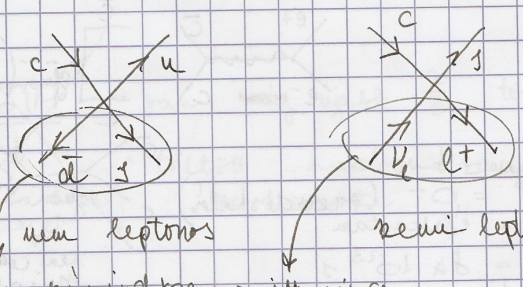
Becslés a nemleptonos / semileptonos bomlások arányára

$\cos^2\theta \sim 1$ $\sin^2\theta \sim 0$

$m_c \sim 1.3$ GeV $\Rightarrow m_u, m_s$ (kísérleti)



nem leptonos

semi leptonos

van kiindulva → összegzés

itt nincs ilyen

minden egyéb részecske: $m \sim 0$

$\frac{\Gamma(c \to \text{nemleptonos})}{\Gamma(c \to \text{semileptonos})} \approx 3$

virtuális QCD korrekciók ?

↓

nem lényegesen, de a nemleptonos felé tolják

Charmed részek keltése neutrínókkal

$\nu_\mu + d \to c + \mu^-$ $\sin\theta$ - val (el van nyomva, de s-t tartalmazó célátegyakra)

↳ $s\mu^+\nu_\mu$ v. $se^+\nu_e$ de target van

$\nu_\mu N \to \mu^+\mu^- X$ (dileptonos eseményekre)

τ lepton, b kvark, flavour csalódások; Kobayashi-Maskawa mátrix

τ lepton és ν_τ 1975 e^+e^- gyűrűben

$m_\tau \approx 1780$ MeV, $\tau_\tau \sim 3.4 \times 10^{-13}$ s

$m_{\nu_\tau} < 230$ MeV $(= 0)$

$\frac{1}{2}$ spinű "sekvenciális" nehéz lepton

$J_\ell^\alpha = \bar{\nu}_e \gamma^\alpha(1+\gamma_5) e + \bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha(1+\gamma_5)\mu + \bar{\nu}_\tau \gamma^\alpha(1+\gamma_5)\tau$

↑ együttható: univerzalitás

$V-A$ kötés.

$\nu_\tau \neq \nu_\mu$ van τ lepton nálam is

τ lepton bomlásai — mindig tartalmaznak $\nu_\tau - t$

- leptonos bomlás: $\tau \xrightarrow{W_\tau} \nu_\tau \, l \, \nu_l$ $\quad l = \mu, e$

→ mivel bomlásokban $m_\mu \to m_\tau$

$$\Gamma(\tau \to \nu_\tau e \nu_e) = \Gamma(\tau \to \nu_\tau \mu \nu_\mu) = \frac{G^2 m_\tau^5}{192\pi^3} \sim 6{,}2 \times 10^{11}\ s^{-1}$$

(muonnak csak leptonos bomlása van, túl kicsi a tömege)

- vannak hadronos bomlásai is!

Kezdés analógia / filozófia $\boxed{\tau \to \nu_\tau + \text{hadron}}$ nagyságára:

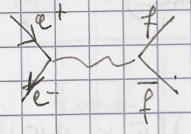
$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \to \text{hadron})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)} = 3 \sum_f Q_f^2 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots\right)$$

(kiindulásnak vett összeg)

$\sum_f$: kinematikailag megengedett kvarkok flavourre vett összegzés

Q_f^2: $\frac{2}{3}$ v. $-\frac{1}{3}$

Q kvarkot akkor veszünk figyelembe, ha $\boxed{\sqrt{s} > 2m_Q}$ (így nincs kvark többlet mérni)



$\tau \to \nu_\tau + \text{hadron}$

tud-e $c-t$ belteni?

