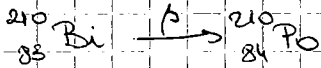
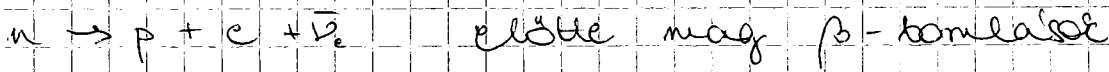


Történeti áttekintés és bevezető

① korai időszakt: β -bomlás + neutrínóhipotézis
(4 fermion csatolás)



energiaspektrum van: $E_{\beta}^{\min} \leq E_{\beta} \leq E_{\beta}^{\max}$ ②

ellentmond a léteztbomlásnak

Pauli: 3 részecske bomlás $\rightarrow$ lehetett egy semleges,
0 tömegű, részecske is $\rightarrow \bar{\nu}_e$ neutrínó
 $\frac{1}{2}$ spinű

Fermi (1934): QED analógiájára

n, p pontszerűek

$$\mathcal{L}_w = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^4x \bar{\psi} \gamma_{\mu} \psi \bar{e} \gamma^{\mu} \nu_e + \text{h.c.} \quad (\text{mért a részecske nevével jelöljük})$$

$e(x) \equiv \psi_e(x)$ elektront jelöl, pozitront felt

$$\bar{e}(x) \equiv \bar{\psi}_e(x) = \psi_e(x)^{\dagger} \gamma^0$$

γ_{μ} : Dirac mátrixok $\mu = 0, 1, 2, 3$

$$\psi_e(x) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} \left\{ e^{ipx} u_s(\vec{p}) b_s^{\dagger}(\vec{p}) + e^{-ipx} u_s(\vec{p}) a_s(\vec{p}) \right\}$$

$$a_s(\vec{p}) |0\rangle = 0 = b_s^{\dagger}(\vec{p}) |0\rangle$$

$$|e^+(\vec{p}, s)\rangle = b_s^{\dagger}(\vec{p}) |0\rangle$$

$$\{a(\vec{p}, s), a^{\dagger}(\vec{p}', s')\} = \delta_{ss'} (2\pi)^3 2p^0 \delta^{(3)}(\vec{p} - \vec{p}')$$

stb.

jósolja ~~antimateriát~~ $e^+ \leftarrow \bar{\nu}_e p$ folyamatot is

Fermi Lagrange-ban hadronáram és leptonáram
szorzata

csatolási állandó G_F dimenziós

$$d_4 = -\frac{3}{2} \quad d_6 + 4 + 4d_4 = 0 \Rightarrow d_6 = 2$$

$$[G_F] = [\hbar]^2 = [m]^{-2}$$

⇒ nem renormalizálható csatlakozás

$$G_F \sim 0,3 \cdot 10^{-5} (\text{GeV})^{-2} \quad \text{Fermi idején}$$

$$G_F \sim 1,1 \cdot 10^{-5} (\text{GeV})^{-2} \quad \text{ma (neutron ellettartamból)}$$

Reines (1953): $e^+n \leftarrow \bar{\nu}_e p$ inverz β -bomlás megfigyelése
~~atommagból~~ atommagból

Gamow (1936): mag β bomlások tanulmányozása

⇒ $\mathcal{L}^W$ módosítása

$\bar{e} M \nu_e$

$$M = 1, \gamma_\mu, \sigma_{\mu\nu}, \gamma_\mu \gamma_5, \gamma_5$$

$\gamma_5 = -i \gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3$
 $\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{4i} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$
 skalar, vektor, 2-indexes tenzor, axialvektor, pseudoskalar

$$\mathcal{L}^{\text{Gamow}} = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^4x \sum_{i=1}^5 \left\{ f_i \bar{n} M_i p \bar{e} M'_i \nu_e + g_i \bar{n} M_i p \bar{e} M'_i \gamma_5 \nu_e \right\} + \text{h.c.}$$

folytonos Lorentz-transzformációkkal szembeni invariancia miatt

$$M_i \otimes M'_i = 1 \otimes 1, \quad \gamma^\mu \otimes \gamma_\mu, \quad \sigma^{\mu\nu} \otimes \sigma_{\mu\nu}, \quad \gamma_5 \otimes \gamma_5, \quad \gamma^\mu \gamma_5 \otimes \gamma_\mu \gamma_5$$

időtükrözés invariancia: f_i, g_i valós

téltükrözés invariancia: $g_i = 0 \quad \forall i$

II Paritássejtés és a V-A elmélet

kísérlet: gyenge bomlásokban a paritás sérül
 50-es évek "θτ rejtély"

$$\left. \begin{array}{l} \theta \rightarrow \pi^+ \pi^0 \quad \text{pozitív paritás} \\ \tau \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 \quad \text{negatív paritás} \end{array} \right\} \begin{array}{l} m_\theta = m_\tau \\ \tau_\theta = \tau_\tau \end{array}$$

ellettartamból gyenge bomlás

Lee - Yang (1956): θ és τ ugyanaz K^+ , de a gyenge bomlásban a paritás sérül
 paritás "maximálisan" sérül

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu \quad \pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$$

μ^+ spinje antiparalel az impulzussal

μ^- " " " " " " " " " " " "

$$\mathcal{L}' = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\psi} \gamma^\mu (1 + \frac{g_A}{g_V} \gamma_5) \psi \bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e + h.c.$$

$$G_F = 1,14 \cdot 10^{-5} (\text{GeV})^{-2}$$

ez a V-A elmélet

$$\frac{g_A}{g_V} = 1,255 \pm 0,04$$

benne van a paritáskeresztelés

balkezes mező: $e_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)e$

$$\{\gamma_5, \gamma^\mu\} = 0$$

$$\gamma_\mu (1 + \gamma_5) = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5) \gamma^\mu (1 + \gamma_5)$$

$$\gamma_5^2 = 1$$

leptonáram: $j_\mu^e = 2 \bar{e}_L \gamma_\mu \nu_{eL}$ csak balkezest benne

$\Rightarrow \nu_{eL}$ csak $\rightarrow$ nem látjuk a jobbkézest

(neutrínó 0 tömegű)

balkezes: $\gamma_5 \psi_L = + \psi_L$

részecskére is $\rightarrow$ $\leftarrow$ spin $\Rightarrow$ jobbkézes
 $\rightarrow$ impulzus

tömegesre nem Lorentz-invariáns állítás

0 tömeg esetén a balkezes mező balkezes részecskéket és jobbkézes antirészecskéket ír le

$$u(\vec{p}) = \begin{pmatrix} \chi_s \\ \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \chi_s \end{pmatrix}$$

$$v(\vec{p}) = \begin{pmatrix} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \alpha_s \\ \alpha_s \end{pmatrix}$$

$$\gamma_5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \chi_s = -\chi_s$$

$$\alpha_s = \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \alpha_s$$

$$\leftarrow \bullet \gamma_5 \psi_L = + \psi_L$$

III) A gyenge kölcsönhatás univerzalitása és a Cabibbo elmélet

$\mu^\pm$ $\mu^- \rightarrow e \bar{\nu}_e \nu_\mu$ (1962) valóban 2 féle neutrínó

$$\mathcal{L} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \mu \bar{e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e + h.c.$$

elöttantam méréseiből: $G_\mu = (1,166 \pm \dots) \cdot 10^{-5} (\text{GeV})^{-2}$

$\frac{G_F}{G_\mu} = 0,98$ nagy pontossággal

G_F hadronok és leptonok közötti

G_μ csak leptonok közötti gyenge kölcsönhatás

"majdnem 1" magyarázata? $\rightarrow$ CVC (megmaradó vektóáram)

50-60 eV-ek új hadronok $\rightarrow$ kvantummodell

kvantumszintű gyenge kölcsönhatás

$$\mathcal{L} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u} \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) d \left\{ \bar{e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e + \bar{\mu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\mu \right\} + h.c.$$

rittaságörző, szemileptonok

kvantor árama is V-A

μ és e ugyanakkora

ritka részecskék bomlása? $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$

mivel nem 1 a 0.98?

a hadronáram és a leptonáram változtatja a töltést (együtt nem) $\rightarrow$ töltött áram

Cabibbo: $\rightarrow$ gyenge kölcsönhatásban részt vevő d kvark a katalizotó tömegű d és s kvark lineáris kombinációja $d \rightarrow [d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c]$ Cabibbo szög = θ_c
a d' Cabibbo forgatott kvark ugyanolyan erősen vesz részt a gyenge kölcsönhatásban, mint a leptonok

$$\mathcal{L}^{\text{Cabibbo}} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \bar{u} \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) [d \cos \theta_c + s \sin \theta_c] \left\{ \bar{e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e + \bar{\mu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\mu \right\} + h.c.$$

$$\hookrightarrow \frac{G_F}{G_\mu} = \cos \theta_c = 0.98$$

$\hookrightarrow$ megjósolja pl. $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ bomlást
mérésből $\sin \theta_c = 0.21$ } jó egyezés

IV) Semleges áramok felfedezése, W, Z bozonok és a Salam - Weinberg modell

1973. CERN $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$ rugalmas szórás l. k. z. m. e
ugyanakkora, mint $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$ hatáskeresztmetszete
 $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$

$$l_\alpha = \bar{e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e + \mu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\mu \quad \text{leptonáramból}$$

$-\frac{G_F}{\sqrt{2}} l_\alpha^\dagger l_\alpha$ Lagrange-fü. -ből legalacsonyabb rendben nem írja le $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$ szórást, de a többi igen

$\Rightarrow$ új típusú, semleges áram

hamarosan $\nu_\mu u \rightarrow \nu_\mu u$ folyamatot is érintett

semleges áramot meg kellett elméletileg jósolni a Salam - Weinberg modellben

1974. Novemberi forradalom: $\rightarrow$ c kvark $Q = \frac{2}{3}$

$$J_\alpha^h = \bar{u} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) d_\theta + \bar{e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) s_\theta \quad (\text{GIM})$$

$$\begin{pmatrix} d_\theta \\ s_\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

τ lepton, b kvark, (t kvark?)
 $Q = -\frac{1}{3}$ $Q = +\frac{2}{3}$ rejtett

u	c	t
d	s	b

kvarkok

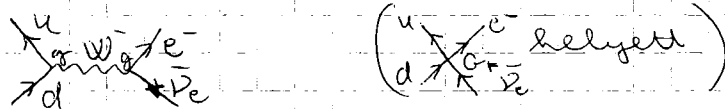
3x3 mátrix $R(\theta_c)$

CKM

Cabibbo - Kobayashi - Maskawa

Salam - Weinberg modell: gyenge és elektromágneses kölcsönhatás renormalizálható egyesítése

W, Z bozon
 4 dimenzióban



nemrelativisztikus limitben

$$V_m(r) = \frac{g^2}{4\pi r} e^{-m_W r} \xrightarrow{m_W \rightarrow \infty} \frac{g^2}{m_W^2} \delta^3(x) \Rightarrow G_F = \frac{g^2}{m_W^2}$$

egyesítés: $g^2 \sim 4\pi\alpha$ $m_W \sim \sqrt{\frac{4\pi\alpha}{G_F}} \sim 90 \text{ GeV}$

kísérlet: $m_W = 82,8 \text{ GeV}$

$m_Z = 92,6 \text{ GeV}$

A gyenge & h. megmaradó kvantumszámok és kiválasztási szabályai

① A geometriai eredetű megmaradó mennyiségek megmaradása fenn áll $\Rightarrow E, \vec{p}, \vec{J}$ (töltés)

Barionszám megmaradása

② CPT invariancia

$$|\bar{a}\rangle = CPT|a\rangle$$

$$\langle b|H|a\rangle^* = \langle \bar{b}|H|\bar{a}\rangle$$

stabil részecskére

$$m_{\text{részecske}} = m_{\text{antirészecske}}$$

bomló

$\rightarrow$

$$\tau_{\text{részecske}} = \tau_{\text{antirészecske}}$$

(nagy pontossággal igazolták)

③ Leptonszámörző $\rightarrow$ 3 db leptonszám

09.29.

