

2011. szept. 13.

Qesodte.hu/TTkovnyaram.pdf

2011. szept. 20.

zöngöl hőmérséklet: 0-18 izotópból
excentricitás 40 ezer éves per.-sd változik

+
Földtengely precesszió 23,5°-nyílással

+
nyílás is változik

↳ Milankovics-ciklus

↓

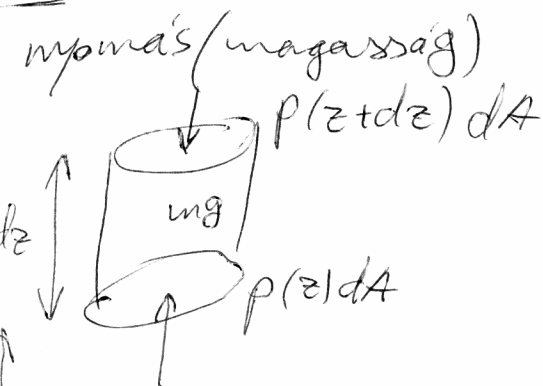
700 ezer évig jó csak

0-18 ~ 2-4 ppm

↳ ~~széles~~
széles

Eocén maximum a hőmérsékletben

300 év alatt 20 cm-t nőtt a tenger



$$pV = \frac{m}{M} RT$$

$$\sum F_z = -\int dz g dA + p(z) dA - p(z+dz) dA = 0$$

$$H \approx 7 \text{ km}$$

$$p(z) = p_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$$

↑
egyenlítő
felfelé

Brunt - Visszafelé frekv.
adiabátikus közelítés: ρ légsűrűség
 ρ nem vált.

$N \approx 0,3 - 0,4$ $T \approx 200$ s = pár perc
sűrűségváltozás a légkör, nem nyomáskülönbség!
vízben nincs ilyen

bejövő energia (napállandó) nálunk $1/10$ -e
óceán jobban nyeli az energiát, mint szárazföldön
több a felhő

albedó ciklusai: évszakok: 3,5%-kal változik
(excentricitás)
nappályaváltozás: $11 \times 2 = 22$ év periódus
erőteljes változás
(miért látszik?)

teljes változékonyság a spektrumban 11 éves periódus-
ban $\frac{\max - \min}{\min}$ UV & EUV a legnagyobb

2011. okt. 1. napján.

1 óra kimaradt

Földi koordináta rendszer



féltekétől függ az x, y irány

$$\vec{F}_c = -2m \vec{\Omega} \times \vec{v} = 2m \vec{v} \times \vec{\Omega}$$

Földhöz rögzített (szoba)

koordinátszerbeli seb.

$$|\vec{\Omega}| = \frac{2\pi}{24 \times 3600} \frac{1}{\text{sec}}$$

$\vec{\Omega}$ szabadvektor: nincs támaszpontja

Hthoz:



$\vec{F}_c$ ad függőleges eltérítő komponens is
pl. puskagolyót

légkörben ez elhanyag.

E-sarkon ágyúgolyó



Navier-Stokes: forgó rendszerben:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = 2 \vec{v} \times \vec{\Omega} - \frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \Delta \vec{v} + \vec{g}$$

dimenziótlanítunk:

karakterisztikus hossz, sebesség + konstansok:
 L, u, Ω, g, ρ_0

karakterisztikus időegység

$$t^* = \frac{L}{u} \quad \vec{r}^* = \frac{\vec{r}}{L} \quad \vec{v}^* = \frac{\vec{v}}{u} \quad t^* = t \frac{u}{L}$$

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) \quad \left\{ \begin{array}{l} [\nabla] = \frac{1}{m} \\ [\Delta] = \frac{1}{m^2} \end{array} \right.$$

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} \rightarrow \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$p^* = (2 \rho_0 \Omega u L)^{-1} p$$

4

$$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{\text{s}} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \text{m} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

Navier-St.: N

$$\frac{u^2}{L} \frac{d\vec{v}^*}{dt^*} = u \Omega \cdot 2 \cdot \vec{v}^* \times \vec{n} - \frac{2 \rho_0 \Omega \cdot u \cdot L}{\rho_0 L} \nabla^* p^* + \frac{u}{L^2} \nu \Delta^* \vec{v}^* -$$

$$\vec{\Omega} = \Omega \cdot \vec{n}$$

$\uparrow$
szögvek.

$$-g\vec{n}$$

E-sarkon írtuk fel



$$\frac{d\vec{v}^*}{dt} = \frac{2\Omega L}{u} \vec{v}^* \times \vec{n} - \frac{2\Omega L}{u} \nabla^* p^* + \frac{\nu}{uL} \Delta^* \vec{v}^* - \frac{gL}{u^2} \vec{n}$$