$m_\tau < m_{D^0}$ (legkisebb tömegű charmed részecske)

nem tud kinematikailag charmed részecskére bomlani

I. $(\bar{\nu}_\tau \tau)(u\bar{d})\cos\theta$ II. $(\bar{\nu}_\tau \tau)(u\bar{s})\sin\theta$ — t kell figyelembe venni

$m_\tau \gg m_u, m_d, m_\mu, m_e$ → minden egyéb részecske tömege 0

$$\frac{\Gamma(\tau \to \nu_\tau + \text{hadron})}{\Gamma(\tau \to \nu_\tau \mu \nu_\mu)} = \frac{\Gamma(\tau \to \nu_\tau d\bar{u}) + \Gamma(\tau \to \nu_\tau s\bar{u})}{\Gamma(\tau \to \nu_\tau \mu \nu_\mu)} = 3$$

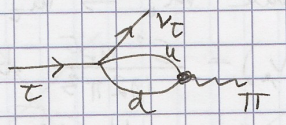
(minden kvarkra, összegzés)

$$\tau_\tau = \frac{1}{\underbrace{(3+1+1)}_{5}\Gamma(\tau \to \nu_\tau \mu \nu_\mu)} = 3.2 \times 10^{-13}\ s$$

$\Gamma(\tau \to \nu_\tau \mu \nu_\mu)$ ← 2 leptonos csatorna, 3 hadronos

egyes explicit hadronikus csatornák

$\boxed{\tau \to \nu_\tau + \pi}$



$\pi \to \ell \nu_\ell$ hasonlóan

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos\theta\, L_\alpha H^\alpha$$

$$H^\alpha = \langle \pi(k) | \bar{u} \gamma^\alpha \gamma_5 d | 0 \rangle \quad \uparrow \text{ismerjük } f_\pi k^\alpha$$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos\theta\, k^\alpha f_\pi\, \bar{u}_{\nu_\tau} \gamma_\alpha (1+\gamma_5) u_\tau$$

$$\Gamma(\tau \to \nu_\tau \pi) = \frac{G^2 f_\pi^2 \cos\theta\, m_\tau^3}{16\pi} \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2}\right)^2 \sim 0.6 \cdot \Gamma(\tau \to \nu_\tau \mu \nu_\mu)$$

exp. OK.

$\boxed{\tau \to \nu_\tau K}$ $\quad f_\pi, \cos\theta, m_\pi \to f_K, \sin\theta, m_K$ exp. OK.

$\boxed{\tau \to \nu_\tau \rho}$ $\quad \rho^\pm \; \rho^0$ ← $I=1$ multiplett vektormezon (1 spinű) $\quad m_\rho \sim 770$ MeV

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos\theta\, L_\alpha H^\alpha$$

$$H^\alpha = \langle \rho(p) | \bar{u} \gamma^\alpha d(0) | 0 \rangle = \langle \rho(p) | \bar{u} \gamma_\alpha d(0) | 0 \rangle =$$

↑ csak a vektorairam marad → izovektor áram (*)

p^α, $\varepsilon^\alpha(p)$ polarizációs vektor

$$= g_\rho \varepsilon_\alpha(p) + f p_\alpha \qquad g, f \text{ const.}$$

izovektoráram megmarad.

$$0 = p^\alpha (g \varepsilon_\alpha(p) + f p_\alpha) = m_\rho^2 f \Rightarrow f = 0$$

($m_\rho \neq 0$)