	L_e	L_μ	L_τ
ν_e, e^-	+1	0	0
ν_μ, μ^-	0	+1	0
ν_τ, τ^-	0	0	+1
$\bar{\nu}_e, e^+$	-1	0	0
$\bar{\nu}_\mu, \mu^+$	0	-1	0
$\bar{\nu}_\tau, \tau^+$	0	0	-1

! $\sum L_e, \sum L_\mu, \sum L_\tau$ megmarad
• minden folyamatban

$\nu_\mu + \tau \not\rightarrow (\tau+1) + e^-$ nem létezik

$\nu_\mu + \tau \rightarrow (\tau+1) + \mu^-$ létezik

Helicitás méréseiből

$$n \not\rightarrow p e^- \nu_e$$

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

tiltott folyamatok:

$$\mu^\pm \not\rightarrow e^\pm \gamma$$

$$\mu^\pm \not\rightarrow e^+ e^- e^\pm$$

④ Bizonyos mennyiségek változnak a gyenge bomlásban, de erre vannak kiválasztási szabályok szemilepton és neutroleptonos bomlások hadronikus részecskére vonatkozóan

Δ veg - kezdet

1) $\Delta Q = \Delta S$ szabály (szemileptonos)

$$\left. \begin{array}{l} K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \bar{\nu}_l \\ \bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l \end{array} \right\} \text{teljesül}$$

$$\left. \begin{array}{l} K^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l \\ \bar{K}^0 \rightarrow \pi^- l^+ \bar{\nu}_l \end{array} \right\} \text{nem teljesül}$$

kisebbséggel $\Gamma(\text{nem megengedett}) < 0.04 \Gamma(\text{megengedett})$

egy felső korlát

$$\Sigma^- \rightarrow n l^- \bar{\nu}_l \quad \text{teljesül}$$

$$\Sigma^+ \rightarrow n l^+ \bar{\nu}_l \quad \text{nem teljesül} \quad \text{felső korlát} < \frac{1}{10}$$

2) $\Delta I = \frac{1}{2}$ szabály (szemileptonos és nemleptonos is)

ritkaságváltozó folyamatokban a $\Delta I = \frac{1}{2}$ a domináns folyamat, a $\Delta I = \frac{3}{2}$ el van nyomva

$$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0$$

$$K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$$

2π végállapot $\rightarrow$ teljesen szimmetrikus
 $\swarrow$
 térben szimmetrikus
 $\searrow$
 izospinben is szimmetrikus!

$$1 \otimes 1 = 0 \oplus 1 \oplus 2_s \Rightarrow 2\pi \text{ végállapot } I=0 \text{ v. } I=2 \text{ lehet}$$

$$\pi^+ \pi^0 \text{ csak } I=2 \text{-ben lehet, mert } I_3=1$$

$$\pi^+ \pi^- \text{ lehet } I=0 \text{-ben is, mert } I_3=0$$

$$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \text{ csak } \Delta I = \frac{3}{2} \text{-del mehet}$$

$$K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \text{ mehet } \Delta I = \frac{1}{2} \text{-del is} \Rightarrow \text{sokkal gyakoribb}$$

$$700\text{-szer nagyobb } K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0, \text{ mint } K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$$

3) $|\Delta S| \leq 1$ v. $|\Delta S| = 2$ elnyomása

pl: $K_L^0 - K_S^0$ tömegkülönbség $|\Delta S| = 2$ folyamat eredménye

$$10^{-6} - 10^{-7} \text{-szer kisebb, mint } |\Delta S| = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \Gamma(\Xi^- \rightarrow n \pi^-) \\ \Gamma(\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 \pi^-) \end{array} \right|_{\text{exp.}} < 10^{-3}$$

Az aram x aram Lagrange-függvény

$$\mathcal{L}^W = \mathcal{L}^{ch}(x) + \mathcal{L}^n(x)$$

$$\mathcal{L}^{ch}(x) = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{f}^{ch}(x) f_\alpha(x)$$

$$G = 1,16 \cdot 10^{-5} (\text{GeV})^2$$

$$\mathcal{L}^n(x) = g \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{f}^n(x) f_\alpha(x)$$

$$g = 1 \pm 0,03$$

$f_\alpha(x)$ elektromos töltést egyfel csillenti

$$f_\alpha(x) = l_\alpha(x) + H_\alpha(x)$$

leptonáram

hadronáram

$$l_\alpha = \bar{e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e + \bar{\mu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\mu + \bar{\tau} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_\tau$$

mindegyik lepton egyforma erősen vesz részt

$$H_\alpha = \bar{d}_\theta \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u + \bar{s}_\theta \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) c + \bar{b} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) t$$

↓

↓

6x2 nem káosz

Cabibbo forgatottak

ezért nem vettük bele a CKM mátrixot

V-A szerkezetű és a vektor- és axiálarám erőssége egyforma, csak balteres mezőt szerepelnek

a Cabibbo forgatás miatt H_α -ban van $\Delta S = 0$ és $\Delta S = \pm 1$ is, $\Delta C = 0$ és $\Delta C = \pm 1$ is

$f_\alpha^q(x) \rightarrow$ vannak jobb és balteres mezők

$\rightarrow$ vektor és axiálevktor áram erőssége eltérő

$\rightarrow$ diagonális ($\bar{u} u, \bar{\nu}_e \nu_e$ tagok)

$\mathcal{L}^W$ -t perturbációszámítás legalacsonyabb rendjében

Mion bomlás

$$\mu^-(p) \rightarrow e^-(k) \bar{\nu}_e(q_1) \nu_\mu(q_2)$$

1) bomlási amplitúdó²

2) életidő, spektrum

3) diszkussió

1) $H^{int} - t$ szendvicselajuk $\rightarrow S \rightarrow T \rightarrow M$

$$S = I + iT$$

$$T_{ji} = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_i - p_f) M_{ji}$$

exponenciális részből e^{ipx}

$$M = \bar{u}_\mu(q_2) \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) u_\mu(p) \bar{u}_e(k) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_e(q_1) \frac{G}{\sqrt{2}}$$

$$O^\alpha = O_L = \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \quad \hookrightarrow \quad \underbrace{\bar{u}_\mu O^\alpha}_T \quad \underbrace{\bar{u}_e O_\alpha}_T$$

$$|M|^2 = T_{(\mu)}^\alpha T_{(e)\alpha} (T_{(\mu)}^\beta)^\dagger (T_{(e)\beta})^\dagger$$

$$= T_{(\mu)}^\alpha T_{(\mu)}^{+\beta} T_{(e)\alpha} T_{(e)\beta}^+$$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_\mu O^\alpha \mu \bar{u}_e O_\alpha u_e$$

M^* -t Fierz transzformált M -ből számoljuk

$$M = -\frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_e O^\beta \mu \bar{u}_\mu O_\beta u_e$$

$$M^* = -\frac{G}{\sqrt{2}} \underbrace{u_e^\dagger O_\beta^\dagger}_{\gamma^0 \gamma^0} \gamma^0 \underbrace{u_\mu^\dagger O_\alpha^\dagger}_{\gamma^0 \gamma^0} \gamma^0 u = \quad ((\gamma^0)^2 = 1)$$

$$\gamma^0 O_\beta^\dagger \gamma^0 = O_\beta$$

$$= -\frac{G}{\sqrt{2}} \bar{u}_e O_\beta u_\mu \bar{u}_\mu O^\beta u_e$$

$$|M|^2 = MM^* = -\frac{G^2}{2} \bar{u}_\mu O^\alpha \mu \bar{u}_e O^\beta u_e \bar{u}_e O_\alpha u_e \bar{u}_\mu O_\beta u_\mu$$

planizálatlan módon bomlási vértű $\rightarrow$ atlagos állapotban összegezünk a spinekre

$|M|^2$ kezdő és végállapotbeli spinekre összegezzük $(\frac{1}{2})$

$u_s(p)$ explicit alarajból $(i, \epsilon$ bispinorindexek)

$$\sum_s u_s(p)_i \bar{u}_s(p)^\epsilon = (\not{p} + m)_i^\epsilon$$

$$\sum_s v_s(p)_i \bar{v}_s(p)^\epsilon = (\not{p} - m)_i^\epsilon$$

$$|M|^2 = -\frac{G^2}{2} \text{Tr}(\not{q}_2 O^\alpha (\not{p} + m_\mu) O_\beta (\not{k} + m_e) O_\alpha \not{q}_1 O^\beta)$$

$$O^\alpha O_\beta = \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \gamma_\beta (1 + \gamma_5) = \gamma^\alpha \gamma_\beta \underbrace{(1 - \gamma_5)(1 + \gamma_5)}_{1 - (\gamma_5)^2 = 0} \quad \gamma_5 \text{ antiszimmetrik}$$

$\Rightarrow$ a tömeggel arányos tagokat ki lehet dobni

$$(1+\gamma_5)^2 = 2(1+\gamma_5) \quad \text{Eikaszhalva}$$

$$|\overline{M^2}| = -\frac{G^2}{2} 8 \text{Tr} \left(\not{q}_2 \underbrace{\gamma^\alpha \not{p} \gamma_\beta \not{q}_1 \gamma^\beta}_{-2 \not{p} \not{q}_1} (1+\gamma_5) \right)$$

$$|\overline{M^2}| = G^2 8 \text{Tr} \left(\not{q}_2 \not{p} \not{q}_1 \gamma^\beta (1+\gamma_5) \right) = 32 G^2 (pq_1) \text{Tr} (\not{q}_2 \gamma^\beta (1+\gamma_5)) =$$

$$|\overline{M^2}| = 128 G^2 (pq_1) (\epsilon q_2)$$

2) bomlási valószínűség:

$d\Gamma = \frac{|\overline{M^2}|}{2 \cdot 2m_\mu} d\Phi$ átlagolás $\frac{1}{2m_\mu}$ bomló mién nyugalmi rendszer
relativisztikus normálissal
végállapot $\vec{\epsilon}$ körüli $d^3\vec{\epsilon}$, $\vec{q}_1$ $d^3\vec{q}_1$, $\vec{q}_2$ $d^3\vec{q}_2$ fáziscellában

$$d\Phi = (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p - \epsilon - q_1 - q_2) \frac{d^3\epsilon}{2E_\epsilon (2\pi)^3} \frac{d^3q_1}{2\omega_{q_1} (2\pi)^3} \frac{d^3q_2}{2\omega_{q_2} (2\pi)^3}$$

neutrínók fázistérfogatára fel kell összegezni, mert
azt nem detektáljuk

prototípus integrál

$$I_{\alpha\beta}(q) = \int \frac{d^3q_1}{\omega_1} \int \frac{d^3q_2}{\omega_2} (q_1)_\alpha (q_2)_\beta \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) \quad q = p - \epsilon$$

$$I_{\alpha\beta} = A \underbrace{(q^2 g_{\alpha\beta} + 2q_\alpha q_\beta)}_{\text{invariancia}} + B (q^2 g_{\alpha\beta} - 2q_\alpha q_\beta)$$

$$(q^2 g^{\alpha\beta} - 2q^\alpha q^\beta) I_{\alpha\beta} = B 4 (q^2)^2 =$$

$$= \int \frac{d^3q_1}{\omega_1} \frac{d^3q_2}{\omega_2} (q^2 (q_1 q_2) - 2(q q_1)(q q_2)) \delta^{(4)}(q_1 + q_2 - q) = 0$$

$$q^2 = (q_1 + q_2)^2 = q_1^2 + 2(q_1 q_2) + q_2^2 = 2(q_1 q_2) \quad \uparrow \quad \uparrow$$

0 tömegű neutrínók

$$(q q_1) = ((q_1 + q_2) q_1) = q_1^2 + q_2 q_1 = q_2 q_1 = q q_2$$

$$B = 0$$

$$(q^2 g^{\alpha\beta} + 2q^\alpha q^\beta) I_{\alpha\beta} = A 12 (q^2)^2 = q^4 \int \frac{d^3q_1}{\omega_1} \frac{d^3q_2}{\omega_2} \delta(q_1 + q_2 - q)$$

let neutrínó TKP rendszerében $q = (q_0, \vec{0})$

$$\int \frac{d^3q_1}{\omega_1} \frac{d^3q_2}{\omega_2} \delta(q_0 - \omega_1 - \omega_2) \delta^3(\vec{q}_1 + \vec{q}_2) = \int \frac{d^3q_1}{4\omega_1 \omega_2} \Big|_{\vec{q}_2 = -\vec{q}_1} \delta(q_0 - 2\omega_1) = *$$

$$w_i = \sqrt{\vec{q}_i^2} \quad i=1,2 \quad = |\vec{q}_i| = q_i$$

$$d^3 q_1 = q_1^2 dq_1 4\pi = \omega_1^2 d\omega_1 4\pi$$

$$* = \int \frac{d^3 q_1}{\omega_1^2} \delta(q_0 - 2\omega_1) = 4\pi \int_0^\infty d\omega_1 \frac{\omega_1^2}{\omega_1^2} \delta(q_0 - 2\omega_1) = 4\pi \frac{1}{2} = 2\pi$$

$$A = \frac{5\pi}{6}$$

$$\bar{I}_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{6} (q^2 g_{\alpha\beta} + 2q_\alpha q_\beta)$$

bomlási valószínűség elektron a $\vec{E}$ körűl $d^3\vec{E}$ -ban

$$d\Gamma = \frac{G^2}{2 \cdot 2m_\mu} 128 \frac{\pi}{6} p^\alpha k^\beta (q^2 g_{\alpha\beta} + 2q_\alpha q_\beta) \frac{d^3\vec{E}}{2E_\epsilon (2\pi)^3} (2\pi)^4 \frac{1}{2} \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{(2\pi)^3} =$$

$$= \frac{G^2}{48\pi^4 m_\mu} [q^2(p\epsilon) + 2(qp)(q\epsilon)] \frac{d^3\vec{E}}{E_\epsilon}$$

feltessük, hogy a müon bomláskor keletkező elektron ultrarelativistikus $E_\epsilon \gg m_e$

müon nyugalmi rendszerében számolunk

$$q^2 = (p - \epsilon)^2 = m_\mu^2 - 2m_\mu E + m_e^2 \quad \Leftarrow m_\mu \gg m_e$$

$$\approx m_\mu (m_\mu - 2E)$$

$$q\epsilon = (p - \epsilon)\epsilon = p\epsilon - m_e^2 = m_\mu E - m_e^2 \approx m_\mu E = p\epsilon$$

$$qp = m_\mu^2 - m_\mu E$$

$$d\Gamma = \frac{G^2}{48\pi^4 m_\mu} [Em_\mu^2 (m_\mu - 2E) + 2m_\mu E m_\mu (m_\mu - E)] \frac{d^3\vec{E}}{E} =$$

$$= \frac{G^2}{12\pi^3} m_\mu E^2 (3m_\mu - 4E) dE \quad d^3\vec{E} = \epsilon^2 d\epsilon 4\pi \approx E^2 dE 4\pi$$

$$\epsilon = \frac{E}{E_{\max}}$$

$$\textcircled{Rf} \quad E_{\max} = \frac{m_\mu}{2}$$

$$d\Gamma = \frac{G^2 m_\mu^5}{96\pi^3} \epsilon^2 (3 - 2\epsilon) d\epsilon$$



konzisztens $\rightarrow$ jó feltételrekereset
tettünk

teljes bomlási valószínűség

$$\int_0^1 d\Gamma \Rightarrow \boxed{\Gamma = \frac{G^2 m_\mu^5}{192 f^3}}$$

ebben van előrejelzés

3) diszkusszió:

- dimenzióanalízis $\Gamma \sim [E]^{-1} \sim [x]^{-1} \sim m$

G-ben legalacsonyabb rendben $[G] \sim [m]^{-2}$

↳ amplitúdó $\sim G \Rightarrow$ valószínűség $\sim G^2 \sim [m]^{-4}$

$$\Gamma \sim G^2 \times (\text{tömeg})^5$$

ultrarelativistikus elektron miatt az egyetlen tömegskála

a müontömeg $\Rightarrow \Gamma \sim G^2 m_\mu^5$

$\mathcal{O}\left(\frac{mc}{m_\mu}\right)$ jellegű korekció lehetne

- universalitás miatt $\tau^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu \nu_e$ $m_\tau \gg m_\mu \gg m_e$
 $\tau^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$

bomlásiát is kiszámoltuk a parciális valószínűséget

- ha lepton áram $\gamma_\alpha (1 + \lambda \gamma_5)$ alakú lenne

$$d\Gamma = \frac{\Gamma}{2} \left\{ 1 - \lambda^2 6(1-\epsilon) + 1 + \lambda^2 (3-2\epsilon) \right\} \epsilon^2 d\epsilon$$

$$|\lambda|_{\text{exp}} = 1 \pm \dots$$

↳ megfelelő Michel paraméter $\xi = \frac{3}{4}$

- polarizált müon bomlás

$\vec{\eta}$ müon spin iránya a nyugalmi rendszerben 10.06.
 $\vec{\eta}^2 = 1$

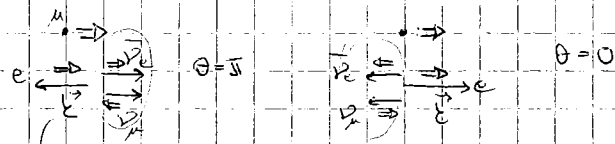
polarizációs vektor S^μ nyugalmi rendszerben $\begin{cases} S^0 = 0 \\ \vec{S} = \vec{\eta} \end{cases}$

$$\left. \begin{aligned} S_\mu P^\mu &= 0 \\ S_\mu S^\mu &= -1 \end{aligned} \right\} \text{ezeknek kell teljesülni}$$

ha müon impulzusa $\vec{p} \Rightarrow S^0 = \frac{\vec{\eta} \cdot \vec{p}}{m}$, $\vec{S} = \vec{\eta} + \vec{p} \frac{(\vec{\eta} \cdot \vec{p})}{m(E+m)}$

polarizált müon sűrűségmátrixa

$$u_s(p) \bar{u}_s(p)^\dagger = \frac{1}{2} (\not{p} + m) (1 - \gamma_5 \not{S})$$



neutrínókat összesen 0 spin-t visznek el
 ha megmarad az imp. mom. $\Rightarrow e^-$ viszi a μ spinjét
 balkezes e^- jobbkézes e^-
 ez a domináns komponens a gyenge kölcsönhatásban
 $\Rightarrow$ ez jött ki az eloszlásból is

- végállapotbeli elektron polarizációját is mérjük
 nyugalmi rendszerében $\vec{s}$ polarizáció $\Rightarrow S_z$
 $E_x \rightarrow k_x - m_e S_x$

végállapot eredmény:

$$d\Gamma = \Gamma \frac{1}{2} \left(1 - \int \vec{n} \right) \left[(3 - 2\varepsilon) + (\vec{n} \cdot \vec{n}) (1 - 2\varepsilon) \right] \varepsilon^2 d\varepsilon d\Omega$$

ez is mutatja a paritáscserét

$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \bar{\nu}_\mu$ esetén

$$d\Gamma = \Gamma \frac{1}{2} \left(1 + \int \vec{n} \right) \left[(3 - 2\varepsilon) + (\vec{n} \cdot \vec{n}) (1 - 2\varepsilon) \right] \varepsilon^2 d\varepsilon d\Omega$$

látszik, hogy a C tükrözés szimmetria

Landau: C és P sérül, de CP megmarad

Rittaságörző szemileptonos folyamatok (bomlások)

$$\pi^\pm \rightarrow l^\pm \nu_l \quad l = e, \mu$$

$$\pi^\pm \rightarrow \pi^0 e^\pm \nu_e \quad \text{töltött } \pi \quad \beta\text{-bomlás}$$

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e \quad \beta\text{-bomlás}$$

$$\Sigma \rightarrow \Lambda l \nu_l \quad \text{rittaság} = -1$$

μ -befogás $\mu p \rightarrow n \nu_\mu$

csak az u, d kvarkok vesznek részt benne

$$i \rightarrow f \bar{l} \bar{\nu}_l \rightarrow \text{végállapotú hadron}$$

$\hookrightarrow$ kezdeti hadron

f lehet a vákuum invariáns amplitúdó:

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta_c L^\alpha H_\alpha \rightarrow \text{hadron mátrixelem} \rightarrow ?$$

↓
lepton mátrixelem
expliciten ismert

perturbációs számítás legalacsonyabb rendjében

$$\langle f | \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^4x \bar{f}_\alpha(x) L^\alpha(x) f_\alpha(x) | i \rangle$$

↑ teljes ↑ teljes
végállapot kezdőállapot

$$\langle f | \otimes \langle l^- \bar{\nu}_e | \quad | i \rangle \otimes | 0 \rangle$$

$$\langle l^- \bar{\nu}_e | \bar{l}(x) O_\alpha \nu_e(x) | 0 \rangle = \dots = e^{i(p_e + p_\nu)x} \underbrace{\bar{u}_e(p_e) O_\alpha v_\nu(p_\nu)}_{L_\alpha}$$

$$\cos \theta_c \langle f | \bar{u}(x) O^\alpha d(x) | i \rangle = e^{i(p_f - p_i)x} \underbrace{\langle f | \bar{u} O_\alpha d(0) | i \rangle}_{H_\alpha}$$

