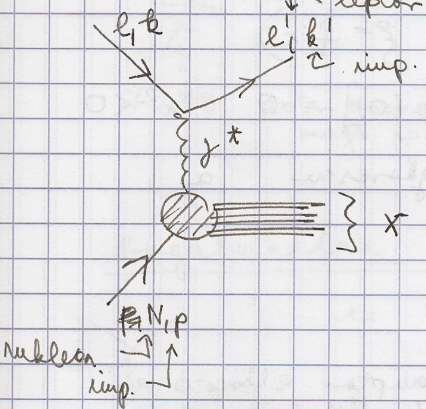
Mélyen rugalmatlan szórás és a QCD



Mérés: 1 lepton inkluzív hatáskeresztmetszet.

$$\boxed{\begin{aligned} s &= (p+k)^2 \\ q &= (k-k')^2 \\ W^2 &= (p+q)^2 \end{aligned}} = \left(\text{hadron invariáns tömeg}\right)^2$$

„lab." rendszer: $p = (M, \underline{0})$

$s = M(2\underset{\uparrow \text{lepton } E}{E} + M)$, $\quad q^2 = -4\underset{\text{bejövő lepton}}{E}\underset{\text{kimenő lepton}}{E'}\sin^2\frac{\theta}{2} = -Q^2 < 0 \quad (m_e \approx 0)$

$$W^2 = M^2 + 2M(E-E') + q^2$$

fizikai tartomány: $s \geq M^2 \quad q^2 \leq 0 \quad W^2 \geq (M+m_\pi)^2$

W helyett: $\boxed{\nu = \frac{p\cdot q}{M}}$

Bjorken x := (dimenziótlan) $\boxed{x_B = \xi = \frac{Q^2}{2M\nu}}$ $\quad$ fiz. tart.: $0 < \xi < 1$

$$\langle eX|T|eN\rangle = \bar{u}(k')\, e\gamma^\mu u(k)\, \frac{1}{q^2}\, \langle X|(-e)\underset{\uparrow \text{hadronos áram}}{j_\mu}(0)|p\rangle$$

$$\sigma_{tot.} = \frac{1}{16\, k\cdot p} \underset{\uparrow \text{polarizációs összeg}}{\sum_{pol.}} \int \frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2k'_0} \sum_X (2\pi)^4 \delta^4(p_X + k' - k - p) \cdot |\langle eX|T|eN\rangle|^2$$

1 részecske inkluzív σ:

$k'_0 \frac{d\sigma}{d^3k'}$ = u.a. d^3k' int. nélkül

$$= \frac{1}{k\cdot p}\left(\frac{\alpha}{q^2}\right)^2 L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}$$

$$L^{\mu\nu} = k'^\mu k^\nu + k^\mu k'^\nu + \frac{q^2}{2} g^{\mu\nu}$$

$$W_{\mu\nu} = \frac{1}{2\pi}\int d^4x\, e^{iqx}\, \frac{1}{2}\sum_\lambda \cdot \langle p\lambda|\underbrace{j_\mu(x) j_\nu(0)}_{=[j_\mu(x),\, j_\nu(0)]}|p\lambda\rangle$$

Fénykúp dominancia: $-q^2 \to \infty \qquad -\frac{q^2}{\nu} = \text{fix}$

$$\left(Q^2 \to \infty, \qquad \xi = \text{fix}\right)$$

u.i.: kauzalitás miatt $\left[j_\mu(x), j_\nu(0)\right] = 0 \qquad x^2 < 0$

stacionárius fázist kell megkeresni a Bjorken limeszben.

Abszortív (~Im.)

