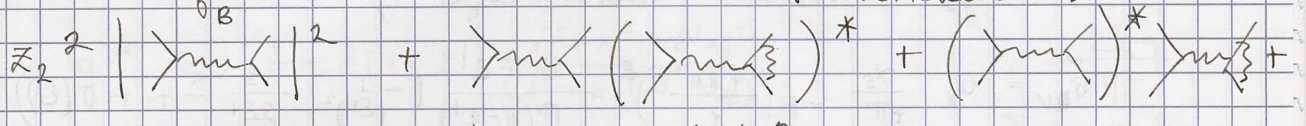
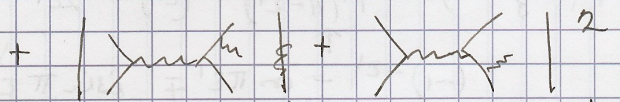
$\sigma(g^2)$ számolás

σ_B vertex korrekció $\rightarrow \sigma_V$





sugárzási korrekció $\rightarrow \sigma_R$

$$\sigma = Z_2^2 \sigma_B + \sigma_V + \sigma_R$$

$m_e = m_q = 0$ (elhanyagoljuk a tömegeket)

$$\Sigma(p)\Big|_{p^2=0} = \underbrace{\dots}_{\text{konstansok}} \int_0^1 dx\,(1-x) \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D\, i} \frac{1}{k^4}$$

$$\int_0^\infty dk\, k^{D-1-4} = \int dk\, k^{D-5} = \frac{k^{D-4}}{D-4}\Big|_0^\infty$$

Ehelyett: $\displaystyle\int_0^\Lambda D' \text{ dim} + \int_\Lambda^\infty D \text{ dim} =$

$$= \frac{k^{D'-4}}{D'-4}\Big|_0^\Lambda + \frac{k^{D-4}}{D-4}\Big|_\Lambda^\infty =$$

$\varepsilon = \frac{D-4}{2}$ $\qquad D' > 0 \qquad D < 4 \ (< 4!)$

$$= -\frac{1}{\varepsilon'/2} + \frac{1}{\varepsilon/2} = 2\left(-\frac{1}{\varepsilon'} + \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

$$Z_2 = 1 + \frac{g^2}{(4\pi)^2} C_F \left(-\frac{1}{\varepsilon'} + \frac{1}{\varepsilon}\right)$$

vertexkorrekcióban:

$$\Lambda_\mu = \gamma_\mu \frac{g^2}{8\pi^2} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{-q^2}\right)^{\varepsilon'} \Gamma(1+\varepsilon')\, B(1-\varepsilon', 2-\varepsilon') \cdot$$

$$\cdot \left(-\frac{1}{\varepsilon} - \frac{2}{(\varepsilon')^2} - 2\right) = \gamma_\mu \Lambda$$

$$\sigma = \sigma_B + \tilde{\sigma}_V + \sigma_R \;; \quad \tilde{\sigma}_V = \underbrace{\left(Z_2^2 - 1\right)}_{= 2Z_2 - 2} \sigma_B + \sigma_V = (2Z_2 - 2 + \Lambda + \Lambda^*)\,\sigma_B$$

$$\sigma_V \rightarrow (\Lambda + \Lambda^*)\,\sigma_B$$

$\frac{1}{\varepsilon}$ a UV divergens tag kiesik. ($\partial^\mu j_\mu = 0$ miatt j_μ anomális dimenziója 0)

$$\tilde{\sigma}_V = \sigma_B \cdot \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{s}\right)^{\varepsilon'} \frac{\cos\pi\varepsilon'}{\Gamma(1-\varepsilon')} \left(-\frac{1}{(\varepsilon')^2} - \frac{3}{2\varepsilon'} - 4 + O(\varepsilon')\right)$$

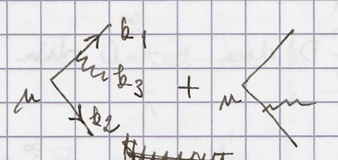
$$(-1)^{-\varepsilon'} = \cos\pi\varepsilon' \mp i\sin\pi\varepsilon'$$