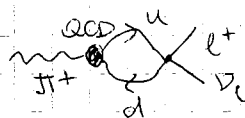
↑ hadron ↓ transz. ↑
 inv. hadron

$$e^{i\hat{p}_x} \bar{u}(0) O^\alpha d(0) e^{-i\hat{p}_x}$$

használjuk a Lorentz- és belső szimmetria szerkezetét

⇒ ismeretlen függvényeket bevezetünk → egyik folyamatban ismerjük, másikat már felhasználjuk

$$\pi^+(p) \rightarrow l^+(p_l) \nu(p_\nu)$$



$$H_\alpha = \langle 0 | \bar{d} O_\alpha u(0) | \pi^+(p) \rangle$$

$$= \underbrace{\langle 0 | \bar{d} \gamma_\alpha u(0) | \pi^+(p) \rangle}_{V_\alpha} + \underbrace{\langle 0 | \bar{d} \gamma_\alpha \gamma_5 u(0) | \pi^+(p) \rangle}_{A_\alpha}$$

pseudoskalár pion

V_α és A_α csak a p -től függ (pion spinje 0)

p -ből nem tudunk axiálevektort csinálni

$\langle 0 | V_\alpha | \pi^+(p) \rangle$ mátrixelem axiálevektor, de p -ből nem

lehet axiálevektort csinálni = 0

$$\langle 0 | A_\alpha | \pi^+(p) \rangle = p_\alpha f_\pi \underbrace{(p_\alpha p^\alpha)}_{m_\pi^2}$$

⇒ $\Rightarrow$ konstans f_π pion bomlasi áll. $[f_\pi] = [m]$

$$(F_{\pi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ néha})$$

$$H_{\alpha} = p_{\alpha} \int \pi$$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta_c \int \pi p^{\alpha} \bar{u}_v(p_v) \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) u_l(p_l)$$

$$\cancel{p} = \cancel{p_l} + \cancel{p_v} \quad \text{yes impulzus megmaradás}$$

$$\bar{u}_v(p_v + p_l)(1 + \gamma_5) u_l(p_l) \leftarrow \bar{u} p_v = 0 \quad \text{mozgásegyenlet } v\text{-re}$$

$$\uparrow (p_l + m) u_l = 0 \quad \text{mozg. egy. } l\text{-re}$$

$$\bar{u}_v(p_v)(1 - \gamma_5) p_l u_l(p_l) = m_l \bar{u}_v(p_v)(1 + \gamma_5) u_l$$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta_c \int \pi m_l \bar{u}_v (1 - \gamma_5) u_l$$

spintre összegzett, spinokat kiszámolva

$$|M|^2 = \frac{G^2}{2} \cos^2 \theta_c \int \pi m_l^2 \delta(p_l p_v)$$

pion nyugalmi rendszerében

$$(p_v, p_l) = (p_v, (p_{\pi} - p_v)) = (p_v, p_{\pi}) = m_{\pi} E_v$$

kéttest bomlás $\Rightarrow$ fix energia, nincs spectrum

$$E_v = \frac{m_{\pi}}{2} \left(1 - \frac{m_l^2}{m_{\pi}^2}\right) \quad \text{yes impulzusmegmaradásból és tömegfeltételekből}$$

teljes bomlási valószínűség

$$\Gamma = \frac{|M|^2}{2m_{\pi}} \Phi$$

normális, teljes fázisster

$$\Phi = \int \frac{d^3 p_l}{(2\pi)^3 2E_l} \int \frac{d^3 p_v}{(2\pi)^3 2E_v} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_l + p_v - p)$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{4} \int \frac{d^3 p_l d^3 p_v}{E_l E_v} \delta^{(4)}(p_l + p_v - p) = \delta(E_l + E_v - m_{\pi}) \delta^{(3)}(\vec{p}_l - \vec{p}_v)$$

pion nyugalmi rendszerben

$$d^3 p_v = E_v^2 dE_v d\Omega \quad \Phi = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{4} 4\pi \int \frac{E_v dE_v}{\sqrt{E_v^2 + m_l^2}} \delta(E_v + \sqrt{E_v^2 + m_l^2} - m_{\pi})$$

$$\Phi = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{4} 4\pi \int \frac{E_v dE_v}{\sqrt{E_v^2 + m_l^2}} \delta(E_v + \sqrt{E_v^2 + m_l^2} - m_{\pi})$$

$$y = E_v + \sqrt{E_v^2 + m_l^2}$$

$$E_v = \frac{1}{2y} (y^2 - m_l^2)$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi} \int \frac{dy}{2y^2} (y^2 - m_l^2) \delta(y - m_{\pi}) = \frac{1}{4\pi} \frac{1}{2} \left(1 - \frac{m_l^2}{m_{\pi}^2}\right)$$

$$\Gamma = \frac{G^2 m_e^2 \cos^2 \theta_c}{8\pi} f_\pi^2 m_\pi^2 \left(1 - \frac{m_e^2}{m_\pi^2}\right)^2$$

(I) f_π tömeg dimenziójú

(II) $G, \cos \theta_c$ - t ismerjük $\Rightarrow f_\pi = 130 \text{ MeV}$ mérhető

(III) f_π ugyanaz $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ bomlásra
 $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)} = \frac{m_e^2}{m_\mu^2} \frac{\left(1 - \frac{m_e^2}{m_\pi^2}\right)^2}{\left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2} = (1,24 \pm 0,03) \cdot 10^{-4}$$

tömeget behelyettesítéssel elméleti jóslat
 kísérletileg kintél értéket $(1,28 \pm) \cdot 10^{-4}$

$M \sim m_e$ 0 spinű π bomlik



$e^+ \rightarrow$ domináns komponense jobbkéz
 balkezesnek kell lenni ezért is
 G ehhez kell az m_e tömeg

polarizációs méréset:

leptonáram szerkezete $\gamma_\alpha (a + b\gamma_5)$

$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e$ bomlásban a végállapotban létező
 leptonnal a helicitása $\langle h_{e^+} \rangle = - \frac{2 \text{Re} a b^*}{|a|^2 + |b|^2} =$

$$= \begin{cases} -1 & V-A \\ 1 & V+A \\ 0 & V, A \end{cases} \quad \langle h_{e^+} \rangle_{\text{exp}} = -1,17 \pm 0,32$$

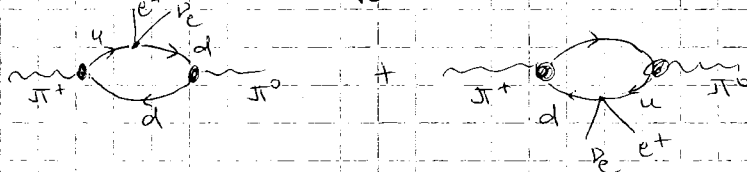
ezazja $\Leftarrow$

töltött pion β -bomlása

$$\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e$$

(p+) (0) (qe) (qv)

$$\pi^+ \sim (\bar{u}d) \quad \pi^0 \sim \frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u} + d\bar{d})$$



$$L_\alpha = \bar{u}_e(q_e) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e(q_\nu)$$

$$q_e + q_\nu + k_0 = p_+$$

yes imp
 megmaradás

$$H_\alpha = \langle \pi^0(k_0) | \bar{d} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u(0) | \pi^+(p_+) \rangle \rightarrow k_0, p_+ \text{ -től függ}$$

nem tudunk axiálvezt csinálni

$$= \langle \pi^0(k_0) | V_\alpha(0) | \pi^+(p_+) \rangle$$

$$p = p_+ + k_0, \quad q = p_+ - k_0 \quad \text{és vektorokra átelve}$$

$$\langle \pi^0(k_0) | V_\alpha(0) | \pi^+(p_+) \rangle = f_+(q) q_\alpha + f_-(q) p_\alpha$$

$$q^2 = m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2 = \text{állandó}$$

q^2 invarianstól függ f_- és f_+

$$q^2 + q^2 = p_+^2 - k_0^2 = q^2$$

$$m_e^2 \leq q^2$$

$$\pi^+ \text{ nyugalmi rendszerben } q^2 = m_{\pi^+}^2 + m_{\pi^0}^2 - 2m_{\pi^+} E_{\pi^0} \leq (m_{\pi^+} - m_{\pi^0})^2$$

$$E_{\pi^0} > m_{\pi^0}$$

$$\Delta m_\pi \approx 5 \text{ MeV}$$

$$m_\pi \sim 140 \text{ MeV}$$

$$q^2, m_e^2 \text{ és } (m_{\pi^+} - m_{\pi^0})^2 \text{ között mozoghat}$$

ez a tartomány kicsi az m_π^2 -hez képest

ha $f_+(q^2)$ és $f_-(q^2)$ sima $q^2=0$ körül, akkor a 0 helyen felvett értékekkel helyettesítjük őket, mert ez a q^2 tartomány az alacsony energia's QCD energiaskalájához képest kicsi

$$\langle \pi^0(k_0) | V_\alpha(0) | \pi^+(p_+) \rangle = f_+ p_\alpha + f_- q_\alpha$$

$$\text{CVC-ből } f_+ = f_+(0) = \sqrt{2}$$

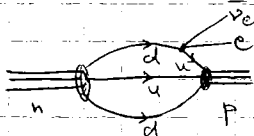
(megmaradó vektoralbram $\approx$ CVC)

$$f_- = f_-(0) = 0$$

β -bomlás

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

V_α, A_α is szerepelni fog a spinorokból



+ a W-boson cseréje

vektorként transzformálódó mátrixelem

$$\langle p(p_f) | \bar{u} Q_\alpha d(0) | n(p_n) \rangle = V_\alpha + A_\alpha$$

és impulzus megmaradás $q = p_n - p_f = p_e + p_\nu$

$$V_\alpha = \bar{u}_p \left\{ f_1(q^2) \gamma_\alpha + f_2(q^2) \sigma_{\alpha\beta} \frac{q_\beta}{2M_p} + f_3(q^2) \frac{q_\alpha}{2M_p} \right\} u_n$$

$$A_\alpha = \bar{u}_p \left\{ g_1(q^2) \gamma_\alpha \gamma_5 + g_2(q^2) \sigma_{\alpha\beta} \gamma_5 \frac{q_\beta}{2M_p} + g_3(q^2) \gamma_5 \frac{q_\alpha}{2M_p} \right\} u_n$$

$f_i(q^2)$ és $g_i(q^2)$ tetszőleges fű. el

$m_e^2 \leq q^2 \leq (M_n + M_p)^2$ a q^2 fizikai tartománya
 $\uparrow$ $\uparrow$
 0,5 MeV 2,5 MeV $\rightarrow$ hadronikus tömegeltérépest kicsi

① alát magyarázata:

$(p_n)_\alpha, (p_p)_\alpha$ négyesimpulzus

$\bar{u}_p, u_n$ spinorok

vektor cell $\bar{u}_p \Gamma_\alpha u_n$ $\Gamma_\alpha = \gamma_\alpha, (p_n)_\alpha, (p_p)_\alpha, \sigma_{\alpha\beta} (p_n)^\beta, \sigma_{\alpha\beta} (p_p)^\beta$