$\boxed{\varepsilon_\alpha(p) p^\alpha = 0}$

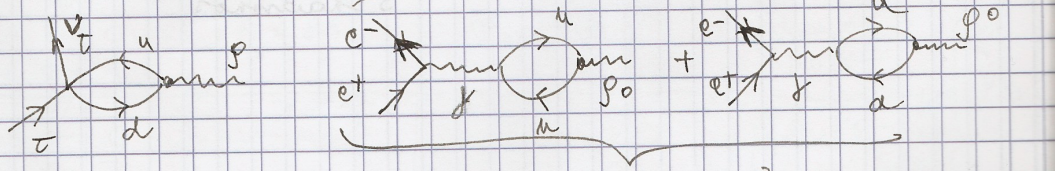
tömeges vektor → 3 sz. fok
(tömegnélküli → 2 sz. fok)

$$\boxed{\varepsilon_\alpha^\alpha \varepsilon^\beta = -g^{\alpha\beta} + \frac{p_\alpha p_\beta}{m_\rho^2}}$$

$$\boxed{\Gamma(\tau - \nu_\tau \rho) = \frac{G^2}{16\pi} \left(\frac{g_\rho f}{m_\rho}\right)^2 m_\tau^3 \cos^2\theta}$$

$\left(\frac{m_\rho}{m_\tau}\right.$ – kan magasabb rendű tagok elhagy

(*) miatt:



mátrixelemet $\frac{m_\rho^2}{f}$-vel paraméterez

$\frac{m_\rho^2}{\gamma}$ ← dimenziótlan mennyiség

$e^+e^- \to \rho^0 \qquad \frac{\gamma^2}{2\pi} = 2.36$

$M = \frac{4\pi\alpha}{q^2}\frac{m_\rho^2}{\gamma}\,\varepsilon_\mu\,\bar{u}_e\,\gamma^\mu u_e$

$g_{\rho\ell} = \sqrt{2}\,\frac{m_\rho^2}{\gamma} \longrightarrow \Gamma(\tau \to \rho\nu_\tau)$

τ lepton charmed részek bomlásában előfordulhat

$(\bar{c}\,c\cos\theta - \bar{d}\,c\sin\theta)(\bar{\nu}_\mu \tau + \dots)$

↓ tiszta V-A reláció ez a gyakorlat!

$\frac{\Gamma(F \to \tau\nu_\tau)}{\Gamma(F \to \mu\nu_\mu)} = \left(\frac{m_\tau}{m_\mu}\right)^2 \cdot \frac{\left(1 - \frac{m_\tau^2}{m_F^2}\right)^2}{\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_F^2}\right)^2} \simeq 17$ $\cos^2\theta$-val megy

($m_F \to m_D$)

$\frac{\Gamma(D \to \tau\nu_\tau)}{\Gamma(D \to \mu\nu_\mu)} = \left(\frac{m_\tau}{m_\mu}\right)^2 \frac{\left(1 - \frac{m_\tau^2}{m_D^2}\right)^2}{\left(1 - \frac{m_\tau^2}{m_D^2}\right)^2} \simeq 2.5$ $\sin^2\theta$-val

---

bottom kvark: $pp \to \underbrace{e^+e^-}_{\text{csúcs}} X$ $\qquad R = \frac{\sigma(e^+e^- \to \text{hadron})}{\sigma(e^+e^- \to \mu^+\mu^-)}$ -ban csúcs ~~csúcs~~

Υ $\quad m_\Upsilon = 9.46$ GeV $\qquad \Gamma_\Upsilon = 44.3$ keV ! nagyon alacsony szélesség

($b\bar{b}$) kötött állapot $\quad m_b \simeq 4.5$ GeV

↓ mert:

$|Q_b| = \frac{1}{3}$

$Q_b = -\frac{1}{3}$

leptonok + kvarkok 3 CSALÁD-ra:

0	ν_e	ν_μ	ν_τ
−1	e	μ	τ
$+\frac{2}{3}$	u	c	t
$-\frac{1}{3}$	d	s	b

SW modell: gyenge izospin kvantumszámmal ezt kell reprodukálni

i) Hány ilyen család van?

ii) Ha N db család van, akkor a gyenge tiltott hadronáram szerkezete hogyan változik?

i) ~~tf~~: könnyű neutrínók számát:

kozmológia: $N = 3,4$

LEP: $N = 3$

ii) ($\to$ KM mátrix)

u c : $J^+_\alpha = (\bar u\ \bar c)\,\theta_\alpha \begin{pmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$ (GIM)

