	0	1	$2 \cdot 3 = 6$	
	0	1	0		
	1	0	0		8
2	0	0	2	$2 \cdot 6 = 12$	
	0	2	0		
	2	0	0		
	1	1	0		
	0	1	1		
	1	0	1		20
3	$3+2\cdot(\frac{3}{2})+\ldots$			20	40 => nem jó

$n_1: N - l \qquad l = 0, 1, \ldots, N$

$n_2: 0, 1, 2, \ldots, l$

$n_3 = N - n_1 - n_2$

$$n_N = 2 \cdot \sum_{l=0}^{N} (l+1) = 2 \cdot \left(\frac{N(N+1)}{2} + N + 1 \right) =$$

(2: spin)

$$= (N+2)(N+1)$$

$N = 0 \Rightarrow 2 \cdot 1 = 2$

$N = 1 \Rightarrow 3 \cdot 2 = 6$

$N = 2 \Rightarrow 4 \cdot 3 = 12$

$N = 3 \Rightarrow 5 \cdot 4 = 20$

$$\sum_{N} n_N = \sum_{l=0}^{N} (l+1)(l+2) = \frac{(N+1)(N+2)(N+3)}{3}$$

A harmonikus oszcillátor pol. mo. kiegészítése:

gömbi polár koordinátákban mo.: (Descartes nagy egyszerűsítés)

$$\psi_{nlm}(\vec{r}) = C_{nlm} r^l e^{-\frac{r^2}{2b^2}} \underbrace{L_n^{l+\frac{1}{2}}\left(\frac{r^2}{b^2}\right)}_{\text{Laguerre polinom}} Y_{lm}(\vartheta,\varphi)$$

b: méret paraméter $= \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$

$$E_N = (\underbrace{2n+l}_{N} + \tfrac{3}{2})\hbar\omega \qquad \left.\begin{array}{l} n = 0,1,\dots \\ \text{imp. mom.: } l = 0,1,\dots \end{array}\right\} N = 0,1,\dots \qquad m = -l,\dots,l$$

l páros $\Rightarrow$ N páros

l páratlan $\Rightarrow$ N páratlan

ugyanazon energiaszintet kell kapni

N	n	l	~~m~~	n_N	
0	0	0		$2\cdot1=2$ (spin)	
1	0	1		$2\cdot3=6$ ($2l+1$)	
2	0	2		$2\cdot5=10$	12
	1	0		$2\cdot1=2$	
3	0	3		$2\cdot7=14$	20
	1	1		$2\cdot(1+3)=6$	

M. Goeppert-Mayer, A. Jensen. $\Rightarrow$ fontos az SPK a magban.

$$V = V_{harm\,osc} + V_{SPK}\,\vec{l}\vec{s}$$

$$\vec{j} = \vec{l} + \vec{\tfrac{1}{2}} \Rightarrow j = l+\tfrac{1}{2},\ l-\tfrac{1}{2} \qquad (l=0 \Rightarrow j=\tfrac{1}{2} \text{ kivétel})$$

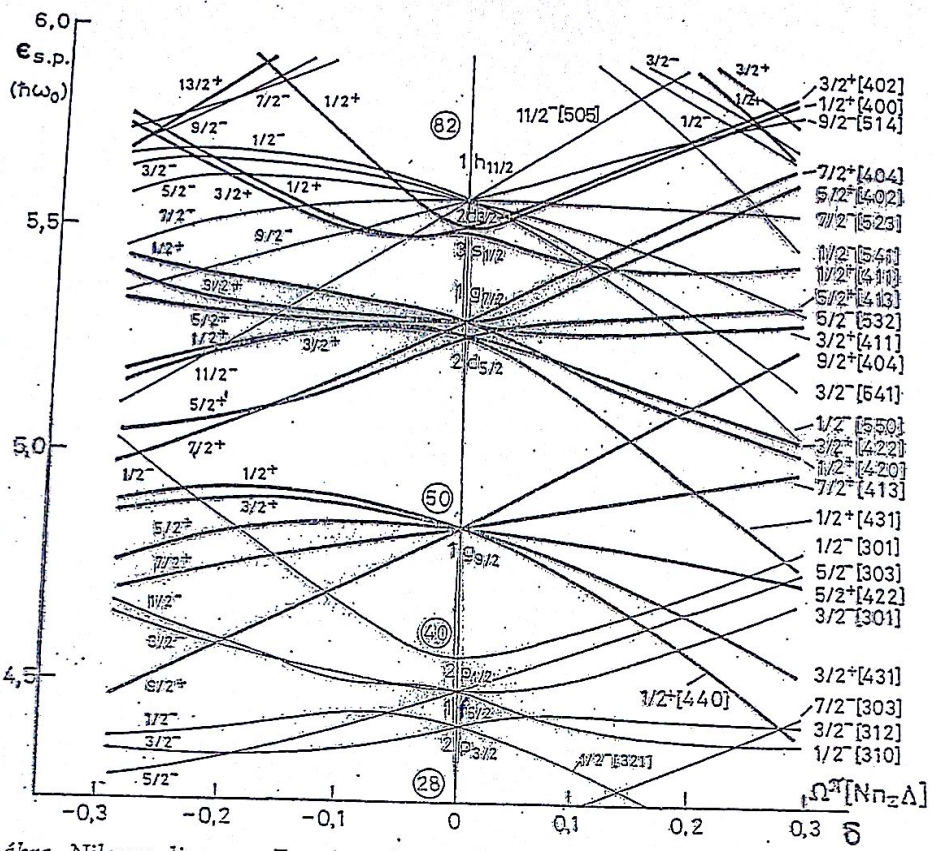
harm. osc. nem érzékeny erre a kül-re, SPK igen.