$\frac{1}{Ro}$

Rossby-szám:

$$Ro = \frac{u}{2\Omega L}$$

$$\frac{1}{Re}$$

$$Re = \frac{uL}{\nu}$$

$$[\nu] = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

(diffúziós egy.)

$$\frac{1}{Fr^2}$$

Froude

$$Fr = \frac{u}{\sqrt{gL}}$$

pl: hidegfront:

$$\nu = 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

(levegő)

$$u = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(szélseb.)

$$L = 100 \text{ km} = 10^5 \text{ m}$$

(hidegfront mérete)

$$Re = \frac{10^{-6}}{20 \cdot 10^5} = \frac{1}{2} \cdot 10^{-12}$$

súrlódásmentes áramlás

Bacilus:

65

$$\frac{10^{-6}}{4 \times 10^{-6} \cdot 20 \cdot 10^{-6}} \approx \frac{1}{6} 10^5 \quad \text{főleg szilapított}$$

mérete testhossza
5x ~~mm~~ / s

Rossby: $\frac{20}{2 \cdot 7,3 \times 10^{-5} \cdot 10^5} \approx 1$

Hidrodinamikai hasonlóság: dimenziótlanságok egyenlőek

modellérés: $Re = \frac{UL}{\nu} = \text{all.} \quad L_m = \frac{L}{2} \Rightarrow U_m = 2 \cdot U$

$Fr = \frac{U}{\sqrt{gL}} = \text{all.} \quad L_m = \frac{L}{2} \Rightarrow U_m = \frac{U}{\sqrt{2}}$

† tökéletes hasonlóság

Fronde: hajtó menetellenállás

$$D = D_w + D_v$$

hullámellenállás viszkózus ellenállás

† van mindkettő

találmány: a tagok függetlenek

Sírlódaśmentes forgo kőzeg

6

E-sarkon:



$$\vec{v} = (u, v, w)$$

$$\vec{g} = (0, 0, -g)$$

$$\vec{\Omega} = (0, 0, \Omega)$$

$$\vec{v} \times \vec{\Omega} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \Omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v\Omega \\ -u\Omega \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{du}{dt} = 2v\Omega - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{dv}{dt} = -2u\Omega - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$

3 egyenlet, 4 ismeretlen

változók: u, v, w, p

↳ 4. egyenlet kell: $\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$

összenyomhatatlanság

$$\text{div } \vec{v} = 0$$

levegő" összenyomhatatlan, mert $u \ll c_{hang}$

Előre megadások:

(i) $|\vec{v}| = 0$ 3. egy: $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_0 g \rightarrow p(z) = -\rho_0 g z + p_0$ " 330 m/s

(ii) $\nabla p = 0$ $\vec{v}_0 = (u_0, v_0, 0)$

$$\frac{du}{dt} = 2v\Omega$$

$$\frac{dv}{dt} = -2u\Omega \rightarrow u = -\frac{1}{2\Omega} \frac{dv}{dt} \rightarrow \frac{du}{dt} = -\frac{1}{2\Omega} \frac{d^2 v}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 v}{dt^2} + (2\Omega)^2 v = 0$$

$$V = V_0 \cos(2\Omega t)$$

$$u = u_0 \sin(2\Omega t)$$

tehetetlenségi körmozgás

2011. okt. 18.

dinamikai nyomás

feltétele: nyomáskülönbségek perturbációi nem befolyásolják a statikus nyomást

$$p(\vec{r}, t) = p_0(z) + p'(\vec{r}, t)$$

miel $\frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_0 g \Rightarrow p_0(z) = -\rho_0 g z + p_0$

ezzel

$$p(\vec{r}, t) = p_0 - \rho_0 g z + p'(\vec{r}, t)$$

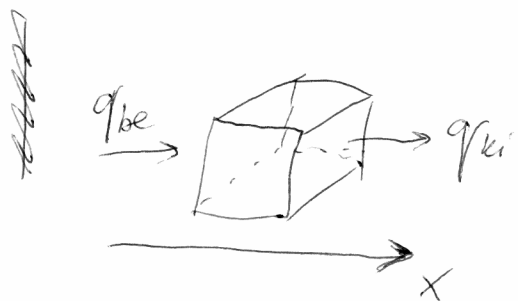
4. egyenlet:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dt} &= 2\Omega v - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \\ \frac{dv}{dt} &= -2\Omega u - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} \\ \frac{dw}{dt} &= -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} \\ \text{div } \vec{v} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt} \longrightarrow \vec{f} = \rho_0 \frac{d\vec{v}}{dt} \quad [\vec{f}] = \frac{N}{m^3}$$