α_L^i : $\frac{2}{3}$ töltésű kvarkok $\quad i = 1,2 \quad \alpha^1 = u,\ \alpha^2 = c$

β^i : $-\frac{1}{3}$ töltésű kvarkok $\quad i = 1,2$

(kalkeczes mezők)

$$\boxed{J^+_\alpha = \sum_{i,j} \bar\alpha_L^{\,i}\, U_{ij}\, \beta_L^{\,j}} \qquad U = \begin{pmatrix} U_{ud} & U_{us} \\ U_{cd} & U_{cs} \end{pmatrix}$$

↑ cabibbo-elmélet + kísérlet

ha n család van:

$$J^+_\alpha = \sum_{i,j=1}^{N} \bar\alpha_L^{\,i}\, \gamma_\alpha\, U_{ij}\, \beta_L^{\,j}$$

U_{ij} $N\times N$ mátrix
- tulajdonságai ?
- hány fizikai paramétere van ?

ℓ: U $N\times N$ unitér mátrix $\leftarrow$ SW-ben megmutatjuk

$U^\dagger U = \mathbb{1}$

U $N\times N$ komplex mátrix: $2N^2$ valós param.

unitaritás ↓

N^2 valós param.

(nem mind fizikai!)

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu} - \sum_k \bar q_k \left(i\gamma_\mu D^\mu + m_k\right) q_k$$

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\lambda^a}{2} A^a_\mu$$

$$\sum_k = \sum_{\alpha_i} + \sum_{\beta_i}$$

ha $\forall m_k$ különböző, akkor is $\mathcal{L}$ invariáns

$q_k \to e^{i\delta_k} q_k$ + ra (fázis választás)

szimmetria

$U = \begin{pmatrix} / & & & \\ & / & & \\ & & / & \\ & & & / \end{pmatrix}$ $\quad 2N-1$ db kvarkfázis forgatás (nem fizikai paraméter)

↓

$N^2 - (2N-1) = (N-1)^2$ fizikai param.

$\frac{1}{2}N(N-1)$ forgatás, $N_f = (N-1)^2 - \frac{1}{2}N(N-1) =$

$= \frac{1}{2}(N-1)(N-2)$

Cabibbo szög, fázis

$N = 2$: 1 db forgatás, 0 db fázis

↓

Cabibbo szög

$N = 3$: 3 db forgatás, 1 db $e^{i\delta}$-fázis ← természetes módon lehetőséget ad a CP sértés leírására!

$\theta_1, \theta_2, \theta_3$

KM mátrix : $(d, s, b) \to (z, y, x)$ koord.

θ_i : Euler szögek

$c_i = \cos\theta_i$

$s_i = \sin\theta_i$

θ_3 : z körüli
θ_1 : x körüli
θ_2 : y körüli
} forgatás

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & s_2 \\ 0 & -s_2 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 & s_1 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & s_3 \\ 0 & -s_3 & c_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & \end{pmatrix}$$

$e^{i\delta}$ fázis (innen nem lehet kitrf. - mi)

$$\begin{pmatrix} U_{cd} & U_{cs} & U_{cb} \\ U_{ca} & U_{cs} & U_{cb} \\ U_{ta} & U_{ts} & U_{tb} \end{pmatrix}$$

unitaritás : $|U_{cd}|^2 + |U_{cs}|^2 + |U_{cb}|^2 = 1$

KM paraméterezés : $\theta_1 = \theta_{Cabibbo}$

$s_1 c_3 \sim \sin\theta_{Cabibbo} \Rightarrow \theta_3$ valószínűleg kicsi

ha $\forall \theta_i$ kicsi $c_i \sim 1$, s_i-ben lineáris

$$U \sim \begin{pmatrix} 1 & s_1 & 0 \\ -s_1 & 1 & s_3 + s_2 e^{i\delta} \\ 0 & s_2 + s_3 e^{i\delta} & -e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