$$\langle j=l+\tfrac{1}{2} \,|\, \vec{l}\vec{s} \,|\, j=l+\tfrac{1}{2}\rangle$$

$$(\vec{l}+\vec{s})^2 = \vec{l}^2 + \vec{s}^2 + 2\vec{l}\vec{s} \qquad \vec{l}\vec{s} = \frac{-(\vec{l}^2+\vec{s}^2) + \vec{j}^2}{2}, \quad \vec{j}^2 \to j(j+1)$$

Generated by CamScanner from intsig.com

Atommag deformálódásra való hajlásának a héjmodell szerinti



VI. 7. ábra. Nilsson-diagram. Egyrészecske-energiák ($\varepsilon_{s.p.}$, $\hbar\omega_0 \approx 41A^{-1/3}$ MeV egységekben) a δ deformációs paraméter függvényében. [Nilsson 1955] alapján. A számításokat Bengtsson, Ragnarsson [1985] más tartományokra is kiterjesztette, külön a protonokra, külön a neutronokra és különböző ε_2 és ε_4 deformációs paraméterekre. L. [Firestone és mts. 1996].

– A maganyag összenyomhatatlan, a mag térfogata állandó.

– A maganyagban nincs súrlódás.

A részletes matematikai tárgyalás megtalálható pl. Nilsson eredeti munkájában [Nilsson 1955] vagy Nilsson, Ragnarsson [1995] könyvében.

Az egyrészecske-energiák ($\varepsilon_{s.p.}$) középnehéz magokra a VI. 7. ábrán láthatók a δ deformációs paraméter függvényében. A jelek magyarázata a következő:

$$\delta \approx \varepsilon_2 - (1/6)\varepsilon_2^2, \quad \varepsilon_2 = (c-a)/R_0,$$

ahol c és a az ellipszoid hosszabb, ill. rövidebb tengelyének félhossza, R_0 azon gömb sugara, aminek a térfogata azonos az ellipszoidéval. Ω és Λ a j és l vektorok vetülete a szimmetriatengelyre, j és l a részecske teljes, ill. keringési impulzusmomentuma.

$$N = n_x + n_y + n_z$$

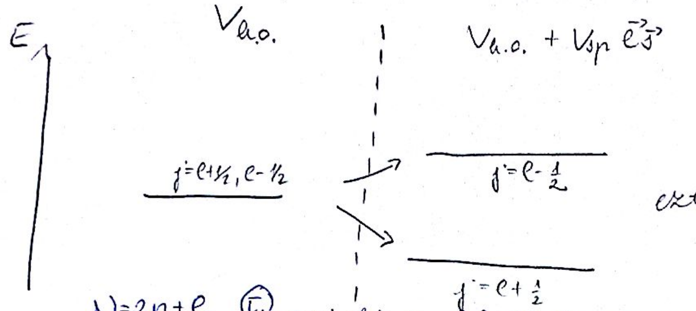
Egyesített modell művelőinek Nobel-díj A. Bohr B. Mottelson

$$\langle l+\tfrac{1}{2} \,|\, \vec{l}\vec{s} \,|\, l+\tfrac{1}{2} \rangle = \frac{1}{2}\Big[\underbrace{(l+\tfrac{1}{2})(l+\tfrac{3}{2})}_{j(j+1)}^{l^2+2l+\frac{3}{4}} - \overbrace{l(l+1)}^{l^2+l} - \underbrace{\tfrac{1}{2}\tfrac{3}{2}}_{s(s+1)}^{\frac{3}{4}}\Big] =$$

$$= \frac{1}{2} l$$

$$\langle l-\tfrac{1}{2} \,|\, \vec{l}\vec{s} \,|\, l-\tfrac{1}{2} \rangle = \frac{1}{2}\Big[\overbrace{(l-\tfrac{1}{2})(l+\tfrac{1}{2})}^{l^2-\frac{1}{4}} - \overbrace{l(l+1)}^{l^2+l} - \overbrace{\tfrac{1}{2}\tfrac{3}{2}}^{\frac{3}{4}}\Big] =$$