5 féle lehetne, de mozgásegyenlettel

$$(p_n + M_n) u_n = 0 \quad / \gamma^\alpha \rightarrow \quad \gamma^\alpha \gamma^\beta = g^{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \sigma^{\alpha\beta}$$

$$\bar{u}_p (p_p + M_p) = 0 \quad / \epsilon \gamma^\alpha$$

$\Rightarrow$ az 5 mennyiség között 2 reláció $\Rightarrow$ 3 lineárisan független

② $\frac{q^\alpha}{2M_p} \sim \frac{q^\beta}{M_p + M_n} \sim \frac{q^\beta}{2M_n}$ miért szerepelhet?

f_i és g_i egyforma dimenziójú legyen

$2M_p \sim (M_p + M_n) \sim 2M_n$ a karakterisztikus tömeg fizikai tömegskála

f_2, f_3, g_2, g_3 és számmal van szorozva

szerkesztés, hogy ezáltal a járulékat elhanyagoljuk

(ez csak, akkor jó, ha f -et és g -t egyforma nagyságrendűek)

③ q^2 tartomány kicsi $q^2 \leq M_p^2$ ~~$\frac{1}{2} (M_p^2 + M_n^2)$~~ (M_p^2, M_n^2)

$f_1(q^2) \sim f_1(0) = g_1$
 $g_1(q^2) \sim g_1(0) = g_A$ feltételezés, mert nem látunk kötött állapotot, tehát nincs pólus

$$\lambda = \frac{g_A}{g_V}$$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta \underbrace{g_V \bar{u}_p (1 + \gamma_5)}_{H_A} \underbrace{u_n \bar{u}_e (1 + \gamma_5)}_{L^A} \sigma_{12}$$

ugyanaz, ami Fermi-nél volt elemi proton és neutron között

ebből az elektron spektrum:

$$x = \frac{E_e}{m_e}$$

$$d\Gamma = (1 + 3|\lambda|^2) |g_V|^2 G^2 \cos^2 \theta \frac{1}{8\pi^3} m_e^5 (W_0 - x)^2 \sqrt{x^2 - 1} x dx$$

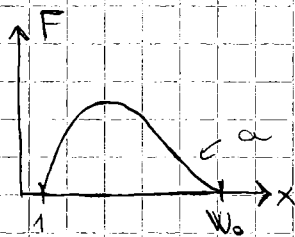
$$W_0 = \frac{M_n - M_p}{m_e} \approx 2,54$$

$$F(x, W_0)$$

Fermi-féle spektrum

polarizálatlan neutron

nyugalapothban spinekre összegeztünk



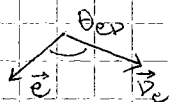
a lecsengés értéke a neutrino tömegre
($\Rightarrow$ korlátok)

további információk: • szögkorrelációs mérés

• polarizációs mérés

• nagy β - bomlások

Szögkorrelációs mérés: neutron nyugalami rendszerében



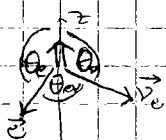
hármassimpulzusok szöge θ_e valószínűsége

$$\sim (1 - \beta_e \xi \cos \theta_e)$$

↑
elektron sebessége

$$\xi = \frac{|\lambda|^2 - 1}{1 + 3|\lambda|^2}$$

Polarizációs mérés: a bomló neutron polarizált



bomlási valószínűség, hogy éppen ekkora szöget

$$\sim (1 - \xi \beta_e \cos \theta_e - \frac{2\lambda(\lambda+1)}{1+3|\lambda|^2} \beta_e \cos \theta_e + \frac{2\lambda(\lambda+1)}{1+3|\lambda|^2} \cos \theta_e)$$

ez már érték a λ előjelére

Nagy β - bomlások: p, n nemrelativisztikusan mozog

a magban $\Rightarrow$ a spinorból csak a két "nagy"

komponens marad χ_p, χ_n

V mátrixelemek $\rightarrow \chi_p^\dagger \chi_n$ Fermi - átmenet $\langle 1 \rangle$

A " " $\rightarrow \chi_p^\dagger \vec{\sigma} \chi_n$ Gamow - Teller - átmenet $\langle \vec{\sigma} \rangle$
 $\downarrow$
 itt változik a spin

$N \rightarrow N'e\nu$ β - bomlás

dT - ban $1 + 3|\lambda|^2 \rightarrow \langle 1 \rangle^2 + |\lambda|^2 \langle \vec{\sigma} \rangle^2$

$$W_0 \rightarrow \frac{M_N - M_{N'}}{m_e}$$

polarizációs és correlációs méréseknél

$$\xi \rightarrow \frac{\frac{1}{2} \langle \vec{\sigma} \rangle^2 g_A^2 - g_V^2 \langle 1 \rangle^2}{g_V^2 \langle 1 \rangle^2 + g_A^2 \langle \vec{\sigma} \rangle^2}$$

- általános mágness $\langle \vec{\sigma} \rangle = 0 \rightarrow \lambda$ -től függetlenül mérhető $|g_V|^2 G^2 \cos^2 \theta$

$G^2 \cos^2 \theta$ -t máshonnan megmértük, és ha be-helyettesítjük, akkor $|g_V| \sim 1$ nagyon pontosan

- neutron élettartamából $|\lambda| = 1,255 \pm 0,06$

g_V és g_A hasonló nagyságrendűek a kísérletből

- λ előjelét polarizációs mérésekből

	$\lambda = 1,255$	$\lambda = -1,255$	ésszerűtlen
$\cos \theta_e$	-0,17	0,17	-0,11 $\pm$ 0,04
$\cos \theta_\nu$	0,99	-0,99	az együtthatók 0,88 $\pm$ 0,15

$\Rightarrow$ pozitív előjelű $\lambda = 1,255 \pm 0,06$

- Gamow - Teller $\langle 1 \rangle = 0 \quad \xi = \frac{1}{3}$

Fermi átmenet $\langle \vec{\sigma} \rangle = 0 \quad \xi = -1$

bomlás	jelleg	ξ kísérletből
$\text{He}^6 \xrightarrow{e^-} \text{Li}^6$	G-T	0,334 $\pm$ 0,03
$\text{Ar}^{35} \xrightarrow{e^+} \text{Cl}^{35}$	F	-0,97 $\pm$ 0,14

Megmaradó vektoráram hipotézis (CVC)

Ritkaságörző semileptonos folyamatok hadronáramaként
vektor része $\bar{u}\gamma_\alpha d$ v. $\bar{d}\gamma_\alpha u$

$\bar{u}\gamma_\alpha u - \bar{d}\gamma_\alpha d =$ hadronok elektromágneses áramának
izovektor része

izospin szimmetria van a háttérben $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} = q \quad I = \frac{1}{2}$ dublet

$$\bar{u}\gamma_\alpha d = \bar{q}\gamma_\alpha \tau^+ q = I_\alpha^+ \quad \tau^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\bar{d}\gamma_\alpha u = \bar{q}\gamma_\alpha \tau^- q = I_\alpha^- \quad \tau^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$I_\alpha^3 = \frac{1}{2} \bar{q}\gamma_\alpha \tau_3 q$$

$\tau^+, \tau^-, \frac{1}{2}\tau_3$ SU(2) algebrát alkot/generál

u, d kvantok elektromágneses kölcsönhatása

$$eA_\mu \left(\frac{2}{3} \bar{u}\gamma^\mu u - \frac{1}{3} \bar{d}\gamma^\mu d \right) =$$

$$= eA_\mu \left(\frac{1}{2} \bar{q}\gamma^\mu \tau_3 q + \frac{1}{6} \bar{q}\gamma^\mu q \right)$$

izovektor
rész

izoskalar
rész

I_α^+, I_α^3 3 db izospin áram

izospin szimmetria ($m_u = m_d$ QCD globális szimmetria)

$\Rightarrow I_\alpha^+, I_\alpha^3$ megmaradó áramok $\rightarrow$ generálják az izospin
transzformációt

$$Q^a = \int d^3x I_0^a \quad a = +, -, 3 \quad \text{megmaradó töltés}$$

$$x^a \text{ infinitzimális } [Q_a, \hat{\phi}] = \delta_a \hat{\phi}$$

$$[\partial^\mu I_\alpha^{\pm,3} = 0] \quad \text{operátoregyenlet}$$

$I_\alpha^{\pm,3} \quad Q^{\pm,3} \quad I=1$ -es ábrázolást alkotnak

hadronok közötti mátrixelemek között a Wigner -

(Eckhart tétel kapcsolatot létesít

izospin ábrázoláshoz tartoznak

$$\langle I I_3 | \bar{u}\gamma_\alpha d | I' I'_3 \rangle$$

$$\langle f | \bar{u}\gamma_\alpha d(x) | i \rangle = e^{i(p_f - p_i) \cdot x} \langle f | \bar{u}\gamma_\alpha d(0) | i \rangle$$

$$0 = \langle f | \partial^\mu \bar{u}\gamma_\alpha d(x) | i \rangle = e^{iq \cdot x} \underbrace{iq^\mu}_{q^\mu \gamma_\mu = 0} \langle f | \bar{u}\gamma_\alpha d(0) | i \rangle \quad \nabla_0$$

"a vektoráram mátrixeleme transverzális"

pontos

amikor a mátrixelemet ~~hisz~~ számoljuk, akkor $SU(2)$ egzakt szimmetria limesben vagyunk, és nem vesszük figyelembe az egy izomultiplétbe tartozó tömegkülönbséget, de ha fizikust szeret számolni, akkor a valódi fizikai tömeget használjuk!

$$V_\alpha = f_1(q^2) p_\alpha + f_2(q^2) q_\alpha \approx f_1(0) p_\alpha + f_2(0) q_\alpha \quad (\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e)$$

$$q^\alpha V_\alpha = f_1(0)(p \cdot q) + f_2(0) q^2 = 0$$

$$pq = (p_+ + k_0)(p_+ - k_0) = m_{\pi^+}^2 - m_{\pi^0}^2 \stackrel{!}{=} 0 \text{ most}$$

$$\Rightarrow f_2(0) = 0$$

$$u \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

$$0 = q^\alpha V_\alpha = \bar{u}_p \left\{ q^\alpha \gamma_\alpha f_1 + f_2 \overbrace{\sigma_{\alpha\beta}}^{\text{antiszim. spin}} \frac{q^\alpha q^\beta}{2M} + f_3 \frac{q^2}{2M} \right\} u_n$$

mögajelöléssel

$$\underbrace{f(M_n - M_p)}_0 \bar{u}_p u_n$$

$$\Rightarrow f_3 = 0$$

2. következmény

$$\int d^3x \underbrace{\bar{u}}_{u+d} \gamma_0 d = I^+$$

$$\int d^3x \underbrace{d \gamma_0 u}_{d+u} = I^-$$

$$\langle I, I_3+1 | \int d^3x \bar{u} \gamma_0 d | I, I_3 \rangle = \sqrt{I(I+1) - I_3(I_3+1)} \langle I, I_3+1 | I, I_3+1 \rangle$$

$$(\pi^- \rightarrow \pi^0 e^- \bar{\nu}_e)$$

Go Clebsch

$$\int d^3x e^{i(p_+ - p_-)x} f_1(0) (p_+ + k_0)_0$$

megfelelően normált állapotok esetén

$$\text{egy izomultiplétben belül} \quad f_1(0) = \sqrt{I(I+1) - I_3(I_3+1)}$$

$\bar{d} \gamma_\alpha u$ - ra is, ha I_3 mindig a kisebbet jelenti

$$\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e \quad \text{bomlásban} \quad I=1 \quad I_3=0 \quad f_1(0) = \sqrt{2} \quad (\sim \mathcal{O}(1))$$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta \sqrt{2} p^\alpha \bar{u}_\nu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu_e$$

$$\Delta = m_{\pi^+} - m_{\pi^0}$$

teljes bomlási valószínűség

$$\Gamma(\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e) = \frac{G^2 \Delta^5}{30\pi^3} \left\{ 1 - \frac{5m_e^2}{\Delta^2} - \frac{3}{2} \frac{\Delta}{m_\pi} \right\}$$