Lagrange-reprez: ráülök a hajított tárgyra
trajektória követés
közvetlen szemlélés

Euler-reprer: hőmérő Ládika: egy helyben áll (8)
 Híg más levegő hőmérsékletét méri



van $q(x,t)$ pl. koncentráció

$$q_{ki} = q_{be} + \frac{\partial q}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial q}{\partial t} \Delta t \quad \text{mérlegegyenlet}$$

$$\frac{q_{ki} - q_{be}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial t} \quad q(\vec{r}, t)$$

általánosítva: $\frac{dq}{dt} = u \frac{\partial q}{\partial x} + v \frac{\partial q}{\partial y} + w \frac{\partial q}{\partial z} + \frac{\partial q}{\partial t}$

$(\underline{v} \cdot \underline{\nabla}) q$

tehát:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \underbrace{\vec{v}(\nabla \vec{v})}_{\text{nonlinearitás}} = -2 \vec{\Omega} \times \vec{v} - \frac{1}{\rho_0} \nabla p' + \nu \Delta \vec{v}$$

stacionárius áramlást keresünk:

nincs gyorsulás, nincs surlódás

$$\left. \begin{aligned} v &= -\frac{1}{2\Omega \rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \\ u &= -\frac{1}{2\Omega \rho_0} \frac{\partial p'}{\partial y} \end{aligned} \right\} \text{geosztrofikus áramlás}$$

elindul feltele
eltérül gabbra (Coriolis - erő)

izobai okkal pārhuramosan balad

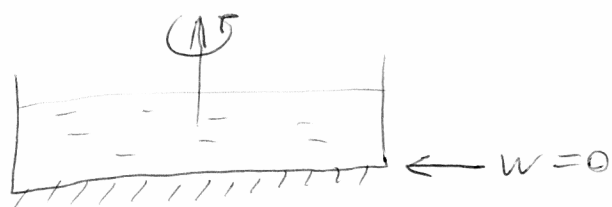
geotrofikus indeterminált

Tulaydonsagot:

(i) u, v nem független $\mathbb{Z}$ -böl

$$\operatorname{div}_2 \vec{v} = 0$$

$$(ii) \quad \frac{1}{\int_0^{2\pi}} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial x \partial y} = \frac{1}{\int_0^{2\pi}} \frac{\partial^2 \rho'}{\partial y \partial x} \rightarrow \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$



$$\frac{\partial W}{\partial z} = 0$$

2d aramlaş!

forgatott rendszer miatt

Taylor - Proudman^u ~~te~~fel

atmoverzük $u, v \rightarrow u_g, v_g$
geostrofikus

lárigeosztrofikus egyenletek:

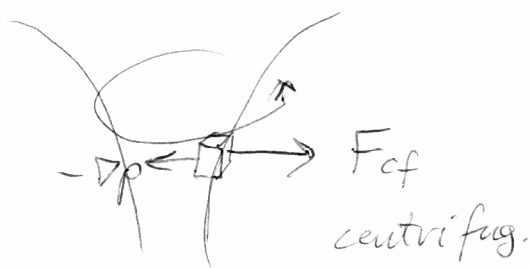
(10)

$$\frac{du}{dt} = 2\Omega (v - v_g)$$

$$\frac{dv}{dt} = -2\Omega (u - u_g)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z}$$

Megj.: hurrikán, tornádó



ciklosztrófikus egyensúly

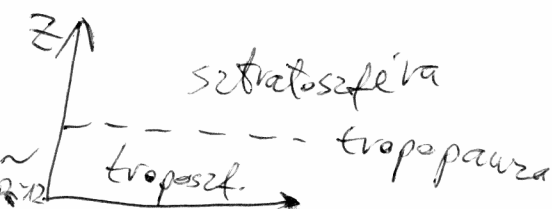
2011. nov. 8.

1 óra kimaradt

Széles folyadék egyenletek

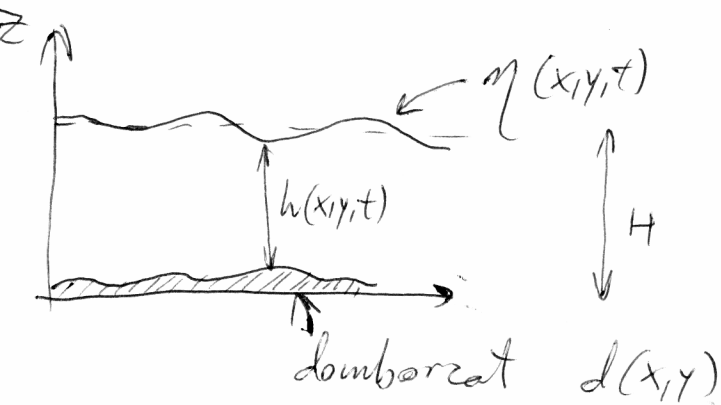


$$H \ll L$$



levegő tömeg 80%-a troposztr.-ban

óceánok $\bar{H} = 3700 \text{ km}$



$$h(x, y, t) = H - d(x, y) + \eta(x, y, t)$$

↑
előjeles perturbáció

összeyomhatatlanság:

sebességskalák:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \\ \frac{u}{L} \quad \frac{v}{L} \quad \frac{w}{H} \end{aligned} \right\} \frac{u}{L} \sim \frac{w}{H}$$

$$w \sim u \frac{H}{L} \ll u$$

lényegében vízszintes 2D-s
mozgás (forgás nélkül is)

Navier-Stokes

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \cancel{w \frac{\partial u}{\partial z}} = 2\Omega v - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}$$

w kicsi

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + \cancel{w \frac{\partial v}{\partial z}} = -2\Omega u - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}$$

$$\cancel{\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z}} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - g$$

$$\text{div } \vec{v} = 0$$

$$\hookrightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho_0 g \leftarrow \text{szokásos}$$

hell egy új egyenlet

$$p(x, y, z) = p_0 - \rho_0 g z$$

ha z helyére $h(x, y, t)$:

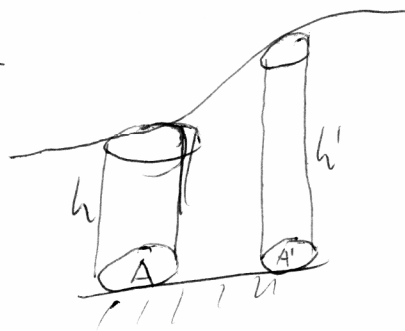
$$p(x, y, z, t) = p_0 + \rho_0 g [H + \eta(x, y, t) - z]$$

dinamikai nyomás: $p' = \rho_0 g \eta(x, y, t)$

$$i) \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 2\Omega v - g \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$ii) \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -2\Omega u - g \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

$$iii) \frac{\partial w}{\partial z} = - \underbrace{\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)}_{\text{div}_2 \vec{v}}$$



anyagmegmaradás:

$$\frac{d(Ah)}{dt} = 0$$

$$A \frac{dh}{dt} + h \frac{dA}{dt} = 0$$

$$\text{div}_2 \vec{v} = \frac{1}{A} \frac{dA}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = -h \text{div}_2 \vec{v}$$

Lagrange!

Euler:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) h = -h \text{div}_2 \vec{v}$$

$$\text{div}(h\vec{v}) = (\vec{v} \nabla) h + h \text{div} \vec{v}$$

$$iv) \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(h\vec{v})}{\partial x} + \frac{\partial(h\vec{v})}{\partial y} = 0$$

úg megmaradó mennyiség:

(13)

$$\frac{\partial}{\partial y}(i) - \frac{\partial}{\partial x}(ii)$$

megs: örvénysűrűség vektor:

$$\vec{\xi} = \nabla \times \vec{v} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \end{pmatrix}$$

teljes örvénysűrűség
← planetális örvénysűrűség

$$\frac{d}{dt} \xi_z = - \left(\xi_z + 2\Omega \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \xi_z + u \frac{\partial \xi_z}{\partial x} + v \frac{\partial \xi_z}{\partial y}$$

$$\frac{d(\xi_z + 2\Omega)}{dt} = (\xi_z + 2\Omega) \frac{\partial u}{\partial x}$$

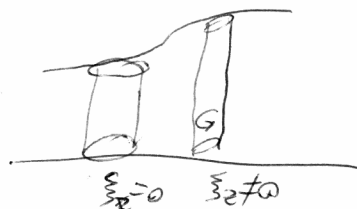
$$\text{div}_2 \vec{v} = - \frac{1}{h} \frac{dh}{dt}$$

$$\frac{d(\xi_z + 2\Omega)}{dt} = \frac{(\xi_z + 2\Omega)}{h} \frac{dh}{dt}$$

potenciális megmaradó

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\xi_z + 2\Omega}{h} \right) = \frac{h \frac{d\xi}{dt}}{h^2} - \frac{(\xi_z + 2\Omega) \frac{dh}{dt}}{h^2}$$

örvénysűrűség
mennyiség



stacionárius megoldás
(geostrofikus)

$$-2\Omega v g - g \frac{\partial \eta}{\partial x} = 0$$

$$2\Omega u g - g \frac{\partial \eta}{\partial y} = 0$$

$$\begin{pmatrix} u g \\ v g \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ -\frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix}$$

ciklon szeme felszínya a vízet

14



$\xi_z < 0$



2011. nov. 15.