$$= -\frac{1}{2}(l+1)$$

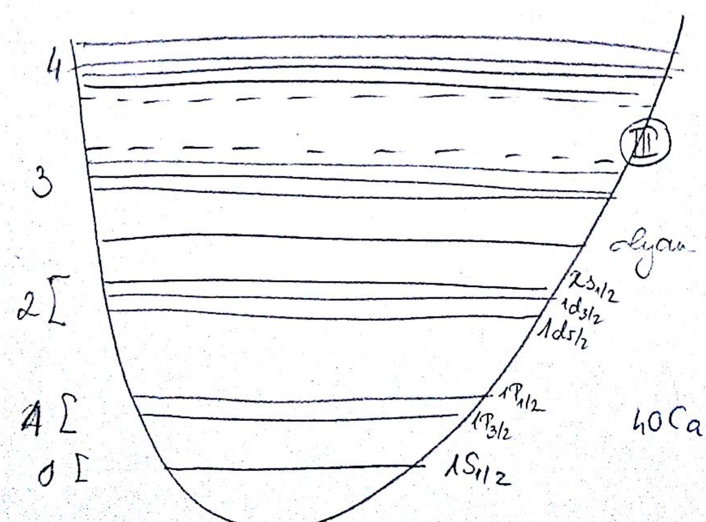


ezt mérték ⇓ $V_{sp} < 0$

$l = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$
s p d f g h i

$N = 2n + l$ (I) mindig a lehető legnagyobb imp. mom áll.

N	0	1		2			3				4					5						6
n	0	0		0		1	0		1		0		1		2	0		1		2		0
l	0	1		2		0	3		1		4		2		0	5		3		1		6
j	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{11}{2}$	$\frac{9}{2}$	$\frac{7}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{13}{2}$
(n+1)l. [illegible] jelölés	$1s_{1/2}$	$1p_{3/2}$	$1p_{1/2}$	$1d_{5/2}$	$1d_{3/2}$	$2s_{1/2}$	$1f_{7/2}$	$1f_{5/2}$	$2p_{3/2}$	$2p_{1/2}$	$1g_{9/2}$	$1g_{7/2}$	$2d_{5/2}$	$2d_{3/2}$	$3s_{1/2}$	$1h_{11/2}$	$1h_{9/2}$	$2f_{7/2}$	$2f_{5/2}$	$3p_{3/2}$	$3p_{1/2}$	$1i_{13/2}$
állapotok száma (2j+1)	2	4	2	6	4	2	8	6	4	2	10	8	6	4	2	12	10	8	6	4	2	14
		6																				
Σn_N	2	8		20			28				50					82						126



valóságban nem ilyen a sorrend, de így könnyű megjegyezni

olyan távol, l. külön héj (II) $1f_{7/2}$ különálló héj. SPK

(III) N=4-től kezdve a legalacsonyabb lezáródásnál az előző héjhoz

^{40}Ca : p : $(1s_{1/2})^2 (1p_{3/2})^4 (1p_{1/2})^2 (1d_{5/2})^6 (1d_{3/2})^4 (2s_{1/2})^2$

n : — " —

pl: ^{208}Pb 82p, 126n

2012. 11. 27.

Tiltási szabályok β-bomlásban

$$A \to B + e^- + \bar{\nu}_e$$

I_A

$l = 0$

$l = 1$

$l = 2$

pályaperdület kiszámítása

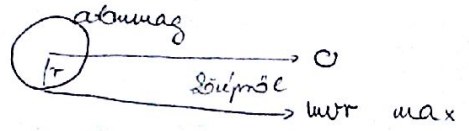
minél nagyobb, annál kevésbé megengedett az átmenet

$$\vec{S}_L = \vec{S}_e + \vec{S}_\nu + \vec{L}_{\nu e}$$

$\vec{L}_{\nu e}$ → pályaperdület

$\vec{S}_L$ spin I_A spin I_B spin

Kiemelkedés lép



Ha lwr egyre nagyobb ⇒ irreális

7

Állítás:

Spin típusa
kvantumszám } l

$L_z \to l\hbar$

$(l-1)\hbar$

$\vdots$

$-(l-1)\hbar$

$-l$

$L^2 \to l(l+1)\hbar^2$

típusai: $A \to B + e^- + \bar{\nu}_e$

i_A i_B $S_e \frac{1}{2}$ $S_\nu = \frac{1}{2}$ $L_{\nu e}$ ↓ l_{max}

$\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = 0 \oplus 1$

$|\uparrow\rangle$ $|\uparrow\rangle$ $|\uparrow\downarrow\rangle$ $|\uparrow\uparrow\rangle$

$|\downarrow\rangle$ $|\downarrow\rangle$ ~~$|\downarrow\uparrow\rangle$~~ $|\Rightarrow\rangle$ } triplett

szinglett $|\downarrow\downarrow\rangle$ -1

Fermi típusú β-bomlás

2 lepton együttes spinje: 0

Gamow-Teller β-bomlás

2 lepton együttes spinje: 1

Magfizika

2012. 11. 27.

$\vec{A} = \vec{B} + \vec{C}$

$|a-b| \leq c \leq |a+b|$

Mennyi i_A és i_B fér ebben e?