Igaz: $W_{\mu\nu} = \frac{1}{\pi}\,\text{Abs}\, T_{\mu\nu}$

N-on való Compton előreszórási amplitúdó virtuális fotonra

Lorentz invariancia + árammegmaradás:

$$W_{\mu\nu} = W_1(\underset{p\cdot q}{\nu}, -q^2)\left(\frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - g_{\mu\nu}\right) + W_2(\nu, -q^2)\frac{1}{M^2}\left(p_\mu - \frac{p q\, q_\mu}{q^2}\right)\cdot\left(p_\nu - \frac{p q\, q_\nu}{q^2}\right)$$

(+ spinfügg. esetre 2 tag: W_3, W_4)

$$k_0' \frac{d\sigma}{dk'^3} = \frac{\alpha^2}{2p\cdot q(-q^2)}\left[2W_1 + \left(\frac{4(p\cdot k)(p\cdot k')}{-M^2 q^2} - 1\right)W_2\right]$$

$$\left.\frac{d\sigma}{d\Omega dE'}\right|_{labor} = \underbrace{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M}\left(2W_1\, \text{tg}^2\frac{\vartheta}{2} + W_2\right)\frac{1}{2M}$$

$$= \frac{\alpha^2 \cos^2\frac{\vartheta}{2}}{4E^2 \sin^4\frac{\vartheta}{2}}$$

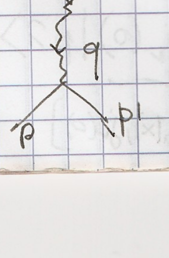
Coulomb téren szóródó relativisztikus elektron szórása

Rugalmas szórás ($e^- p^+$)

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M\left[G_M^2 \frac{Q^2}{2M^2}\text{tg}^2\frac{\vartheta}{2} + \frac{G_E^2 + G_M^2\frac{Q^2}{4M^2}}{1 + \frac{Q^2}{4M^2}}\right]\frac{E'}{E}$$

Sachs-féle formfaktorok
$$\begin{cases} G_M(Q^2) = F_1 + 2M F_2 \\ G_E(Q^2) = F_1 - F_2\frac{Q^2}{2M} \end{cases}$$

F_i: Dirac-féle formfaktorok



$$\langle N_p | j_\mu(0) | N_p \rangle = \bar{u}\left(F_1 \gamma_\mu + F_2\, i\sigma_{\mu\nu} q^\nu\right) u$$

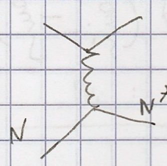
$$q_\mu = (p - p')_\mu$$

mérés (rugalmas)

$$\frac{G_M}{\mu} = G_E = \frac{1}{\left(1+\frac{Q^2}{.7}\right)^2} \qquad G_M, G_E \xrightarrow[Q^2\to\infty]{} 0$$

$\mu \approx 2.79$ proton anomális mágn. mom. $\qquad [Q^2] = GeV^2$

Rugalmatlan rezonancia keltés



az itteni form faktorok is $\to 0$ $(Q^2 \to \infty)$

(deeply inelastic scattering)

ha a DIS-t a nukleon rezonanciák dominálják

$$W_1, W_2 \xrightarrow[Q^2\to\infty]{} 0$$

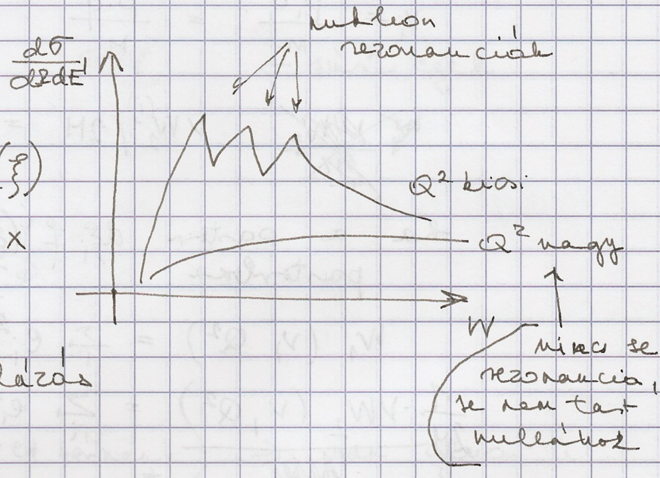
Kísérlet:

Nagy Q^2-re $\quad \nu W_2(\nu, Q^2) \approx 2MF_2(\xi)$

(nem függ külön ν-től és Q^2-től!)

$$\xi = \frac{Q^2}{2M\nu} \quad \text{Bjorken } x$$

$$F_2 \simeq \xi F_1(\xi)$$



Csak ξ-től függ: Bjorken skálázás

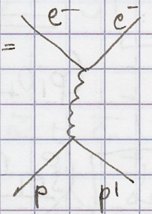
$$F_1(\xi) = W_1(\nu, Q^2)$$

(állandó formfaktorok) $\to$ pontszerű részecskéken való szórásra utal (Feynmann)