($\tilde{\sigma}_V$ UV-ben véges, de IR-ben divergens)

σ_R is IR divergens lesz:

$$\sigma_R = \frac{1}{8s} \int \prod_{i=1}^{3} \frac{d^{D-1}k}{(2\pi)^{D-1} 2k_{i0}} (2\pi)^D \delta^D\left(\sum_i k_i - p_1 - p_2\right) F_R$$

$$F_R = -\left(\sum_i Q_i^2\right) \frac{e^4}{q^4} g^2 C_F \underbrace{\mathrm{Tr}\left(\not{p}_2 \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\nu\right)}_{L^{\mu\nu}} \cdot$$



$$\cdot \mathrm{Tr}\left(\not{k}_1 S_{\lambda\mu} \not{k}_2 S^{\lambda}{}_{\nu}\right)$$

gluon

$$S_{\mu\nu} = \gamma_\mu \frac{-1}{\not{k}_1 + \not{k}_3} \gamma_\nu + \gamma_\nu \frac{1}{\not{k}_2 + \not{k}_3} \gamma_\mu$$

árammegmaradás miatt:

$$q^\nu S_{\mu\nu} = 0 \qquad k_1^2 = k_2^2 = 0$$ (az emittált $q\bar{q}$ tömeghéjon van)

def: $$G_{\mu\nu} = \mathrm{Tr}\left(\not{k}_1 S_{\lambda\mu} \not{k}_2 S^{\lambda}{}_{\nu}\right)$$

$$L_{\mu\nu} = \ldots$$ (ismert)

$$I_{\mu\nu} = \int \prod_{i=1}^{3} \frac{d^{D-1}k_i}{2k_{i0}} \delta^D\left(\sum_i k_i - q\right) G_{\mu\nu}$$

$$\sigma_R = \frac{-e^4 g^2}{8s(2\pi)^{2D-3} q^4} \left(\sum_i Q_i^2\right) C_F L^{\mu\nu} I_{\mu\nu}$$

$q^\mu I_{\mu\nu} = 0$ árammegmaradás $\Rightarrow$ ~~$I_{\mu\nu} = I(q^2)$~~

$$\Rightarrow I_{\mu\nu} = I(q^2)\left(\frac{q_\mu q_\nu}{q^2} - g_{\mu\nu}\right)$$

$$I(q^2) = -g^{\mu\nu} I_{\mu\nu} / (D-1)$$

$$L^{\mu\nu} I_{\mu\nu} \stackrel{!}{=} \frac{D-2}{D-1} q^2 g^{\mu\nu} I_{\mu\nu}$$

$$g^{\mu\nu} G_{\mu\nu} = -8(1-\varepsilon')\frac{x_1^2+x_2^2-\varepsilon' x_3^2}{(1-x_1)(1-x_2)}$$

$$\begin{cases} x_i = \frac{2 k_i q}{q^2} \\ \sum_i x_i = 2 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

$k_3 \approx 0$ soft gluon

$x_1 \approx 1$ esetén : $\bar{q} g$ párhuzamosak
(kollineáris szingularitás)

$$g^{\mu\nu} I_{\mu\nu} = \frac{\pi(\pi s)^{1-2\varepsilon'}}{4\Gamma(2-2\varepsilon')}\left(-8(1-\varepsilon')\right)\left[\left(\frac{4}{\varepsilon'} - \frac{12}{\varepsilon'} + 10 + 4\varepsilon'\right) B(1-\varepsilon', 2-2\varepsilon') \cdot B(1-\varepsilon', 1-\varepsilon') + O(\varepsilon')\right]$$

$$\sigma_R = \left(\sum_i Q_i^2\right)\alpha^2 \alpha_s C_F \frac{2}{s}\left(\frac{4\pi\mu}{s}\right)^{2\varepsilon'} \frac{(1-\varepsilon')^2}{(3-2\varepsilon')\Gamma(2-2\varepsilon')} \cdot \left[\ \dots\ \right] =$$

$$= \sigma_B \frac{\alpha_s}{\pi} C_F \left(\frac{4\pi\mu^2}{s}\right)^{\varepsilon'} \frac{\cos\pi\varepsilon'}{\Gamma(1-\varepsilon')}\left(\frac{1}{(\varepsilon')^2} + \frac{3}{2\varepsilon'} + \frac{19}{4} + O(\varepsilon')\right)$$