Fermi:

$s_L = e + e = e$ $\qquad \vec{I}_A = \vec{I}_B + \vec{S}_L$

$\underbrace{|i_A - i_B|}_{\Delta i} \leq e \leq |i_A + i_B|$

megengedett átmenet: $e = 0 \Rightarrow i_A = i_B$

$e \longrightarrow \Delta i$ ennyied rendben tiltott

Problémás lehet: Pantás

$A \rightarrow B + e^- + \bar{\nu}_e \qquad \vec{L}_{\nu e}$

$\pi_A = \pi_B \cdot (-1)^e$

e^- és ν pantása miért 1???

$\frac{\pi_A}{\pi_B} = \Delta\pi = (-1)^e$

$\Delta i = 0$ és $\frac{\pi_A}{\pi_B} = 1$

Gamow-Teller

Szabály $\vec{I}_A = \vec{I}_B + \underbrace{\vec{S}_e + \vec{S}_\nu}_{\vec{S}_{e\nu} = \vec{1}} + \vec{L}_{e\nu}$

$\vec{S}_L$

$|e-1| \leq s_e \leq |e+1|$ ha $\Delta i = |i_A - i_B| = 1$ megengedett tiltott

$\underbrace{|i_A - i_B|}_{1} \leq s_e \leq |i_A + i_B|$

$e=0 \quad s_e = 1$

"jól megalapozottan"

l legkisebb értéke amelyre a folyamat lehetséges lesz a küszöbös függvény.

$$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

$\frac{1}{2}^+ \quad \frac{1}{2}^+$

$\Delta i = |i_A - i_B| = 0$

$\frac{\pi_A}{\pi_B} = 1$

} megengedett

$e\uparrow\downarrow\bar{\nu}_e$ $e\uparrow\uparrow\bar{\nu}_e$

párhuzamos spin $\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right| \leq o_e \leq \left|\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right|$ kevert átmenet

$0, 1$

$|l-1| \leq o_e \leq |l+1|$

Magreakciók

Oszcillációs

1. Energia szerint

- E_1: Coulomb-gát (elér-e?)

2 proton összeütközése:

$$\frac{ke^2}{2fm} = \frac{1,44\ MeV\,fm}{2\,fm} = 720\,keV$$

$E_1 \approx 1\ MeV$ → 1 MV feszültséggel lehet gyorsítani (Van der Graaf)

- Fermi-energia

$33\ MeV \quad E_F \approx 50\ MeV$

legnagyobb mozgási energia kötött állapotban.

szabad nukleon modell (gáz)

$n+p$ szórás → $E_p = E_0 \cos^2\varphi$ nagy ütközési szám ⇒ ⇒ nagy szögben

2012. 12. 04.

2012. 11. 27.

E_{CO} } disszipálódik az E (átlagtér)

π mezonok keletkeznek

E_F

N - N ütközések

$\lambda = \frac{h}{\Delta k} = \frac{2\pi}{k}$

$E \sim m_\pi c^2$

nukleonok hullámhossza

	E_{BOMB}/A	
alacsony	1 MeV	$\lambda_N > R$
	50 MeV	
közepes	150 MeV	$\lambda \approx R$
relativisztikus	1 GeV	$\lambda << R$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{hc}{pc} = \frac{hc}{\sqrt{2mE}\,c} = \frac{hc}{\sqrt{2mc^2 E}} = \frac{197\ MeV\,fm}{2\sqrt{10}\,10^7\,eV} = \frac{6 \cdot 197}{6} = 20\,fm$$

$E = 1\,MeV$; 2 GeV 2 MeV

Összetett magmodell

Alacsony energiás ütközések

$a + A \to B + b$

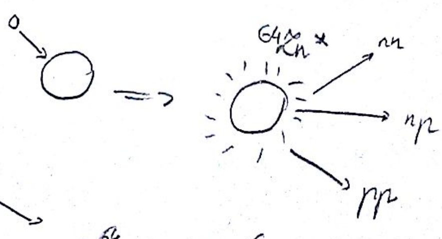
$$E_a + m_a c^2 + m_A c^2 = m_ö c^2 + E^*_{\text{szorzagy}}$$

$m_ö < m_A + m_a \qquad E^* > E_a$

$m_ö > m_A + m_a \qquad E^* < E_a$

Ghosal: kísérlet

összetett mag gerjesztett állapotban majd elbomlik



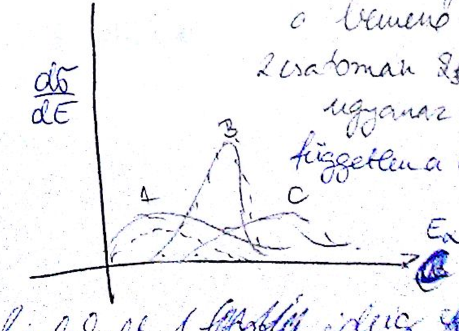
$^{63}Cu + p$ →

$^{60}Ni + \alpha$ → E^* ugyanaz, hogy ua állapot

$^{64}Zn^*$ → $^{62}Zn + n + n$ (A)

→ $^{62}Cu + n + p$ (B)

→ $^{62}Ni + p + p$ (C)