Parton modell

Pontszerű, $\frac{1}{2}$ spinű, M tömegű részecske rugalmas szórása

$$\frac{d\sigma}{d\Omega dE'} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_M \left(1+\frac{Q^2}{2M^2}\,tg^2\frac{\vartheta}{2}\right)\delta\left(\nu-\frac{Q^2}{2M}\right) \quad ; \; G_E = G_M = 1$$



$$W_1(\nu, Q^2) = \frac{Q^2}{2M}\,\delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right) =$$

$$= \xi\,\delta(1-\xi) \qquad \xi = \frac{Q^2}{2M\nu}$$

$$\nu W_2 = 2M\,\delta(1-\xi)$$

Breit rsz. (DIS) $\quad p = (p, 0_\perp, p)$, $\quad q = (0, 0_\perp, q)$

tf: $p_i = \xi_i \cdot p$ impulzussal van a protonban egy parton, ami γ^*-gal kölcsönhat egy szórásban.

Ilyen szórások inkoherens összege adja a DIS σ-t.

1 parton járuléka $W_1(\nu, Q^2)$-hez:

$$W_1^{(i)}(\nu_i, Q^2) = \frac{1}{\xi_i} \frac{e_i^2 Q^2}{2M_i} \delta\left(\nu_i - \frac{Q^2}{2M_i}\right) = e_i^2 \, \delta(\xi_i - \xi)$$

$$\left(\sigma \approx \frac{W_1 \, 2\alpha^2}{2 p_i \cdot k (-q^2)} \rightarrow \frac{1}{\xi_i} \right) \quad \xi_i \; *$$

$$\nu_i = \frac{p_i \cdot q}{M_i} = \frac{p \cdot q}{M}$$

$$\nu W_2^{(i)} / 2M = e_i^2 \, \delta(\xi_i - \xi)$$

ha a parton $d\xi_i \, f^i(\xi)$ valószínűséggel van a protonban

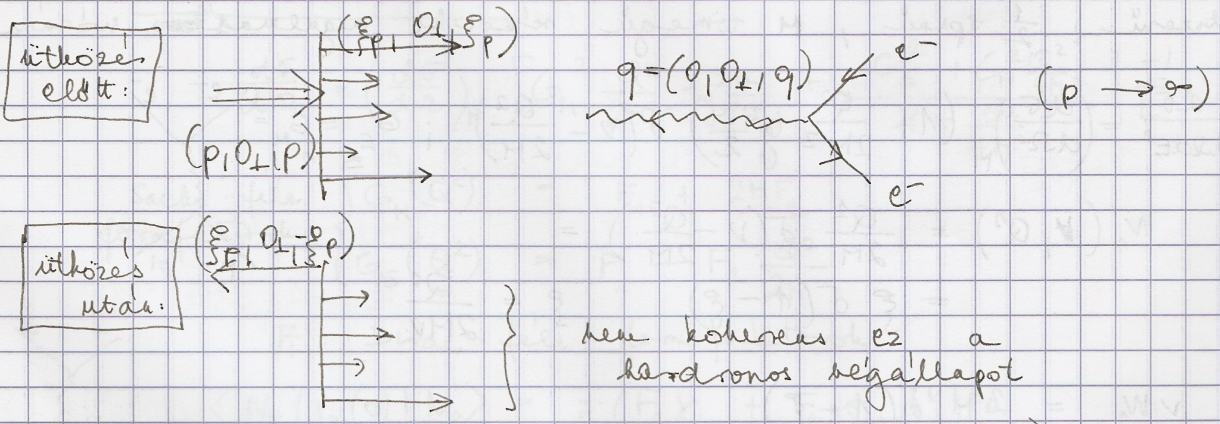
$$W_1(\nu, Q^2) = \sum_i e_i^2 f_i(\xi)$$

$$\frac{1}{2M} \nu W_2(\nu, Q^2) = \sum_i e_i^2 \xi f_i(\xi) \quad *$$

Az eredmény skálázik és igaz:

$$F_2(\xi) = \xi F_1(\xi) \qquad \text{Callan – Gross összefüggés}$$

szemléletesen:



(egy partonnal hat kölcsön az e^-)

parton $\approx q, \bar{q}, g$

Hogyan módosul a parton modell eredménye QCD-ben?