$\frac{m_e}{\Delta}$ -ban magasabb rendűket elhagyhat

$$\frac{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e)_{th}}{\Gamma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu)_{exp}} = (1,07 \pm 0,03) \cdot 10^{-8} \quad |_{exp} = (1,03 \pm 0,05) \cdot 10^{-8}$$

$n \rightarrow p e^+ \bar{\nu}_e$

$$0 = q^\alpha V_\alpha = \bar{u}_p \left\{ q^\alpha V_\alpha f_1 + f_2 \sigma_{\alpha\beta} \frac{q^\alpha q^\beta}{2M} + f_3 \frac{q^2}{2M} \right\} u_n$$

$$f_1(M_n - M_p) \approx \bar{u}_p u_n \Rightarrow f_3 = 0$$

$$f_1(0) = 1 \Leftrightarrow |g_V| = 1$$

$$I = \frac{1}{2} \quad I_3 = -\frac{1}{2}$$

$f_2(0)$ -t is meghatározzuk

$$\langle p | \vec{J}_\alpha^{em}(0) | p \rangle = g_\alpha + \frac{1,79}{2M_p} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta \leftarrow \text{anomális}$$

$$\langle n | \vec{J}_\alpha^{em}(0) | n \rangle = 0 - \frac{1,91}{2M_p} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta \leftarrow \text{mágneses momentum}$$

izovektor
 $p\bar{p} - n\bar{n}$

$$g_\alpha \frac{3,7}{2M_p} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta \triangleq f_2(0)$$

izoskalár
 $p\bar{p} + n\bar{n}$

$$g_\alpha - \frac{0,12}{2M_p} \sigma_{\alpha\beta} q^\beta$$

$$f_2(0) \sigma_{\alpha\beta} \frac{q^\beta}{2M_p} \rightarrow 3,7 \sigma_{\alpha\beta} \frac{q^\beta}{2M_p} \rightarrow \text{ez valóban kicsi}$$

magynál ez mérhetővé válik

CVC további bizonyításai:

$$\Sigma^\pm \rightarrow \Lambda e^\pm \nu_e$$

$$\Sigma^+ \sim (uus) \quad \Sigma^- \sim (dds) \quad \Lambda \sim \frac{(ud - du)s}{\sqrt{2}}$$

V_α A_α ugyanolyan alakú, mint β -bomlásban

$q^\alpha V_\alpha = 0$ töveterménye most más, mert különböző izomultiplé

$$\begin{matrix} \Sigma^\pm & \Sigma^0 \\ \Lambda & \Lambda \end{matrix} \quad \begin{matrix} I = 1 \\ I = 0 \end{matrix} \quad \text{ábrázolás}$$

$$(m_\Sigma - m_\Lambda) f_1(q^2) + q^2 f_3(q^2) = 0 \quad \forall q^2$$

és végtelenségig $f_1 = 0 = f_3$

ezért a vektoráram mátrixelemét f_2 dominálja

$$V_\alpha \sim f_2(0) \bar{u}_\Sigma \sigma_{\alpha\beta} \frac{q_\beta}{M_\Sigma + M_\Lambda} u_\Lambda$$

$f_2(0) \sim \frac{\mu_\Sigma}{e}$ anómális mágneses mom.

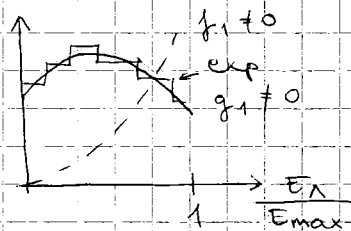
maga'segettel V_α mátrixeleme $\frac{M_\Sigma - M_\Lambda}{M_\Sigma} \Rightarrow$ kicsi lesz

A_α -t a $g_1(0)$ -s taggal írjuk le

ugyanaz $\Sigma^+ \rightarrow \Lambda e^+ \bar{\nu}_e$ a két bomlásban

$$\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e$$

$$\frac{\Gamma(\Sigma^+ \rightarrow \Lambda e^+ \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\Sigma^- \rightarrow \Lambda e^- \bar{\nu}_e)} = \left(\frac{M_{\Sigma^+} - M_\Lambda}{M_{\Sigma^-} - M_\Lambda} \right)^2 \sim 0,6 \quad (\text{ésszerűtlen jó})$$



ésszerűtlen is $f_1 = 0$ és $g_1 \neq 0$

axiál faktorok (mics vizsgálni)

$$\partial^\alpha A_\alpha^a = f_\pi m_\pi^2 \phi^a \quad \text{PCAC} \quad \leftarrow \text{pion mező}$$

$$g_1(0) = g_A = f_\pi \frac{1}{\sqrt{2}} g_{\pi NN} \frac{1}{M_p} \sim 1,3 \quad (\rightarrow 1,255 \text{ exp.}) \quad \text{jó jóslat}$$

K mezonok és hiperonok szemlelhető bomlásai

ritkaság változik

áram $\times$ áram $(\bar{u}s)(e\nu_e + \mu\nu_\mu)$ csatolás

K bomló kaon töltése $\hookrightarrow G \sin \theta$ lesz a folyamatokban
 $\uparrow$ K vegállapotú részecskéik száma
 lepton

$$K_{\mu 2}^+ : K^+ \rightarrow \mu^+ \bar{\nu}_\mu$$

$$K_{e 2}^+ : K^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e$$

$$K_{e 3}^+ : K^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \bar{\nu}_e$$

$$\Lambda \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

$$\Sigma^- \rightarrow n e^- \bar{\nu}_e$$

Evaluációs szabályok $|\Delta S| = 1$

$$\Delta S = \Delta Q$$

SU(3) és SU(2) általános tulajdonságok

10.20.

$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \sin \theta_c L_\alpha H^\alpha$ általános alakja a matrixelemnek

$$H_\alpha = \langle f | \bar{u} O_\alpha s | i \rangle$$
$$\bar{s} O_\alpha u$$

ez a két áram $\bar{u} O_\alpha s$, $\bar{s} O_\alpha u$ a ritkaságértő áramokkal

$\bar{u} O_\alpha d$, $\bar{d} O_\alpha u$ egy áramotett része

$$q_i = \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix} \text{ flavour SU(3)} \quad (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s}) = \bar{q}^i$$

3 ábr. 3 ábr.

$$\bar{3} \otimes 3 = 1 \oplus 8$$

áramotett $\bar{q}^i O_\alpha q_j - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{q}^m O_\alpha q_m$

↳ az előző 4 a töltött áramok

↳ semleges áramok: $\int$ izovektor áram $\frac{1}{\sqrt{2}} (\bar{u} O_\alpha u - \bar{d} O_\alpha d)$
izoskalar $\frac{1}{\sqrt{6}} (\bar{u} O_\alpha u + \bar{d} O_\alpha d - 2 \bar{s} O_\alpha s)$
em áramban

$\bar{d} O_\alpha s$ és $\bar{s} O_\alpha d \rightarrow$ ritkaságértő
semleges áram
↳ nem vesz részt a quenge kölcsön-
hatásban (sem em-ben)

SU(3) az erős kölcsönhatás szimmetriája, ha a
kvarktömeget megfigyelhet, quenge kölcsönhatás
nem SU(3) szimmetrikus

$|i\rangle$ és $|f\rangle$ is SU(3) ábrázolásához tartozó vektor

$\bar{u} O_\alpha d$, $\bar{u} O_\alpha s$ matrixelemek összerapcsoljuk

hiperonok és kaonok is egy-egy 8-as ábrázolásban

SU(2) $\bar{u} O_\alpha s$ s izoskalar u izodublett $I_3 = \frac{1}{2}$
 $\bar{u}$ $\bar{I}_3 = -\frac{1}{2}$
 $\Delta I = \frac{1}{2}$

K_{e2} bomlás $K^+ \rightarrow l^+ \nu_l$ ($l = e, \mu$)

olyan, mint a pion bomlás $SU(3)$ esetén

$$\langle 0 | \bar{S} \gamma_\alpha \gamma_5 u(0) | K^+(p) \rangle = f_K p_\alpha \text{ csak axiáláram (lásd pionbomlás)}$$

↑
azon bomlási állandó

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \sin \theta_c H^\alpha L_\alpha = \frac{G}{\sqrt{2}} \sin \theta_c f_K p^\alpha \bar{u}_\nu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) v_e$$

pion bomlásban $\cos \theta \rightarrow \sin \theta$, $f_\pi \rightarrow f_K$, $m_\pi \rightarrow m_K$

$$\Gamma = \frac{G^2}{8\pi} f_K^2 \sin^2 \theta_c m_K m_l^2 \left(1 - \frac{m_l^2}{m_K^2}\right)^2$$

ugyanígy műnra szeret bomlani

G és $\sin \theta_c$ behelyettesítésével

$$\boxed{\frac{f_K}{f_\pi} \approx 1,27}$$

ennyire pontos az $SU(3)$ (30%)

K_{e3} bomlás

$$K^0 \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l$$

$$K^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu_l$$

$$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} 1$$

$$-\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} -1$$

$$I \quad \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} 1$$

$$I_3 \quad \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} 0$$

$$\Delta I = \frac{1}{2}$$

$$\langle \pi^-(p_\pi) | \bar{S} \gamma_\alpha u(0) | K^0(p_K) \rangle = K^0 \sim (\bar{S}d)$$

$$= \langle \pi^- | \bar{S} \gamma_\alpha u(0) | K^0 \rangle = *$$

terelőszertezet szempontjából, olyan, mint a töltött

pion β -bomlása $\pi^+ \rightarrow \pi^0 l^+ \nu_l \Rightarrow$ csak vektoráram

$$p = p_K + p_\pi$$

$$q = p_K - p_\pi = p_l + p_\nu$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \Rightarrow * = f_+^0(q^2) p_\alpha + f_-^0(q^2) q_\alpha$$