E_p a bemenő csatornán 2 db ugyanaz a E-je független a bemenőtől

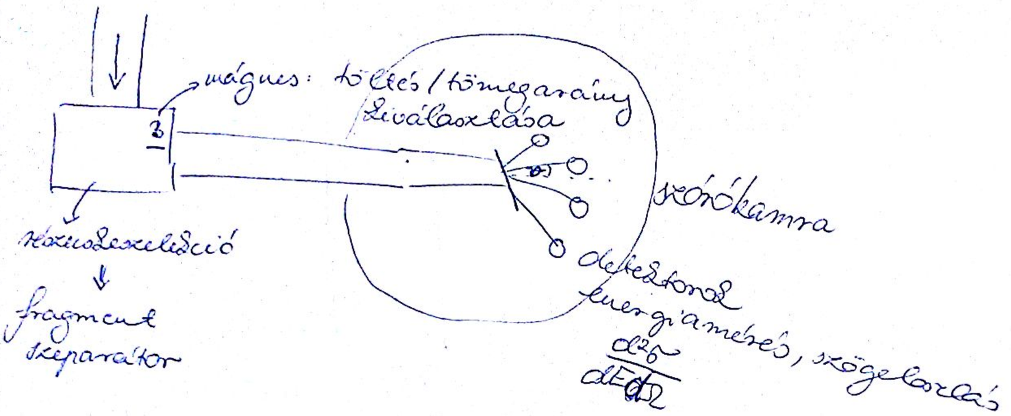
neutron és proton szögeloszlás TKP rendszerben izotróp

kialakult 1 többlet ideig stabilabb, h az összes nukleon ...

2012. 12. 04.

Magreakciók

(1) Mérési elrendezés

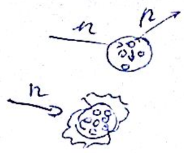


Coulomb-gáttól 10 MeV-ig ⇒ összetett mag (magasan gerjesztett, akár még protont is kiadhat)

direkt reakció: pl.: n mag széleit eltalálva kiüt egy p-t.

különbség: (1.) direkt

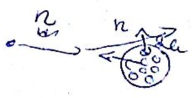
összetett



szögeloszlás: előre nagy valség

szögeloszlás izotróp

TKP rendszer direkt



pl. kicsi szög

magban p ⇔ n : n ⇔ p kicserélés

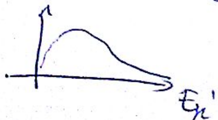
töltéskicserélő reakció ⇒ megfigyelhető → direktnek néz ki

(2.) energiaeloszlás

összetett: mintha a proton elpárologna

protont gyorsít, neutront nem

Coulomb "-" Maxwell-Boltzmann eloszlás



T „hőmérséklet" gerjesztett energia

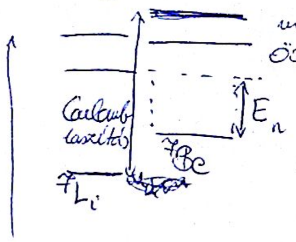
direkt: kötési energia különbségek hozzáadódnak a gyorsítóhoz -66- kötési + mozgási

Ütközési e. különbség ≈ n mozgási e.

3.) Megmaradási tételek

- Energia megm. (időeltolás inv.)
- Impulzusmegmaradás (eltolás inv.)
- Töltés
- Impulzusmomentum (forgás inv.)
- Barionszám (kvarkok száma megm.)
- leptonszám (kísérlet)
- paritás (tértükrözés)
- izospin (magerők töltésszimmetrikusak)

Vannak olyan magreakciók, melyek nagy valószínűséggel mennek végbe $Li^7 + p^+ \to {}^7Be + n$

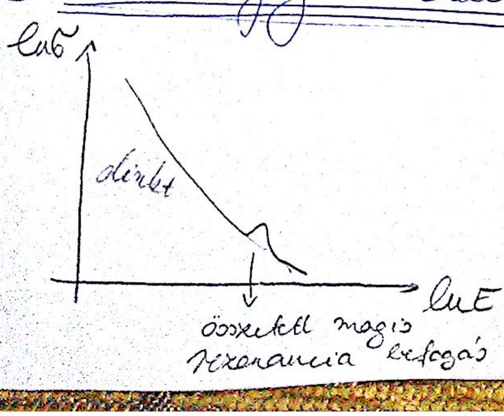


még nagyobb kingó hám összetett mag — izospin ua, mint ^7Li nagyobb hám

^7Li mellett elmegy egy proton (adott energiánál), ezzel szemben elnyel ugyanazon a pályán marad neutron megy tovább, izospin megmarad

Izobár analóg rezonancia.