W_i nem skáláz, (ξ, Q^2)-től függ, a Q^2 függés logaritmikus és jósolható.

$Q^2 \in (1, 10^5)$ GeV (→ nagy tartományon ki van mérve a Q^2 fv.!)

↑ HERA

W_i : struktúra függvények

proton = uud valencia kvark + $q\bar{q}$ tenger + gluon(ok)

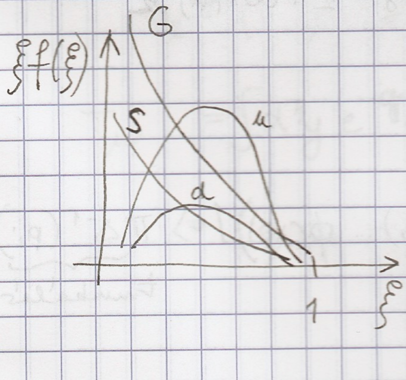
$u_v(\xi), d_v(\xi)$ $\quad S(\xi)$ $\quad G(\xi)$ ← sűrűségek

$$u = u_v + S$$
$$d = d_v + S$$

$$\bar{u} = \bar{d} = s = \bar{s} = S$$

$$\int_0^1 d\xi\, u_v(\xi) = 2\int d\xi\, d_v(\xi) = 2$$

$$\sum_{q,\bar{q}} \int_0^1 d\xi\, \xi q(\xi) \approx \underset{\text{kísérlet}}{\underset{\uparrow}{0.5}}$$ (1-et várnánk) ⇒ van gluon is



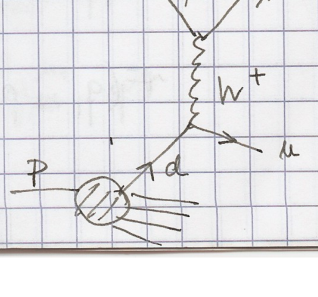
(i) $ep \to eX$

$$F_2^{em}(\xi) = \xi\left[\frac{4}{9}u(\xi) + \frac{1}{9}d(\xi) + \frac{1}{9}s(\xi) + \frac{4}{9}\bar{u}(\xi) + \dots\right]$$

(ii) $\nu_\mu p \to \mu X$

$$F_2^{\nu}(\xi) = 2\xi\left[d + s + \bar{u} + \bar{c}\right]$$

stb. ...



Operátor szorzat kifejtés (Wilson)

Kis távolságú kifejtés

$$A(x)\,B(y) \xrightarrow[y_\mu \to x_\mu]{} \sum_{i=0}^{\infty} C_i(x-y)\, O_i\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

szinguláris c-szám — lokális operátor

csökkenő szingularitás sorrendjébe rendezzük; $O_0(x) \equiv 1$

Perturbációszám. tetszőleges rendjében igaz.

$\sigma(e^+e^- \to$ hadronok) leírására jó

Fénykúp kifejtés (Wilson)

$$A(x)\,B(0) \xrightarrow[x^2 \to 0]{} \sum_{i,n} C_n^{(i)}(x^2)\, x^{\mu_1} \cdots x^{\mu_n}\, O^{(i)}_{\mu_1 \dots \mu_n}(0)$$

koefficiens fv.-ek, szingulárisak

$A = B = j$ esetén dim. analízis

$$2d_{j_0} = d^{n,i}_{c_0} - n + d^i_{o(n)}$$

$$C_n^{(i)}(x^2) \sim (x^2)^{-d_{j_0} - \frac{n}{2} + d_o^i(n)/2}$$

szabad eset, naiv dimenziók

$d_o^i(n) - n = \tau_n^i$: twist : minél nagyobb τ annál szingulárisabb $C_n^{(i)}$.