→ dominánsan bomlási lánc : $t \to b \to c \to s$

Kísérletileg milyen korlát van U_{cb}-re :

$\frac{G_F}{G_\mu}$ - ből → $|U_{cd}| = 0.9731 \pm 0.0025$

nukleon, müon bomlásból → $|U_{cs}| = 0.219 \pm 0.03$

↓ unitaritás

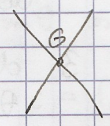
$|U_{cb}| = 0.06 \pm 0.06 \to |s_3| < 0.28$

⇓

θ_3 kicsi ✓

diam x áram elmélet korlátai és a közvetítő vektor bozonok

$\boxed{\nu_e e \to \nu_e e}$ reakciós hőrás



$\boxed{J=0}$ csatorna

nagy energiái: $\boxed{s \gg 4m_e^2}$

teljes hatáskeresztmetszet: $\sigma \sim G^2 \cdot s$

dim. analízis: $\left[\frac{1}{m^2}\right] \quad \left[\frac{1}{m^4}\right] \cdot [m^2]$

(ha csak töltött áramokkal számolunk: $\frac{G^2}{\pi} s$)

$\Rightarrow$ σ nő a tömegközépponti energiával
$\to$ vannak korlátai az elméletnek

valószínűség: $Gs \ll 1$, ha $Gs \sim 1$ módosítás kell!

$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{G^2}{\pi} \qquad 0 \geq t > -s$$

↳ izotróp ($\leftrightarrow$ $J=0$ csatorna)

$\boxed{\sigma \sim G^2 \cdot s}$ nagyenergiás viselkedése elfogadhatatlan

unitaritás $\leftrightarrow$ valószínűségi értelmezés

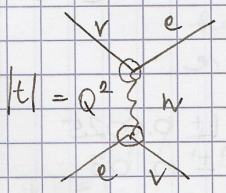
$$|\mathrm{Re}\, f|^2 \leq \mathrm{Im}\, f - |\mathrm{Im}\, f|^2 \xrightarrow{\max} \mathrm{Im}\, f = \frac{1}{2}$$

$$|\mathrm{Re}\, f| \leq \frac{1}{2}$$

$$\mathrm{Re}\, f = \frac{G}{\sqrt{2}} \frac{1}{4\pi}$$

$\to$ unitaritási korlát: $\sqrt{s_0} = \sqrt{\frac{\pi\sqrt{2}}{G}} \sim 600\,\mathrm{GeV}$

Ha van $W_\mu^\pm$ közvetítő bozon $\to$ megjavítja az unitaritási korlátot



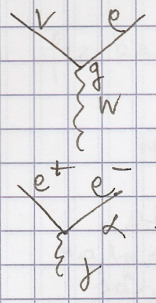
$$\frac{d\sigma}{d|t|} = \frac{m_W^4}{(m_W^2 + |t|)^2} \cdot \frac{G^2}{\pi}$$

$$\sigma = \int_0^s \frac{d\sigma}{d|t|}\, d|t| = \frac{G^2}{\pi} \frac{m_W^4 s}{m_W^2 (m_W^2 + s)}$$

$s \ll m_W^2$: $\frac{G^2 s}{\pi}$

$s \gg m_W^2$: $\frac{G^2}{\pi} m_W^2$

↑ új tömegskála
$\to$ megjavítja a nagy energiás viselkedést
$\to$ unitaritási korlát $\Rightarrow m_W$-re!



dim. analízis: g dimenziótlan → (lehet) renormálható csatolás

$$g\left(W_\alpha^+ \bar{e}\gamma^\alpha(1+\gamma_5)\nu_e + W_\alpha \bar{\nu}_e \gamma^\alpha(1+\gamma_5)e\right)$$

QED → dimenziótlan

γ : 0 tömegű $\Leftrightarrow$ $W_\alpha^\pm$ tömeges

γ e.m. áramhoz csatolódik $\Leftrightarrow$ $W_\alpha^\pm$ V−A áramhoz csatolódik

↓ megmaradó

$\bar{e}\gamma_\alpha\nu_e$ vektor

$\bar{e}\gamma_\alpha\gamma_5\nu_e$ axiál-vektor

↓ $m_e + m_{\nu_e}$, $m_e \neq 0$

+ nem maradnak meg

Tárgy: **tömeges vektorbozonok leírása és az áram megmaradása**

Proca féle Lagrange fv.