← K töltése

$$\langle \pi^0(p_\pi) | \bar{S} \gamma_\alpha u(0) | K^+(p_K) \rangle = f_+^+(q^2) p_\alpha + f_-^+(q^2) q_\alpha$$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \sin \theta_c \left[f_+^a(q^2) p_\alpha + f_-^a(q^2) q_\alpha \right] \bar{u}_\nu \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) v_l \quad a = 0, +$$

margálegyenletet használva $f_-^a(q^2) m_l$ szorozódik

ha $l = e$, akkor m_e kicsi a többi tömeghez

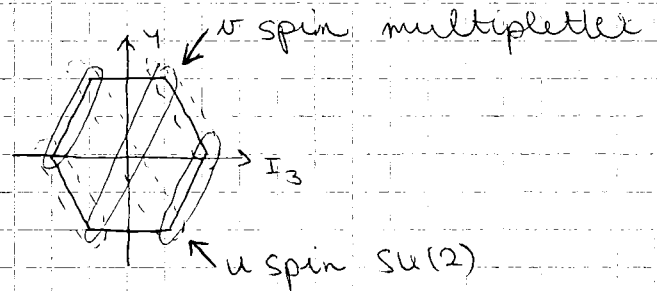
képest $\rightarrow$ elhanyagolható a tagot

$$q^2 \text{ tartomány kicsi} \quad f_+^a(q^2) \approx f_+^a(0)$$

ezt konstans maradt $f_+^0(0)$, $f_+^+(0)$

exakt $SU(3)$ lineszben
 izospin $SU(2)$
 u spin $SU(2)$
 v spin $SU(2)$

alcsopontok



$K^0 \pi^-$ v dublettben

$$f_+^0(0)$$

$$\sqrt{v(v+1) - v_3(v_3+1)}$$

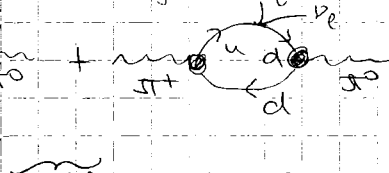
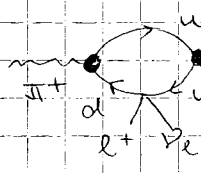
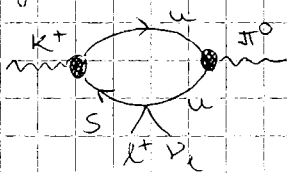
$$v = \frac{1}{2}$$

$$v_3 = -\frac{1}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f_+^0(0) = 1 \end{array} \right.$$

↑ kisebbet gondoltuk oda

$f_+^+(0)$ $SU_3(3)$ lineszben a kwark gráfot összehasonlításából



mindegyik diagram járulása egyforma, ha egyformán vannak normalizálva a hfo-er

$$\Rightarrow f_+^+(0) = \frac{1}{2} f_+^0(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\boxed{f_+^+(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}}$$

ezekben a számokban biztosabbak vagyunk, mint az elején említett 30%, mert csak izospin $SU(2)$ -t használva is ezeket a számokat kapjuk.

K_{e3} kísérletileg

$$f_+^a(q^2) = f_+^a(0) \left(1 + \lambda_+^a \frac{q^2}{m_K^2} \right)$$

$$\lambda_+^+ = \lambda_+^0 = 0,030$$

nem nagyon függ q^2 -től

$$\Gamma(K_{e3}) = \frac{G^2 \sin^2 \theta_c}{168 \pi^3} m_K^5 |f_+^+(0)|^2 [0,67 + 0,14 \lambda_+^+]$$

$\sin \theta_c$ mérése függetlenül $\cos \theta_c$ -től $\sin \theta_c = 0,21$

ami nagyon jó, mert $\cos \theta_c = 0,98$

K_{e4} bomlások

$$K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- l^+ \nu_l$$

p

$p_1 p_2$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \sin \theta_c L_\alpha (V^\alpha + A^\alpha)$$

$$V_\alpha = \frac{1}{4} \frac{1}{m_K^2} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p^\beta p_1^\gamma p_2^\delta$$

→ és tömeg miatt el-
hanggal
lepton össimpulzus

$$A_\alpha = f_1(p_1 + p)_\alpha + f_2(p_1 - p_2)_\alpha + f_3(p - p_1 - p_2)_\alpha$$

$$f_i = f_i(pp_1, pp_2, p_1 p_2) \quad 3 \text{ invariánstól függhet}$$

$i = 1, 2, 3, 4$

Hiperonok szemileptonos bomlásai:

Lorentz téridő szerkezet és belső flavour SU(3) szerkezet függetlenek

↳ ugyanolyan,
mint β -bomlásban

$$\langle B_2 | j(0) | B_1 \rangle$$

6 formfaktor

↑
barionok között

↳ mindegyikre külön-
külön igazak lesznek
az $SU_f(3)$ megfontolásait

$SU_f(3)$ szerkezet (lasmeléklet)

↳ 4 formfactort 3 paraméterrel θ_c, D, F le lehet írni

↳ D, F külön-külön lehet mind a 6 formfaktorhoz

$$\bar{u} f_2(q^2) \sigma_{\alpha\beta} \frac{q^\beta}{2M} u$$

ugyanígy, mint β -bomlásban a domináns $f_1(q^2), g_1(q^2)$

q^2 tartomány kicsi $\Rightarrow f_1(0) \gamma_\alpha$ és $g_1(0) \gamma_\alpha \gamma_5$ dominálnak
vektoráram axiálarám

$$D_V, F_V \rightarrow f_1(0)$$

$$D_A, F_A \rightarrow g_1(0)$$

$$\bar{q} \gamma_\alpha \frac{\lambda^i}{2} q = V_\alpha^i \quad i = 1, \dots, 8 \quad \text{vektoráram ott}$$

↳ $SU_f(3)$ esetén ezek megmaradnak

ezerhez tartozó töltései az $SU_f(3)$ szimmetriát generálják

V_α^i mátrixelem

$$\text{Ott} \rightarrow [Q^i, 0] = f^{ijk} 0^k$$

$$\Downarrow$$

$$F_V = 1 \quad D_V = 0 \quad (\text{míncs olyan, ami } d^{ijk} \text{-vel megy})$$

$\Sigma^+ \rightarrow \Lambda$ $\sqrt{\frac{2}{3}} D \cos \theta_c$ a vektor mátrixelem 0 $f_1(0) = 0$
különböző multipletben vannak (konzisztens)

β -bomlás $(D_V + F_V) \cos \theta_c = \cos \theta_c \leftrightarrow f_1(0) = 1$

CVC-ből ugyanezt kaptuk (konzisztens)

$D_A \rightarrow D$, $F_A \rightarrow F$ kísérletből határozható meg

$e^+ \nu_e$ bomlással, $F_V = 1$, $D_V = 0$

$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$ $(\gamma_\alpha + (D+F) \gamma_\alpha \gamma_5) \cos \theta_c$

$\Sigma \rightarrow \Lambda e \nu_e$ $\gamma_\alpha \gamma_5 \sqrt{\frac{2}{3}} D \cos \theta_c$

$\Lambda \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$ $(-\sqrt{\frac{1}{6}} (0+3) \gamma_\alpha - \sqrt{\frac{1}{6}} (D+3F) \gamma_\alpha \gamma_5) \sin \theta_c =$
 $= -\sqrt{\frac{3}{2}} (\gamma_\alpha + (F + \frac{1}{3} D) \gamma_\alpha \gamma_5) \sin \theta_c$

$\Sigma^- \rightarrow n e^- \bar{\nu}_e$ $-(\gamma_\alpha + (F-D) \gamma_\alpha \gamma_5) \sin \theta_c$

$D, F, \sin \theta_c$ ismeretleneket illesztjük

$$D \approx 0,8$$

$$F \approx 0,45$$

$$\sin \theta_c \approx 0,23 \rightarrow \text{független méréssel egyező}$$

$D+F = g_A$ β -bomlásban $1,255 \pm \dots \rightarrow$ jól kijött a független illesztésben

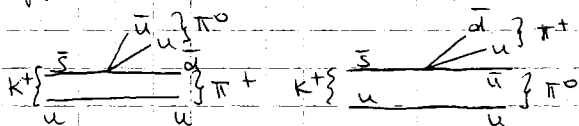
meggyőző konzisztencia van ! 🤖

Pittaságváltó nemleptonos bomlások

$K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$, $\Lambda \rightarrow N\pi$, $\Sigma \rightarrow N\pi$, $\Xi \rightarrow \Lambda\pi$, $\Omega \rightarrow \Lambda\Sigma$

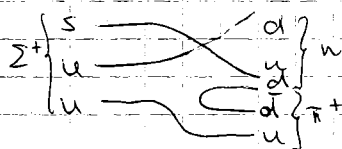
áram $\times$ áram $(\bar{u}s)(\bar{d}u)$ $(\bar{u}d)(\bar{s}u)$

effektíven $d \rightarrow s$, $s \rightarrow d$ átmenet



de néha "annihilációs gráf"

$\Sigma^+ \rightarrow n \pi^+$



virtuális QCD korrekciót sokkal nagyobbak, mint semi-leptonos bomlásoknál

QCD romelciór a $\Delta I = \frac{1}{2}$ és $\Delta I = \frac{3}{2}$ arányt az $\frac{1}{2}$ felé tolja el (de nem eléggel)

K mezonok nemleptonos bomlásai

töltött + semleges $K \rightarrow 2\pi, 3\pi$

izospin + CP invariancia

$K^0 \sim (\bar{s}d)$ $\bar{K}^0 \sim (s\bar{d})$ csak a ritkaság kvantum-szám különbözteti meg, de az nem marad meg

ezen nem CP sajátállapotok

$$K_1^0 = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \quad K_2^0 = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}}$$

$CP|K_1^0\rangle = |K_1^0\rangle$ $CP|K_2^0\rangle = -|K_2^0\rangle \leftarrow$ határozott életidő, tömeg

$\downarrow$ CP örző
 2π

$$\tau_1 \sim 10^{-10} \text{ s}$$

$\downarrow$ CP örző
 3π

$$\tau_2 \sim 10^{-8} \text{ s}$$

10.27

izospin kiválasztási szabályok:

$$K \rightarrow 2\pi \quad (K_1^0 \rightarrow 2\pi, K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0)$$

2π állapot $I = 2, 0$ lehet csak

$\vec{a} \quad \vec{b}$

$$I = 0 (\vec{a}\vec{b})$$

$$I = 1 (\vec{a} \times \vec{b}) \text{ antiszimmetrikus}$$

$$I = 2 (a_i b_i + b_i a_i - \text{szimmetrikus, spurális} - \frac{2}{3} \delta_{ij} (\vec{a}\vec{b}))$$

Pauli elv 2π teljesen szimmetrikus

K 0 spinű $\Rightarrow 2\pi$ $l = 0$ - ban $\Rightarrow$ belbéli rész szim.