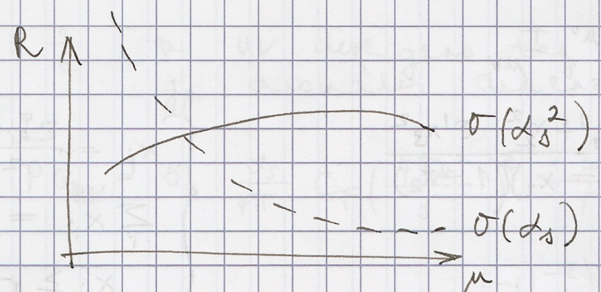
$$\Rightarrow \sigma = \sigma_B\left(1 + \frac{3}{4}\underbrace{C_F}_{=\frac{4}{3}}\frac{\alpha_s}{\pi}\right) \quad R = 1 + \frac{\alpha_s}{\pi}$$

Skálafüggés

$$R\left(\frac{s}{\mu^2}, \bar{g}(\mu^2)\right) = R(1, \bar{g}(s))$$

$$R = 1 + \frac{\alpha_s(\mu)}{\pi} + \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{\pi}\right)^2\left[\left(\frac{2}{3}\zeta(3) - \frac{11}{3}\right)n_f + \frac{365}{24} - 11\zeta(3) + \frac{1}{4}\left(11 - \frac{2}{3}n_f\right)\ln\frac{\mu^2}{s}\right] + O(\alpha_s^3(\mu))$$

természetes választás : $\mu^2 \to s$, ez nem kötelező.
μ-től függ véges rendben R.
μ-függés = renormálási séma-függés
$\to$ pontos képlet μ-független!



„mi a legjobb μ választás?"
(μ-től függés $\Rightarrow$ elméleti bizonytalanság)

$\mu \sim \sqrt{s}$ a „jó" becslés

μ_{PMS} (principal of minimal sensitivity) $\frac{\partial R^{(2)}}{\partial \mu} = 0$

μ_{FAC} (fastest apparent convergence) $R^{(1)} = R^{(2)}$

...

Kollineáris és szoft szingularitások

Fázistér $q\bar{q}g$ végállapotra

$$d\phi_3 \sim \underbrace{d\alpha\, d\beta\, d\gamma}_{\text{Euler szögek}}\, dx_1\, dx_2$$

$$\sigma^{q\bar{q}g} = \sigma_0 R \int dx_1 dx_2 \frac{2\alpha_s}{3\pi} \frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)}$$

$1 - x_i$: $p_i \cdot k$ -ból jön

$i = q, \bar{q}$; k: gluon

$$\int \frac{d^3 k}{2E_3} \frac{1}{(p_1 k)(p_2 \cdot k)} = \frac{1}{2E_1 E_2} \int \frac{dE_3}{E_3} \frac{d\Omega_3}{(1-\cos\theta_{13})(1-\cos\theta_{23})}$$

szingularitás : ① $\theta_{13}, \theta_{23} \to 0$ kollineáris

② $E_3 \to 0$ szoft

lehetséges regularizáció:	kollin.	szoft
$m_q \neq 0$	✓	✗
p_i^2 off-shell	✓	✓
k^2 off-shell	✓	✓
dim. reg.	✓	✓
$m_g \neq 0$	✓	✓

Láttuk, hogy $\sigma(R)$ nem szinguláris, azaz a szoft és kollin. szingularitások kiesnek a virtuális és valós korrekciókból. Nem véletlen

QED: Bloch–Nordsieck tétel

általánosabban: Kinoshita–Lee–Nauenberg (KLN) tétel:

0 tömegű elméletekben a hatáskeresztmetszetek és bomlási szélességek végesek, ha a kezdeti és végállapotbeli degenerált állapotokra összegzünk

= kísérletileg nem megkülönböztethető

pl. σ_{tot} véges

$\sigma_{tot}(e^+e^- \to q\bar{q})$ nem véges, mert hiányzik a szoft és kollin. gluon emisszió (nem lehet őket detektálni!)