$V^\mu(x)$ vektormező, $\mathcal{L} = -\frac{1}{4}(\partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu)(\partial^\mu V^\nu - \partial^\nu V^\mu) + \frac{m^2}{2} V_\mu V^\mu =$

$= -\frac{1}{2}\partial_\mu V_\nu \partial^\mu V^\nu + \frac{1}{2}\partial_\nu V_\mu \partial^\mu V^\nu + \frac{m^2}{2} V_\mu V^\mu$

$V^\mu = (V^0, V^i)$

előjel fordítva ← → Klein-Gordon term

mozgásegyenlet: $(\Box + m^2)V^\nu - \partial^\nu \partial_\mu V^\mu = 0$ ha $m^2 \neq 0$

∂_ν ↓ $m^2 \partial_\nu V^\nu = 0 \Rightarrow \boxed{\partial_\nu V^\nu = 0}$

$\boxed{(\Box + m^2)V^\nu = 0}$

síkhullám megoldás: $V^\alpha(x) = \varepsilon^\alpha(p) e^{ipx}$ → → →

$\boxed{p^2 = m^2}$ tömeghéj

$\boxed{p_\alpha \varepsilon^\alpha(p) = 0}$ ortogonalitás

$p^\alpha = (E, \vec{p})$ $\quad p_\alpha \varepsilon^\alpha(p) = 0$

$\varepsilon_i{}^\alpha = (0, \vec{\varepsilon}_i)$ $\quad i = 1,2$ $\quad \vec{p}\vec{\varepsilon}_i = 0$ transzverzális polarizációs

$\varepsilon_e{}^\alpha = \frac{1}{m}(|\vec{p}|, E\vec{n})$ $\quad \vec{p} = |\vec{p}|\vec{n}$ longitudinális pol.

$(\varepsilon_e{}^\alpha \varepsilon_{2\alpha} = -1)$

$$\varepsilon_i^\alpha = \frac{p^\alpha}{m} + \delta^\alpha \qquad \delta^\alpha = \frac{m}{E+|\vec{p}|}(-1, \vec{n})$$

↑ nincs E-vel vagy $\vec{p}$-vel növő komponense

eddig: marad elmélet

$$\mathcal{L} \to -j_\mu V^\mu \qquad \text{csatolás}$$

$$(\Box + m^2) V^\nu - \partial^\nu \partial_\mu V^\mu = j^\nu$$

$$\partial_\mu V^\mu = \frac{\partial_\nu j^\nu}{m^2}$$

áram megmarad ↓ $\partial_\mu V^\mu = 0$

áram nem marad meg ↓ $\partial_\mu V^\mu = \frac{\partial_\nu j^\nu}{m^2}$

V^μ -t emittáló vetex impulzus térben: Γ^μ

- ha $\partial_\mu j^\mu = 0 \Rightarrow p_\mu \Gamma^\mu = 0$

$$V_\mu \Gamma^\mu = \sum_{i=1,2,\mu} \alpha_i \varepsilon_i^\mu(p) \Gamma_\mu = \sum_{i=1,2} \alpha_i \varepsilon_i^\mu(p) \Gamma_\mu + \alpha_2 \delta_\mu \Gamma^\mu$$

ilyenkor nincs E-vel, ↓ $\vec{p}$-vel növő tag

- ha $\partial_\mu j^\mu \neq 0 \Rightarrow p_\mu \Gamma^\mu \neq 0$ → megmarad az E-vel, $\vec{p}$-vel növő tag ↓ divergencia

$$D_{\mu\nu}(p) = \frac{-i}{p^2 - m^2}\left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{m^2}\right)$$