4.) Neutronbefogási reakciók



ln-ln skálán meredekség: $-1/2$

4.1.) $\frac{1}{v}$ törvény

$$\frac{1}{\sqrt{E}}$$

(A) Aranyszabály

$1 \to 2$

$a + A \to B + b$ $\qquad A(a,b)B$

$$W_2 = \frac{\hbar^2}{2m} \underbrace{|\langle \psi_1 | H | \psi_2 \rangle|^2}_{M_{12}} \underbrace{\rho(E_2)}_{\text{állapotsűrűség}}$$

egységnyi energiaintervallumban (dE)

E_2 körüli dE sugarú környezetében az állapotok száma

$$du = N_{\text{állapot}}(E_2, E_2 + dE)$$

Kulcsárgy ú.
1 bemenő részecske

spin

$$\rho(E_2) = g_2 \cdot f(p_2)$$

(B) $\sigma \leftarrow w$

$$\dot{N}_r = \sigma j N_c = \sigma \rho_r v N_c = \sigma \frac{N_B}{V} v N_c$$

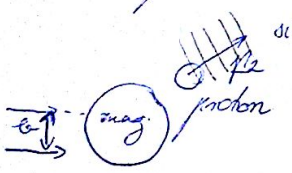
célfelület

$$w = \frac{\dot{N}_r}{N_B N_c} = \frac{\sigma v}{V} \Rightarrow \sigma = \frac{w}{v} V$$

$V = L_x L_y L_z$ kulcsmérhez

(C) $w = M_{12}$

(n,p) reakció



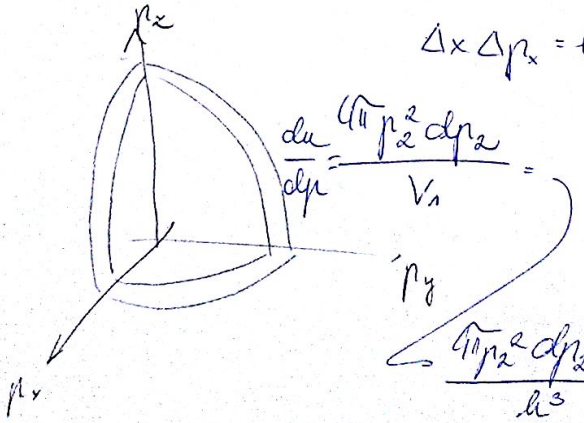
1 szabad paraméter: b

1 szab. par. = irány amerre megy

$$\Delta x \Delta p_x = h \qquad \Delta p_x = \frac{h}{\Delta x}$$

$$V_1 = \Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z = \frac{h^3}{V}$$

legnagyobb hosszt adja meg a legkisebb impulzust



$$\frac{du}{dp} = \frac{4\pi p_2^2 dp_2}{V_1} =$$

$$= \frac{4\pi p_2^2 dp_2 V}{h^3}$$

Magfizika 2012. 12. 11.

2012. 12. 04.

$$\frac{d\sigma}{dE} = \frac{d\sigma}{dp}\frac{dp}{dE} = (\dots)\frac{4\pi}{h^3}p_2^2\frac{dp_2}{dE_2}V$$

$$\sigma = \frac{w}{v_1}V = (\dots)\frac{4\pi}{h^3}\frac{V^2}{v_1}\frac{dp_2}{dE_2}p_2^2 = (\dots)\frac{p_2^2}{v_1 v_2} \approx \frac{1}{v_1}$$

$$\frac{dE}{dp} = \frac{d(p^2)}{2m\,dp} = \frac{p}{m} = v$$

$$\frac{dp}{dE} = \frac{1}{v}$$

$E_n < 1$ MeV $Q > 5$ MeV

$E_n < E_2$

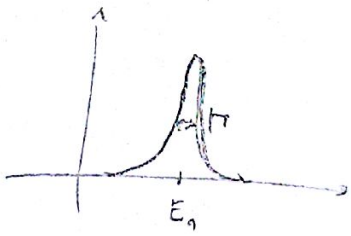
$\sim 0{,}1$ MeV

ettől alig függ p_2, $2b$ konstans (E_n)

$V_2 \approx$ konstans (E_n)

Breit-Wigner-formula

$$\frac{1}{(E-E_0)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$



$$\psi(x,t) = \varphi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$$

sajátállapot (stac. áll.)

$|\psi|^2 = \text{const}(t)$ stac. áll. $p(t) = (\dots)e^{-\frac{t}{\tau}}$

összetett mag nem sajátállapot

$$\psi(x,t) = \varphi(x)\, e^{-\frac{i}{\hbar}Et}\, e^{-\frac{t}{2\tau}}$$

$$\psi(x,t) = \int \underbrace{f(E)}_{\text{súlyfaktor}} \underbrace{\psi_E(x,t)}_{\text{sajátállapot}} dE = \int f(E)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}dE$$

$f(E) = \mathcal{F}^{-1}(K, t) \Rightarrow \mathcal{F}(E)$

inverz Fourier transf

$|f(E)|^2 = p(E)$ bomló N állapot energiaeloszlása

$N = \sum_i s_i N_i$ $\quad N_i = w_i n_i$

$p(w_i) = s_i^2$

$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-\frac{t}{2\tau}} e^{\frac{i}{\hbar} E t} dt = (\ldots) \frac{1}{E + i \frac{\hbar}{\tau}}$

$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[e^{\left(\frac{1}{2\tau} + \frac{E}{i\hbar}\right) t} \right] dt$