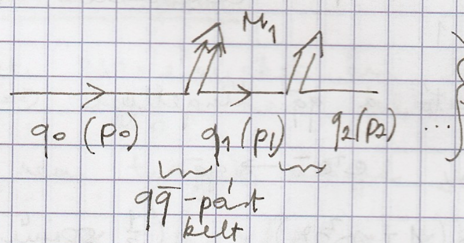
Jet fizika e^+e^- szétsugárzásban

Feltesszük a parton modellben:

A folyamat 1. lépése: kemény folyamat, nagy impulzusok, $q, \bar{q}, g$-t tartalmazó végállapotok,

2. lépés: ezek fragmentálódnak szoft (kis impulzus átadású) folyamatokkal hadronokká.

pl.:



} szoft folyamat

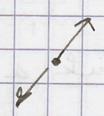
Feynman–Field modell

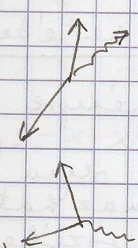
Niedermayer Ferenc integrál-egyenlet

skálázó vertexek

durva leírást ad

① Kemény folyamat

$\sigma(\alpha_s^0)$  $\to$ 2 jet

$\sigma(\alpha_s^1)$  $\to$ 2 jet (?)

$\to$ 3 jet

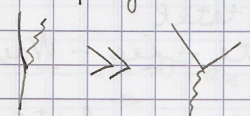
úgy kell definiálni, hogy véges 2jet, 3jet σ-t kapjunk!

$\sigma(\ldots) \gg \sigma(\ldots)$

2 jet   3 jet

[illegible] : $\frac{1}{\sigma}\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} = \frac{2\alpha_s}{2\pi}\frac{x_1^2 + x_2^2}{(1-x_1)(1-x_2)}$ 3 partonos folyamatra

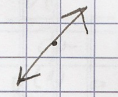
$\Rightarrow$ "2 jet" folyamat a domináns



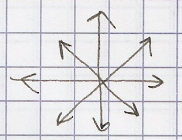
Alacsony energiás ($\sqrt{s}$ kicsi) nem könnyű a jeteket kísérletileg azonosítani

"jet mértékek"

sphericity: $S \equiv \frac{3}{2} \min\limits_{\underline{n}} \frac{\sum_i p_{Ti}^2}{\sum_i |\underline{p}_i|^2}$



$S=0$
$T=1$

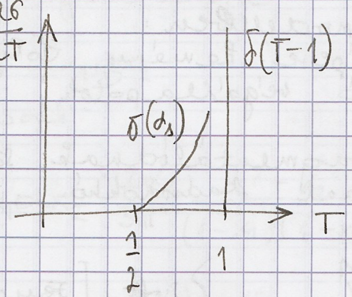


$S=1$
$T=\frac{1}{2}$

thrust: $T \equiv \max\limits_{\underline{n}} \frac{\sum_i |\underline{p}_i \cdot \underline{n}|}{\sum_i |\underline{p}_i|}$

pert. szám. $\rightarrow$

normál thrust eloszlás



hadronokra elmosódik a kép

A thrust tengely azonosítható a $q\bar{q}$ tengellyel

tesztelhető a szögeloszlás $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{d\cos\vartheta} = \frac{3}{8}(1+\cos^2\vartheta) \quad \left(\tfrac{1}{2} \text{ spinű kvarkokra}\right)$$

Jet mértékek

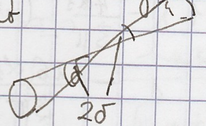
Adott eseményre hogyan definiálhatjuk a jetek számát?

perturbatív PQCD-ben olyan definíció kell, ami a hadronokra is alkalmazható

- Infravörös érzéketlen (azaz véges) (IR safe)

i) Sterman – Weinberg :

2 jet $\equiv$ a teljes $\sqrt{s}$ energiájának csak kis ε része található δ kúpon kívül.