$\frac{p_\mu p_\nu}{m^2} \Gamma_\nu$ hurokban p-vel konstans járulék → hurokintegrál divergens

kiút: vektorbozon tömeg spontán szimm. sértés útján keletkezik

---

Spontán sértett mértékelméletek alapjai (Weinberg)

spontán sértés (rejtett szimmetria) ↓ nem látszik a spektrumon

kvantumelmélet alapállapota nem rendelkezik a dinamika összes szimmetriájával ↓ degeneráció (spektrumban)

fizikai példa: ferromágnesek viselkedése a Curie – hőm. körül

$\vec{M}$ mágnesezettség

$$u(\vec{M}) = (\partial_i \vec{M})^2 + \beta_1(T)(\vec{M})^2 + \beta_2(\vec{M}\cdot\vec{M})^2 + \dots$$

maradt energia sűrűség $\equiv 0$

$\beta_2 > 0$

$\beta_1(T) = \beta(T - T_c)$, $\beta > 0$

alapáll.: $\frac{\partial u}{\partial M_i} = 0 = M_i(\beta_1 + 2\beta_2 \vec{M}\cdot\vec{M})$

$T > T_c$: $M_i \equiv 0$ lok. minimum

$T < T_c$: $M_i \equiv 0$ lok. maximum.

$$|\vec{M}| = \left(-\frac{\beta_1}{2\beta_2}\right)^{1/2}$$

tetszőleges irányba mutat alapállapot végtelenszer degenerált forgatásoknak csak egy csoportja hagyja invariánsan ($\vec{M}$ irány körüli forgatások)

---

spontán szimm. sértés térelméleti leírása

$\phi^i(x)$ $\quad i = 1 \dots N$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi^i)^2 - u(\phi)$$

$(\partial_\mu \phi^i)^2 = (\partial_\mu \phi^i)(\partial^\mu \phi^i)$

megyzetes (tömeg) tagok $u(\phi)$-ben

G belső szimm. (folyt. Lie csop.):
ϕ^i-k N-dim. ~~ad~~ unitér ~~(irreducibilis)~~ ábrázolását adják

$\forall g \in G \quad \exists D(g)$ $N\times N$ mátrix:

$$\phi^i \longrightarrow D(g)^{ij}\phi^j(x) = \tilde{\phi}^i$$

$\mathcal{L}$-nek szimmetriája ($\Rightarrow$ G-belső szimm.)

rövid jelölés: $D(g)\phi \longrightarrow g\cdot\phi$

kell: $\boxed{u(g\cdot\phi) = u(\phi)}$

$$D(g)^{ij} = \exp\left[\varepsilon^a T^a\right]_{ij}$$

$a = 1 \dots \dim G$

ε^a valós paraméterek

T^a: antihermitikus $N\times N$ mátrixok

$[T^a, T^b] = f^{abc} T^c$ $\quad f^{abc}$ $G(\mathcal{G})$ struktúra állandói

f^{abc} ↓ teljesen antiszimm.

energia funkcionál:

$$E[\phi^i] = \int d^3x \left[\frac{1}{2} (\partial_0 \phi_i)^2 + \frac{1}{2} (\nabla \phi_i)^2 + U(\phi_i) \right] \geq 0$$

$\boxed{U(\phi) \geq 0}$ választás (konstans hozzáadásával mindig elérhető)

alapállapot $\Rightarrow$ $E[\phi_0^i(x)] \equiv 0$

ϕ_0^i konstans (deriválás miatt)