$|H(E)|^2 = \frac{1}{E^2 + \left(\frac{\hbar}{\tau}\right)^2}$

k.l. $n + A$

rezonancia befogás

2 áll. : összetett mag - C^*

$w_{12} = M_{12}^2 f(E) = M_{12} g_2 \frac{1}{(E - E_c)^2 + \Gamma^2} \cdot (\ldots)$

jan. 4. Részletes egyensúly elve

$$W_{12} = \frac{k^2}{2m} |\langle \psi_1 | H | \psi_2 \rangle|^2 \rho(E_2) \frac{du}{dE_2}(E_2) = \frac{\sigma_{12} v_1}{V}$$

$$W_{21} = \frac{k^2}{2m} |\langle \psi_2 | H | \psi_1 \rangle|^2 \rho(E_1) \frac{du}{dE_1}(E_1) = \frac{\sigma_{21} v_2}{V}$$

$\| \ \text{hermitikus } H$

$W \leftrightarrow \sigma$

$$\dot{N}_r = \sigma j \cdot N_c = \sigma \rho \cdot v \cdot N_c$$

j: célrészecske

ha $N_{BE} = 1, N_c = 1$ $\quad \dot{N}_r = W = \sigma \frac{N_{BE}}{V} v N_c$

$$W = \frac{\sigma v}{V}$$

$$\frac{M_{12} \rho(E_2)}{M_{21} \rho(E_1)} = \frac{\sigma_{12} v_1}{\sigma_{21} v_2} \rightarrow \sigma_{21} = \sigma_{12} \frac{v_1}{v_2} \frac{\rho(E_1)}{\rho(E_2)}$$

$\rho(E) \sim p^2 \frac{dp}{dE}$ bombázó rsz.

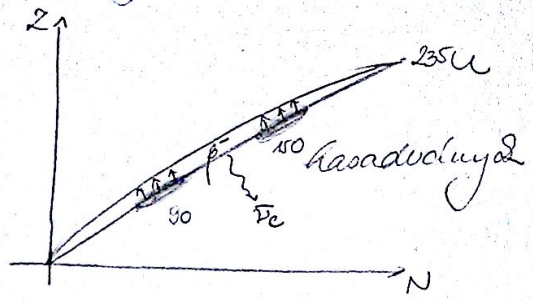
$\rho(E) \sim \frac{1}{(E-E_0)^2 - \frac{\Gamma^2}{4}}$ összetett mag

$\tau, T_{1/2}, \ldots$

Maghasadás

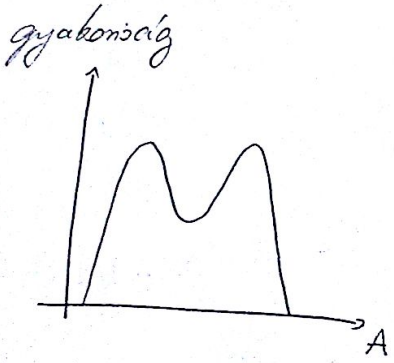
- spontán $\Rightarrow {}^{240}Pu$
- termikus neutronok miatt $\Rightarrow {}^{235}U$
- gyors neutronok miatt $\Rightarrow {}^{238}U$ (küszöb: e. hasadás páros páros)

Hasadványok



Nap-maximó $\bar{\nu}_p$

gerjedési $\bar{\nu}_d$



Késő neutronok

- fontossága: szabályozás

t idő amíg a hasadásból keletkező neutron a keletkező magot eléri

↳ generációs idő $\quad t_{gen} \ll 1\,s$

- szabályozási idő:

annyi idő alatt a kritikus reaktivitást a megfelelő mélységig be kijuk engedni

$$t_{szab} \approx 1\,s$$

Hasadási neutron szaporítási tényező

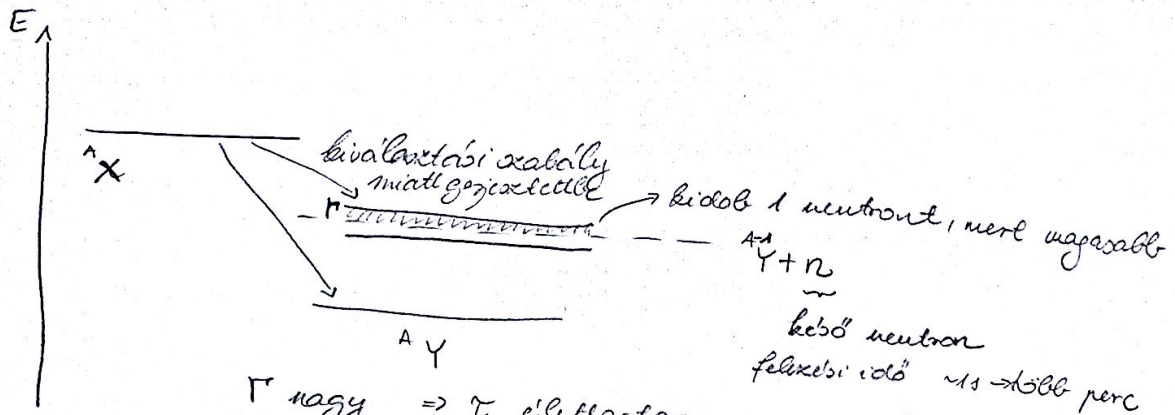
$k^{(2)}$ Reaktivitás: $1 - \frac{N_i}{N_{i+1}}$ $\quad N_{i+1} > N_i$ szuperkritikus $\quad \frac{N_i}{N_{i+1}} < 1 \quad \rho > 0$