Ennek σ-ja a KNL tétel miatt véges.

pl: $\mathcal{O}(\alpha_s^1)$

$$\sigma_3 \sim \alpha_s \int\limits_{E_3 > \varepsilon\sqrt{s}} \frac{dE_3}{E_3} \int\limits_{\substack{\theta_{13} > \delta \\ \theta_{23} > \delta}} \frac{d\Omega}{(1-\cos\theta_{13})(1-\cos\theta_{23})}$$ nyilván véges

<u>def:</u> $f_n = \frac{\sigma_n}{\sigma_{tot}}$ = jet rate

$\mathcal{O}(\alpha_s)$: $f_2 = 1 - f_3$

$$f_3 = \frac{4\alpha_s}{3\pi} \left[(3 + 4 \ln 2\varepsilon) \ln \delta + \mathcal{O}(1) \right]$$

($f_4 \sim \alpha_s^2$ nagy energián jelentősebb csak)

Egyéb f_n definíciók is léteznek és használatosak.

<u>Gluon spin</u>

3 jet eseményeket ki lehet válogatni a kísérletből

$\Rightarrow$ $q\bar{q}g$-nak felelt meg

De nem tudjuk melyik jet a gluon.

<u>Def:</u> $x = \max\{x_1, x_2, x_3\}$ $\quad \sum_i x_i = 2$

x_1: q, x_2: $\bar{q}$, g: $2 - x_1 - x_2$

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d^2\sigma}{dx_1 dx_2} = F(x_1, x_2)$$

$$\frac{1}{\sigma}\frac{d\sigma}{dx} = \int\limits_{2(1-x)}^{x} dx' \left[F(x', x) + F(x, 2-x-x') + F(2-x-x', x') \right]$$

QCD : F = ismert

skalár gluon $F = \frac{\alpha_s}{3\pi} \frac{(2-x_1-x_2)^2}{(1-x_1)(1-x_2)}$ ↯

$\Rightarrow$ gluon 1-spinű

Fragmentációs MC

2 jet rate : $f_2 = 1 - \frac{4\alpha_s}{3\pi}\left[\left(\quad\right) + \mathcal{O}(1)\right] \approx$

$\approx 1 - \frac{16\alpha_s}{3\pi} \ln \varepsilon \ln \delta$ vezető rendű közelítés (Leading Log)

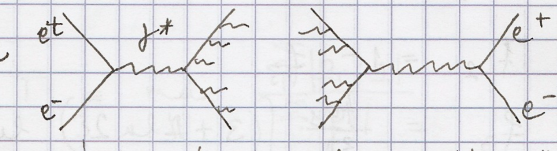
$\uparrow$
$\varepsilon \ll 1$
$\delta \ll 1$

magasabb rendben : $\alpha_s^n (\ln\varepsilon \ln\delta)^n$

$\longrightarrow f_2 \simeq e^{-\frac{16\alpha_s}{3\pi} \ln\delta \ln\varepsilon}$

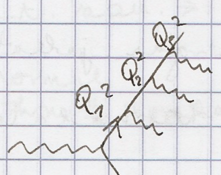
QCD-ben is ~~lehet~~ van exponenciálizálódás

Axiál mérték : $n^2 = -1$ $n_\mu A^\mu = 0$

$|M|^2 \sim$ 

Az interferencia tagok kicsinek.

Használható szemiklasszikus "elágazási" kép



A valószínűségek jönnek be, Markov lánc

$Q_1^2 \gg Q_2^2 \gg Q_3^2 \gg \ldots$

Ezen az alapon működnek az ú.n. "parton shower" MC modellek.

A végén, mikor $Q_n^2 \approx (\text{parton tömeg})^2$ (kicsi) a Rosenfeld tábla alapján hadronokba rendezik a partonokat.

Az <u>meglepetést</u> az volt, hogy kis Q_n^2-re is elég jó működik.

(Jobb közelítés: gluon emissziós szögei.)

Minden mai hadron fragmentációs modell ezen a képen alapul.