kitérő: hullámok szuperpozíciója



$$c = \frac{\omega}{k}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$z(x,t) = A \cos(\underbrace{\omega t - kx}_{\text{fázis}})$$

$$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$$

összeadunk két hullámot: ω_1, k_1

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot \cos \frac{\alpha - \beta}{2} \quad \left. \begin{matrix} \omega_2, k_2 \\ \text{(azonos amplitúdó!)} \end{matrix} \right\}$$

$$z(x,t) = 2 \cos \left[\underbrace{\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t}_{\substack{\parallel \\ \bar{\omega} \\ \text{átlagos}}} - \underbrace{\frac{k_1 + k_2}{2} x}_{\substack{\parallel \\ \bar{k}}} \right] \cdot \cos \left[\underbrace{\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t}_{\substack{\parallel \\ \omega_m \\ \text{moduláló}}} - \underbrace{\frac{k_1 - k_2}{2} x}_{\substack{\parallel \\ k_m}} \right]$$

fázissebesség: $c := \frac{\omega}{k} \Rightarrow$ ebben az esetben $\frac{\bar{\omega}}{\bar{k}}$

csoportsebesség $c^* = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{\Delta \omega}{\Delta k} \rightarrow \frac{\partial \omega}{\partial k}$

diszperziós reláció: $\omega(\vec{k})$

általános eset:

$$c_x = \frac{\omega}{k_x}, c_y = \frac{\omega}{k_y}, c_z = \frac{\omega}{k_z} \quad \leftarrow c-k \text{ nem vektor!}$$

$$\vec{c} \neq \frac{\omega}{\vec{k}}$$



Pl: tengelyeket beforgathatunk a hullámhoz:

15



Csoportsebesség vízszint vektor:

$$\vec{C}^* = (C_x^*, C_y^*, C_z^*)$$

$$\left(\frac{\partial \omega}{\partial k_x}, \frac{\partial \omega}{\partial k_y}, \frac{\partial \omega}{\partial k_z} \right)$$

energiaterjedés iránya

$$\vec{\omega}^* \parallel \vec{k}$$

kitevő vége

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha$$

Teljesítményi hullámok

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \underbrace{(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v}}_{\text{elhagyjuk}} = \dots \quad \vec{v} \ll 1$$

E-i sarkon edény:



$$\vec{z} \parallel \vec{\Omega}$$

linearizálás:

$$\left. \begin{aligned} \text{(i)} \quad \frac{\partial u}{\partial t} &= 2 \Omega v - \frac{1}{S_0} \frac{\partial p'}{\partial x} \\ \text{(ii)} \quad \frac{\partial v}{\partial t} &= -2 \Omega u - \frac{1}{S_0} \frac{\partial p'}{\partial y} \\ \text{(iii)} \quad \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{1}{S_0} \frac{\partial p'}{\partial z} \\ \text{(iv)} \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ p_0 \end{pmatrix} e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

x, y ~~sz~~ tengelyeket beforgatjuk
úgy, h $\vec{k}$ x, z síkban legyen
 $k_y = 0$

$$e^{i(\omega t - k_x x - k_z z)}$$

↓
behelyettesítjük az egyenletbe: $\omega(\vec{k})$ mi lesz?

$$(i): u_0 i\omega e^{i(\omega t - k_x x - k_z z)} = 2\Omega v_0 e^{i(\omega t - k_x x - k_z z)} - \frac{\rho_0}{\rho_0} (-ik_x) e^{i(\omega t - k_x x - k_z z)}$$

$$(ii): v_0 i\omega = -2\Omega u_0$$

$$(iii): w_0 i\omega = \frac{\rho_0}{\rho_0} ik_z$$

$$(iv): u_0 k_x + w_0 k_z = 0$$

↳ polarizációs egyenletek

$$(iv) \text{ -ből: } w_0 = -u_0 \frac{k_x}{k_z}$$

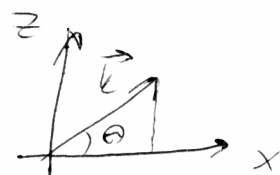
$$(iii) \text{ -ből: } \frac{\rho_0}{\rho_0} = -\frac{k_x}{k_z} u_0 \omega$$

$$(i): u_0 i\omega = 2\Omega v_0 - i \frac{k_x^2}{k_z^2} u_0 \omega$$

$$u_0 i\omega = i(2\Omega)^2 \frac{1}{\omega} u_0 - i \frac{k_x^2}{k_z^2} u_0 \omega$$