$\Rightarrow U(\phi_0^i) = 0$

G szimmetria miatt: ϕ_0^i alapállapot $\forall g \in G$

$g \cdot \phi_0^i$ is az

$\mathcal{M} = \{ \phi_0^i \mid U(\phi_0^i) = 0 \} \sim G \cdot \phi_0^i$ (az összes nullahely egy pályán van)

alapállapot szimmetriája

$H = \{ h \in G \mid h \phi_0^i = \phi_0^i \}$

részcsoport szimmetriacsoport (kis csoport / stabilitási csoport)

→ alapállapotot invariánsan hagyja

$\mathcal{M} \sim G/H$ halmaz

$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi^i)^2 - U(\phi)$ G szimmetrikus

$U(\phi) \geq 0$ ϕ_0 alapállapot, ha $E[\phi_0] \equiv 0$

ϕ_0 konstans, alapállapot szimmetriája

$H = \{ h \in G \mid h \phi_0 = \phi_0 \}$ alcsoport G-ben

vételes elfajulás

$\mathcal{M} = \{ \phi_0 \mid U(\phi_0) = 0 \} \sim G/H$

G szimmetria

nem sérül	teljesen sérül	sérül
$H = G$	$H = e$ (egységelem)	H valódi alcsoport

pl: $\phi_0 \equiv 0$

H, G Lie algebrái : $\mathcal{h}$ $\mathcal{h} \subset \mathcal{g}$

G : $\mathcal{g} \to (T^a)_{ij}$ $a = 1 \dots \dim G = n$, $i,j = 1 \dots N$ ↑ Φ dimenziója

$\mathcal{g} = \mathcal{h} \oplus \mathcal{m}$

- célunk úgy választani $(T^a)_{ij}$ - t

$(T^a)_{ij}$ $a = 1 \dots \dim H = n'$ H alcsoportot generálja

$(T^a)_{ij}$ $a = n'+1, \dots, n$ G/H generátorai

- H Φ_0 - t invariánsan hagyja $h \in H$

$h\Phi_0 = \Phi_0$ (maximális ilyen csoport) $h = (e^{\alpha_a T^a})_{ij}$ $a = 1 \dots n'$

$(T^a)_{ij}(\Phi_0)_j = 0$ $a = 1 \dots n'$

(eltüntetik a generátorok Φ_0 - t)

$(T^a)_{ij}(\Phi_0)_j \neq 0$ $a \in (n'+1, \dots, n)$

példák

(1) $G = SO(2)$ $(U(1))$ $\Phi_1(x)$, $\Phi_2(x)$ $\begin{pmatrix}\Phi_1' \\ \Phi_2'\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Phi_1 \\ \Phi_2\end{pmatrix}$

$\Phi_1^2 + \Phi_2^2 =$ invariáns $= (\Phi_1')^2 + (\Phi_2')^2$

$$\boxed{U(\Phi_1, \Phi_2) = \frac{\lambda}{4}(\Phi_1^2 + \Phi_2^2 - a^2)^2 \geq 0}$$

($\lambda > 0$, a valós invariáns, pozitív Φ^4 → renormálhatóság)

$$U = \underbrace{\frac{\lambda}{4}(\Phi_1^2 + \Phi_2^2)^2}_{\text{önkölcsönhatás (invariáns)}} - \underbrace{\frac{\lambda}{2}a^2(\Phi_1^2 + \Phi_2^2)}_{\text{tömegtag}} + \underbrace{\frac{\lambda a^4}{4}}_{\Rightarrow \text{alulról korlátosság}}$$

→ Z - ben a tömegtag fordított előjelű ! (Klein Gordon esethez képest)

$\mathcal{M} = \{\Phi_0 \mid (\Phi_0^1)^2 + (\Phi_0^2)^2 = a^2\} \sim S^1$ (ha $a \neq 0 \Rightarrow \Phi_0^{1,2} = 0$ minus a null helyek körött)

$\Phi_0 = \begin{pmatrix}0 \\ a\end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 \\ a\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0 \\ a\end{pmatrix} \Rightarrow \theta = 0 \Rightarrow H = e$

a szimmetria teljesen sérült