szabadból

$N_i > N_{i+1}$ szubkritikus $\quad \frac{N_i}{N_{i+1}} > 1 \quad \rho < 0$

Hasadásból $\rho^{(a)} < 0$

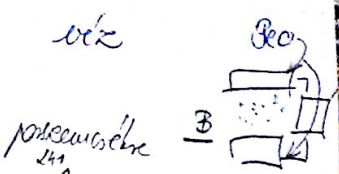
Késő neutronok $\rho^{(k)} + \rho^{(a)} \stackrel{!}{=} 0$



Γ nagy $\Rightarrow$ τ élettartam nagyon kicsi
$\Uparrow$
nagyobb határkeresztmetszet

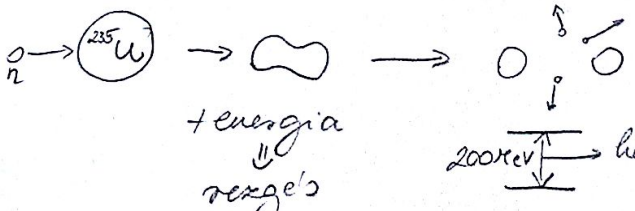
Reaktor részei

	Paks	Csernobil
• hasadó anyag	^{235}U	^{241}Am
• moderátor	víz	
• hűtőközeg	víz	
• szabályozó rudak	Cd-acél	
• reflektor (visszaverni a neutronokat)	víz	



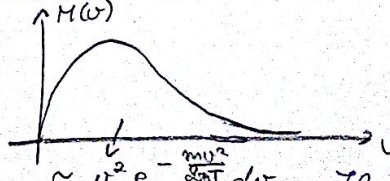
Moderátor

1-2 MeV-es neutronok keletkeznek



statisztikus fizikából ismert

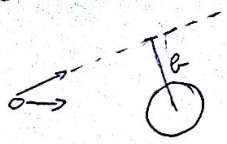
neutronok sebessége a hasadáskor Maxwell-Boltzmann sebességeloszlást követ



paraméter: hőmérséklet (T)

itt $kT \approx 1\text{-}2$ MeV

Lassítás



Akkor a legnagyobb az impulzusátadás:
- ha centrális az ütközés
- kis tömegszámúval ütközik (pl. protonon)

$n \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}$

$E_0 = 780\,keV + \overset{511}{m_e} = 1291\,keV \approx 1{,}3\,MeV$

$m_p = 938\,MeV$

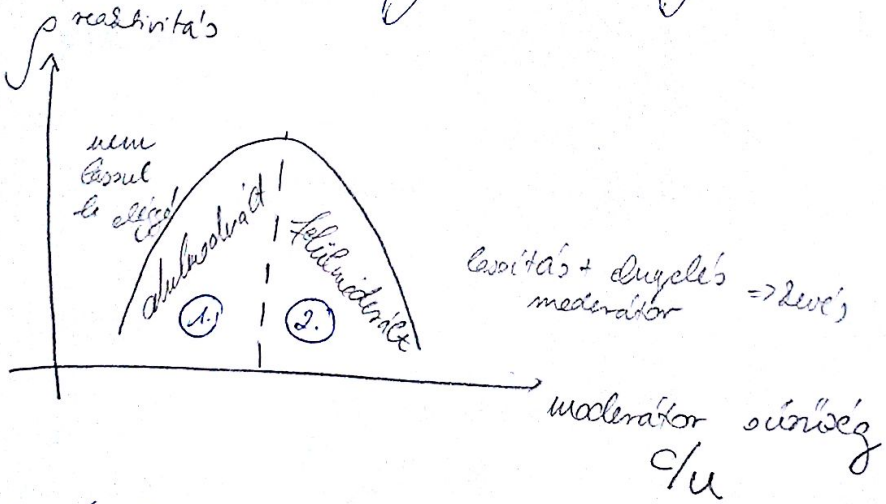
$\frac{m_n - m_p}{m_p} \approx 1\,\%$

termikus neutron $\frac{3}{2}2T \approx \frac{1}{40}eV = 25\,meV$ (300K)

általában 6-ot ütközik a neutron míg ilyen nem lesz (800°-nál)

300°C-os víz ⇒ nagy nyomás 100 atm

kilépőnyílási tartállyal szabályozható



1. több neutron ⇒ több hasadás ⇒ abszorbeáló nő
moderátor sűrűsége csökken ⇒ neutronfluxus csökken
2. több neutron ⇒ ~~kevés~~ neutronfluxus nő

BIZTONSÁGOS