$$\left(1 + \frac{k_x^2}{k_z^2}\right) \omega^2 = (2\Omega)^2$$

$$\omega^2 = (2\Omega)^2 \frac{k_z^2}{k_x^2 + k_z^2}$$



$$\omega(\vec{k}) = \pm 2\Omega \frac{k_z}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}} = \pm 2\Omega \sin \theta$$

$$|W|_{\max} = 2\Omega$$

17

farisséb:

$$C_x = \frac{\omega}{k_x} = \pm 2\Omega \frac{k_z}{k_x \sqrt{k_x^2 + k_z^2}}$$

$$C_z = \frac{\omega}{k_z} = \pm 2\Omega \frac{1}{\sqrt{k_x^2 + k_z^2}}$$

csapóteheresség:

$$C_x^* = \frac{\partial \omega}{\partial k_x} = \mp 2\Omega \frac{k_x k_z}{k^3}$$

$$C_z^* = \frac{\partial \omega}{\partial k_z} = \pm 2\Omega \frac{k_x^2}{k^3}$$

$$C_x^* = -C_x \frac{k_x^2}{k^2}$$

$$C_z^* = C_z \frac{k_x^2}{k^2}$$

2011. nov. 29.

(1 óra kimaradt)

Geosztrofikus megoldás sűrűségi folyadékban.

$$-f_0 \underbrace{\vec{\eta} \times \vec{v}}_{\text{Coriolis}} - \frac{1}{\rho_0} \nabla p + \nu \underbrace{\Delta \vec{v}}_{\text{új tag: sűrűsítés}} = 0 \quad \left(\frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \right)$$

mínes sűrűsítés

$$\begin{cases} u_g = -\frac{1}{\rho_0 f_0} \frac{\partial p}{\partial y} \\ v_g = \frac{1}{\rho_0 f_0} \frac{\partial p}{\partial x} \end{cases}$$

sűrűsítés csökken $v-t \rightarrow$ Coriolis csökken eltérül a sebesség az izobártól

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} = -f_0 v_g$$

$$-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} = f_0 u_g$$

$$\vec{n} \times f_0 (\vec{v} - \vec{v}_g) = -\frac{\Delta}{\rho_0}$$

$$-f_0 \vec{n} \times (\vec{v} - \vec{v}_g) + v \Delta (\vec{v} - \vec{v}_g) = 0$$

$$-f_0 (v - v_g) = v \Delta (u - u_g) \approx v \frac{\partial^2 (u - u_g)}{\partial z^2}$$

$$+f_0 (u - u_g) = v \Delta (v - v_g) \approx v \frac{\partial^2 (v - v_g)}{\partial z^2}$$

próbatv: $e^{\pm \sigma z}$ és $\cos\left(\frac{z}{\sigma}\right)$, $\sin\left(\frac{z}{\sigma}\right)$ kombinációk

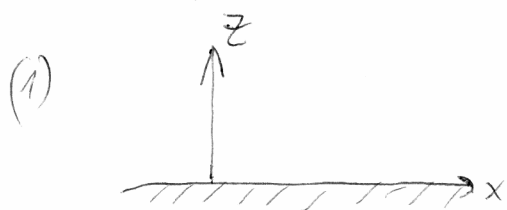
ált. megold:

$$(i) e^{\pm \frac{z}{\sigma}} (A \sin\left(\frac{z}{\sigma}\right) + B \cos\left(\frac{z}{\sigma}\right))$$

$$(ii) v - v_g = -e^{\pm \frac{z}{\sigma}} (A \cos\left(\frac{z}{\sigma}\right) - B \sin\left(\frac{z}{\sigma}\right))$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{2v}{f_0}}$$

A, B: peremfeltételekből



$z=0$ -nél $\vec{v} = 0$

(nem $\vec{v} - \vec{v}_g$)

$z \rightarrow \infty$

$\vec{v} \rightarrow \vec{v}_g$

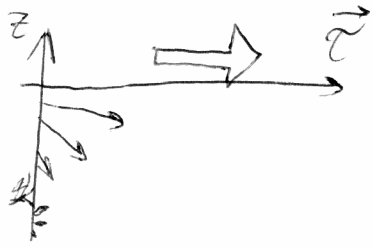
$\rightarrow$ csak $e^{-\frac{z}{\sigma}}$ lehet