kölcsönható eset: $C_n^{(i)} \sim (x^2)^{-d_j - \frac{n}{2} + d^{(i)}(n)/2}$

Renorm. csoport egyenletek

$$F(q, p_1 \dots p_n) = FT \langle 0 | T(j(x) j(0) \phi(x_1) \dots \phi(x_n)) | 0 \rangle \underbrace{\Pi \Delta^{-1}(p_i)}_{\text{trunkálás}}$$

q: j operátor; $p_1 \dots p_n$: terek

$$\left(\mathcal{D} + 2\gamma_j(g) - n\gamma(g)\right) F = 0$$

$$\mathcal{D} = \mu\frac{\partial}{\partial\mu} + \beta g \frac{\partial}{\partial g} - \gamma_m m \frac{\partial}{\partial m}$$

$$F(q \dots p_n) = \sum_{i,N} \tilde{C}_N^{(i)}(q^2)\, q^{\mu_1} \cdots q^{\mu_N}\, E^{(i)}_{\mu_1 \dots \mu_N}(p_1 \dots p_N)$$

függnek μ-től, g-től

$$\left(\mathcal{D} + \gamma_N^{(i)}(g) - n\gamma(g)\right) E^{(i)}_{\mu_1\dots\mu_N} = 0$$

$$\to \left(\mathcal{D} + 2\gamma_j(g) - \gamma_N^{(i)}(g)\right) \tilde{C}_N^{(i)}(q^2) = 0$$

(deriválásnál F-nél $\tilde{C}_N^{(i)}$ és $E^{(i)}_{\mu_1\dots\mu_N}$-t kell deriválni

mego.: $\tilde{C}_N^{(i)}(q^2) = \tilde{C}_N^{(i)}\left(-\frac{q^2}{\mu^2}, g, \frac{m}{\mu}\right) =$

$$= \tilde{C}_N^{(i)}\left(1, \bar{g}(t), \bar{m}(t)\right) e^{\int_0^t dt' \overbrace{(2\gamma_j - \gamma_N^{(i)})}^{\bar{g}(t)\text{-től függnek}}}$$

(Renormálásnál előfordul, hogy renormálási állandó helyébe mátrixot kell írni, mert keverednek az operátorok.)

Árammegmaradás + Lorentz invariancia miatt

$$j_\mu(x) j_\nu(x') = \left(\partial_\mu \partial'_\nu - g_{\mu\nu}\, \partial\cdot\partial'\right) \underset{\uparrow\ \text{skalár fv.}}{O_L(x, x')} +$$

$$+ \left(g_{\mu\lambda}\partial_\rho\partial'_\nu + g_{\rho\nu}\partial_\mu\partial'_\lambda - g_{\mu\lambda}g_{\rho\nu}\,\partial\cdot\partial' - g_{\mu\nu}\partial_\lambda\partial'_\rho\right) O_2^{\lambda\rho}(x, x')$$

+ $\varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}$-t tartalmazó, ami spinátlagolásra kiesik

$T(j_\mu(x) j_\nu(x'))$-re ugyanez

$$O_L(x, x') = \sum_{i,n} C_{Ln}^{(i)}(y^2)\, y^{\mu_1}\dots y^{\mu_n}\, O^{(i)}_{L\,\mu_1\dots\mu_n}\left(\frac{x+x'}{2}\right);\quad y = x - x'$$

$$O_2^{\lambda\rho}(\ ) = \dots$$

$$T_{\mu\nu} = \int d^4y\, e^{iqy} \langle p | T(j_\mu(y) j_\nu(0)) | p\rangle =$$

$$= (q_\mu q_\nu - q^2 g_{\mu\nu}) \sum_{i,n} \langle p | O^{(i)}_{L\,\mu_1\dots\mu_n}(0) | p\rangle\, \tilde{C}^{(i)}_{L,n}(-q^2) \cancel{(-i)\left(\frac{-q^2}{2}\right)}$$

$$\cdot (-i)\left(\frac{-q^2}{2}\right)^{-n-1} q^{\mu_1}\dots q^{\mu_n} +$$

$$+ (g_{\mu\lambda} q_\rho q_\nu + \dots) \sum_{i,n} -\text{"}- \Big|_{O_2^{\lambda\rho}} \tilde{C}^{(i)}_{2,n+2}(-q^2) \cdot$$

$$\cdot (-2i)\left(-\frac{q^2}{2}\right)^{-n-2} q^{\mu_1}\dots q^{\mu_n}$$