(i) $z=0$ -nél $B = -u_g$

(ii) $z=0$ -nél $A = v_g$

$$\left. \begin{aligned} u &= u_g \left(1 - e^{-\frac{z}{\delta}} \cos\left(\frac{z}{\delta}\right) \right) \\ v &= u_g e^{-\frac{z}{\delta}} \sin\left(\frac{z}{\delta}\right) \end{aligned} \right\} \text{ ha } \vec{v}_g = \begin{pmatrix} u_g \\ 0 \end{pmatrix}$$

2) felad HF



$$\vec{\tau} = \begin{pmatrix} \tau_x \\ \tau_y \end{pmatrix} \text{ nyírási vektor (szél)}$$

$$\parallel \frac{\partial \vec{v}}{\partial z} \quad w=0$$

Megjegyzések:

izobár pl:  alacsony légnyomás

összenyomhatóan $\rightarrow$ feláramlás

Ekmán pumpálás

$$w = \int_0^{\delta} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) dz = \pm \frac{1}{2\pi} \oint_C \delta$$

Ekman transzport: szélre merőleges a teljes transzport

$$\vec{\zeta} = \int_{-\delta}^0 \vec{v}(\vec{z}) dz \perp \vec{\tau}$$

2011. dec. 6.

<http://leiso.elte.hu/ber-koruyaram-Janosi-Tel.pdf>



Rétegzettség (sűrűség nem állandó)

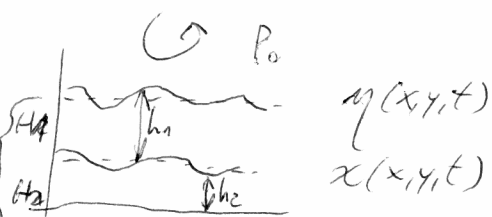
(20)

1) legegyszerűbb: 2 réteg

①	S_0
②	$S_0 + \Delta S$

$$\Delta S \ll S_0$$

ΔS pár százalék
pl. Norvégia fjordok
Gibraltair



$$\eta(x, y, t) = h_1 + h_2 - H$$

$$\chi(x, y, t) = h_2 - H_2$$

E -i feltételek: pozitív ω

hidrosztatika: $p(z) = p_0 + S_0 g (h_1 + h_2 - z)$ $z > h_2$

$$p(z) = p_0 + S_0 g h_1 + (S_0 + \Delta S) g (h_2 - z) \quad h_2 > z > 0$$

sűrűségi viacs, sekély folyadék egyenletek:

$$\vec{u}_1 = (u_1, v_1) \quad \vec{u}_2 = (u_2, v_2) \quad 2D-s \text{ mozgás}$$

$$\frac{d\vec{u}_1}{dt} = -f_0 \vec{n} \times \vec{u}_1 - g \nabla \eta$$

$$\frac{d\vec{u}_2}{dt} = -f_0 \vec{n} \times \vec{u}_2 - g \nabla \eta - g' \nabla \chi$$

$$g' = \frac{\Delta S}{S_0} g$$

effektív felhajtóerő

potenciális örvényesség rétegenként megmarad

Linearizált alak:

$$\frac{\partial \vec{u}_1}{\partial t} = -f_0 \vec{n} \times \vec{u}_1 - g \nabla \eta$$

$$\frac{\partial \vec{u}_2}{\partial t} = -f_0 \vec{n} \times \vec{u}_2 - g \nabla \eta - g' \nabla \chi$$

különböző sebesség:

$$\vec{v} = \vec{u}_1 - \vec{u}_2$$

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = -f_0 \vec{u} \times \vec{u} + g' \nabla \chi$$

$\vec{u}$ nem függ η -től!

geostrofikus megoldás:

$$u_{g,1} = -\frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial y}$$

$$v_{g,1} = +\frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial x}$$

$$u_{g,2} = -\frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{g'}{f_0} \frac{\partial \chi}{\partial y}$$

$$v_{g,2} = \frac{g}{f_0} \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{g'}{f_0} \frac{\partial \chi}{\partial x}$$

pot. önmérség:

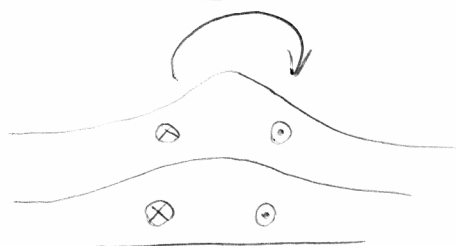
$$q_i = \frac{\xi_i + f_0}{h_i}$$

$i=1,2$

1 réteg:



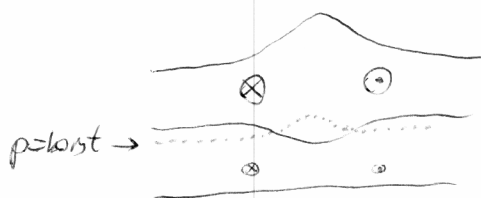
2 réteg



~~barotrop~~

izobár // konstans sűrűség

$p = \text{konst} // S = \text{konst}$

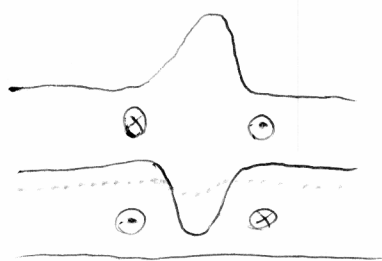


$p = \text{konst} // S = \text{konst.}$

baroklin

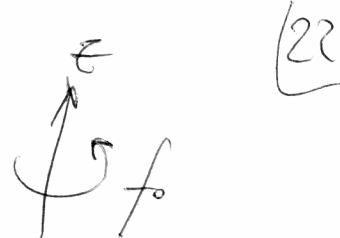
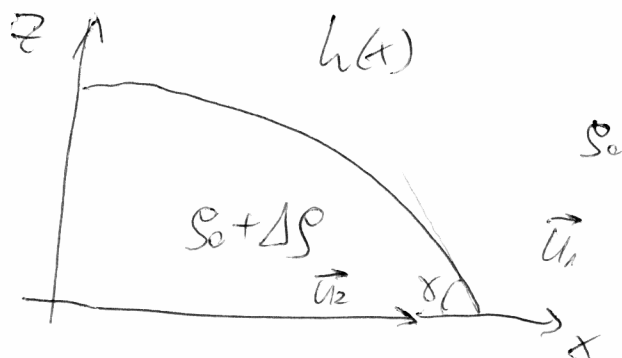
alul is ciklikus csak kereszt

$$\eta + \chi \frac{g'}{g} > 0$$



alul megfordul a ciklus mert
izobárban is hómor

hidegfront:



(22)

különbség: $f_0 \vec{n} \times (\vec{u}_1 - \vec{u}_2) = -g' \nabla x$

y irányban invar.

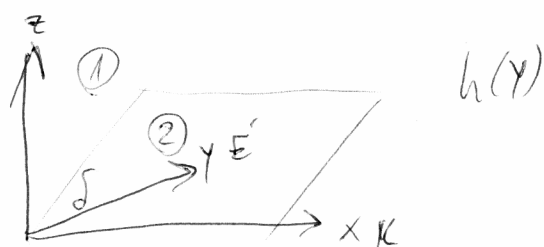
$$u_1 = u_2 = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = 0$$

$$v_{g1} - v_{g2} = \frac{g'}{f_0} \frac{dh}{dx} = \frac{g'}{f_0} \tan \gamma \quad \text{Margules formula}$$

$$\Delta S = S_0 \underbrace{\alpha}_{\text{valami}} \cdot \Delta T \rightarrow \gamma = - \frac{f_0}{g' \alpha \Delta T} (v_{g2} - v_{g1})$$

döntött belső határ



$$u_{g1} - u_{g2} = \frac{g'}{f_0} \tan \gamma$$

Boussinesq közelítés

① N-S - egyenlet:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = -\rho f_0 \vec{n} \times \vec{v} - \nabla p + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{v}$$

Euler $\rightarrow$

$$\textcircled{2} \quad p = p_0 + p' \quad \rho_m = \rho_0 + \rho' \quad [p(z), \rho_0(z)]$$

$$(\rho_0 + \rho') \frac{d\vec{v}}{dt} = -(\rho_0 + \rho') f_0 \vec{n} \times \vec{v} - \nabla p' + \rho' \vec{g} \quad /: \rho_0$$

$$\left(1 + \frac{\rho'}{\rho_0}\right) \frac{d\vec{v}}{dt} = - \left(1 + \frac{\rho'}{\rho_0}\right) f_0 \vec{u} \times \vec{v} - \frac{1}{\rho_0} \nabla p' + \frac{\rho'}{\rho_0} \vec{g} \quad \frac{\rho'}{\rho_0} \ll 1$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = - f_0 \vec{u} \times \vec{v} - \underbrace{\frac{1}{\rho_0} \nabla p' + \frac{\rho'}{\rho_0} \vec{g}}_{\text{perturbáció}} \quad \text{div } \vec{v} = 0$$

3 ismeretlen: $u, v, w, p, \rho \rightarrow$ kell +1 egyenlet
diffúzió nincs

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla)(\rho) = 0 \quad \text{kontinuitás}$$

$$\rho = \rho_0(z) + \rho'$$

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + u \frac{\partial \rho'}{\partial x} + v \frac{\partial \rho'}{\partial y} + w \frac{\partial \rho_0}{\partial z} = 0$$