$\Rightarrow I$ - ben is szim. $\Rightarrow I = 1$ nem lehet

$$- K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^- \quad K_1^0 \rightarrow \pi^0\pi^0 \quad \Delta I = \frac{1}{2} \text{ szabály miatt}$$

$\downarrow$ $\downarrow$
 $I=0,2$ $I=0,2$

a végállapot csak $I = 0$ - ban van

$$K^0 \quad I = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} \otimes \frac{1}{2} = 0 \oplus 1$$

$$\frac{1}{2} \otimes \frac{3}{2} = 1 \oplus 2$$

K_1^0 bomlásban 2π végállapot $I=0$ -ban

következmény $(\vec{a}\vec{b}) = a_+b_- + a_-b_+ + a_0b_0$

$$\frac{\Gamma(K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\Gamma(K_1^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)} = 2 \quad (\text{elméletből}) \quad 2,2 \quad (\text{kísérletből})$$

Há $\Delta I = \frac{1}{2}$ szabály igazolt, akkor $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ tiltott
 $I_3 = 1$

ez a bomlás csak $\Delta I = \frac{3}{2}$ -del mehet $I=0$ nem lehet
 csak $I=2$

megfigyelhető, csak ritka

Há van $\Delta I = \frac{1}{2}$ és $\Delta I = \frac{3}{2}$ is, akkor ~~ez~~ a 3 bomlás
 végállapot lehet $I=0, I=2$ is

A_0 A_2 amplitúdók (pozitív, valós)
 $e^{i\delta_0}$ $e^{i\delta_2}$ fázisok

$$M(K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = \sqrt{\frac{2}{3}} A_0 e^{i\delta_0} + \sqrt{\frac{1}{3}} A_2 e^{i\delta_2} \quad M(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0) = \sqrt{\frac{3}{4}} A_2 e^{i\delta_2}$$

$$M(K_1^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) = \sqrt{\frac{1}{3}} A_0 e^{i\delta_0} + \sqrt{\frac{2}{3}} A_2 e^{i\delta_2}$$

$$\frac{\Delta I = 3/2}{\Delta I = 1/2} \sim \frac{A_2}{A_0} \quad \text{ebből lehet látni mennyire van elnyomva}$$

$$\frac{\Gamma(K_1^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\Gamma(K_1^0 \rightarrow \pi^0\pi^0)} = \frac{V_+}{V_0} \left[2 + 652 \frac{A_2}{A_0} \cos(\delta_2 - \delta_0) \right]$$

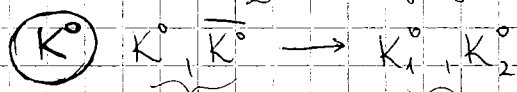
fáziseltérleg aránya = 0,986

$$\frac{\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0)}{\Gamma(K_1^0 \rightarrow 2\pi)} = \frac{3}{4} \left(\frac{A_2}{A_0} \right)^2$$

$\delta_2 - \delta_0 = 53^\circ 36'$ ismert (s-hullámmű számából mérhető)

$$\left(\frac{A_2}{A_0} \right)^2 \sim 0,04 - 0,06$$

$\Delta I = \frac{3}{2}$ lényegesen gyengébb, de van a méréseiben



így feltűnik ezek bomlásak határozott elektromos-
 mal és határozott tömegűk van

$$\Delta m_K = |m_2 - m_1| = 3,5 \cdot 10^{-12} \text{ MeV}$$

naogyon kicsi ∇

Δm_K - ban egy $\Delta S = 2$ átmenet

$H = \text{Hamiltoni}$

$$m_2 = \langle K_2^0 | H | K_2^0 \rangle$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$m_1 = \langle K_1^0 | H | K_1^0 \rangle$$

$$|K_1^0\rangle = \frac{|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$m_2 - m_1 = \Delta m_K = \langle K_2^0 | H | K_2^0 \rangle + \langle K_1^0 | H | K_1^0 \rangle$$

valóban $\Delta S = 2$ átmenet

áram $\times$ áram Lagrange p.-ben ilyen tag nincs

$\Rightarrow$ magasabb rendben kell használni

1) effektív $\Delta S = 2$ Lagrange - p.-t vezetünk be az adatokból

2) hogyan lehet elméletileg magasabb rendben repro-
ducálni?

$$\mathcal{L}^{\Delta S=2} = G_2 (\bar{d} \gamma_\mu s \bar{d} \gamma^\mu s + \bar{s} \gamma_\mu d \bar{s} \gamma^\mu d)$$

$$[G_2] = [m]^{-2} \quad G_F \text{ - fel hasonlíthatjuk össze}$$

$$\Delta m = G_2 \langle K^0 | \bar{d} \gamma_\mu s \bar{d} \gamma^\mu s | K^0 \rangle + \dots$$

keratunk teljes rendszert

$$|0\rangle \langle 0| + \dots$$

$$\langle K^0 | \bar{d} \gamma_\mu s | 0 \rangle \langle 0 | \bar{d} \gamma^\mu s | K^0 \rangle + \dots$$

$$\Delta m = G_2 f_K^2 m_K \quad \text{vákuumsaturációs feltételezés} \rightarrow a$$

magasabb rendű tagok elhanyagolható



$$G_2 \sim 10^{-7} G_F$$

GIM mechanizmus és a charmed részecskék

GIM = Glashow, Iliopoulos, Maiani

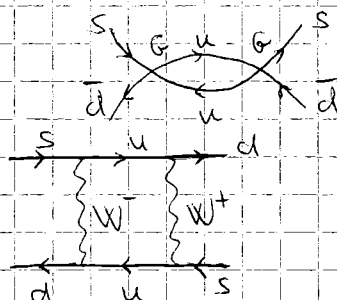
$d \leftrightarrow s$ átmenet

Lagrangian

u, d - ből kell

kvadratikusan divergens

fermion hurok



$G^2 \Lambda^2 \rightarrow \Lambda$ levalgás $\rightarrow$ új fizika $\Lambda \sim M_W$

$$G_2 \sim G^2 M_W^2$$

$$M_W^2 \sim \frac{4\pi\alpha}{G}$$

$G_2 \sim 4\pi\alpha G$ túl nagy együttható!

GIM: $\rightarrow$ van újabb $\frac{2}{3}$ töltésű kvark $\rightarrow c$

$\rightarrow$ töltött hadronáram $\begin{pmatrix} u' \\ d' \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c' \\ s' \end{pmatrix}_L$

$$d' = d \cos \theta + s \sin \theta \quad \text{ismert}$$

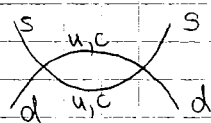
$$s' = -d \sin \theta + s \cos \theta \quad \text{új}$$

$$\mathcal{J}_\alpha^h = \bar{u} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) d' + \bar{c} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) s'$$

ismert tag új tag

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \cos \theta & \sin \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

nincs ennyi új paraméterrel,
csatolások



u mellett c is lehet

$$uu, cc \quad \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$uc, cu \quad -\sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$\left. \begin{array}{l} 4 \text{ gráf járuléka } 0, \\ \text{ha } q^2 \geq m_c^2 \end{array} \right\}$

(a 4 gráf járuléka összesen konvergens)

G_2 nem nulla és impulzusok tartományából

$$G_2 = \frac{G^2}{16\pi^2} (m_c - m_u)^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta \approx \frac{G^2}{16\pi^2} m_c^2 \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$\uparrow$ $m_c \gg m_u$

elméletből $m_c \sim 1,5 \text{ GeV}$

charmed részecskék c v. $\bar{c}$ - t tartalmaznak

$$1974. \quad e^+e^- \rightarrow \mathcal{J}/\psi \rightarrow \text{hadron}$$

$$pp \rightarrow \mathcal{J}/\psi + X$$

$\hookrightarrow e^+e^-$

$$m_{\mathcal{J}/\psi} = 3096 \text{ MeV}$$

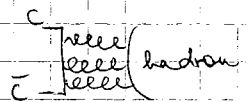
$$\Gamma_{\mathcal{J}/\psi} = 63 \text{ keV} \quad ! \text{ nagyon keskeny}$$

$\mathcal{J}/\psi$ = $c\bar{c}$ kötött állapot, 1 spinű, negatív paritású
(s, p, d pályáknak megfelelő részecskéket is látják)

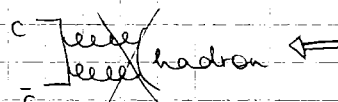
colour erők tartják össze $\rightarrow$ potenciál nem egy-
szerű Coulomb

$$\Gamma_{\text{J/}\psi} \sim \alpha_{\text{QCD}}^3 (m_{\text{J/}\psi})$$

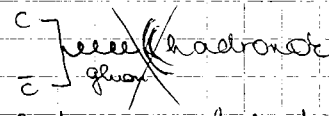
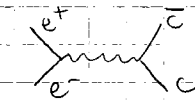
c keltési küszöb alatt van



3 gluon cell
 $\Rightarrow \alpha_{\text{QCD}}^3$ cell



ez a C paritás
miatt nem lehet



ezt nem lehet
1 gluonból nem lesz singlet

$\alpha_{\text{QCD}}(Q^2)$ fut

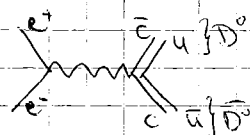
legkisebb tömegű charmed részecskét $J^P = 0^-$

$$D^+ \sim (c\bar{d}) \quad 1869 \text{ MeV} \quad 8 \cdot 10^{-13} \text{ s}$$

$$D^0 \sim (c\bar{u}) \quad 1864 \text{ MeV} \quad 3,6 \cdot 10^{-13} \text{ s}$$

$$F^+ \sim (c\bar{s}) \quad 1961 \text{ MeV} \quad 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ s}$$

J/ψ küszöb alatt $m_{\text{J/}\psi} < 2m_{D^0}$



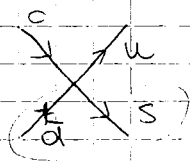
nem lehet $\Rightarrow$ annihilációval bontik
hadronokba J/ψ

charmed részecskék bomlásai:

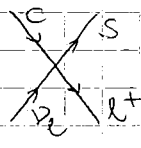
$$(\bar{s}c \cos\theta - \bar{d}c \sin\theta) \underbrace{(\bar{\nu}_e e + \bar{\nu}_\mu \mu)}_{\text{szemileptonos}} + \underbrace{(\bar{u}d \cos\theta + \bar{u}s \sin\theta)}_{\text{nemleptonos}} + h.c.$$

	transzformáció	erősség	kvantumszámok	példák
szemileptonos	$c \rightarrow s l^+ \nu_l$	$\cos^2 \theta$	$\Delta C = \Delta S$	$D \rightarrow \bar{K} l^+ \nu_l$
	$c \rightarrow d l^+ \nu_l$	$\sin^2 \theta$	$\Delta S = 0$	$F \rightarrow l^+ \nu_l$ $D \rightarrow l^+ \nu_l$ $F \rightarrow K l^+ \nu_l$
nem-leptonos	$c \rightarrow u s \bar{d}$	$\cos^4 \theta$	$\Delta S = \Delta C$	$D \rightarrow \bar{K} + \dots \pi$
	$c \rightarrow u d \bar{d}$	$\cos^2 \theta \sin^2 \theta$	$\Delta S = 0$	$F \rightarrow \eta + \pi$
	$c \rightarrow u s \bar{s}$			$D \rightarrow \dots \pi$
	$c \rightarrow u d \bar{s}$	$\sin^4 \theta$	$\Delta S = -\Delta C$	$F \rightarrow K + \pi$ $D \rightarrow K + \dots \pi$ $F \rightarrow K + K$

Becsles a nemleptonos és szemileptonos ~~transzformáció~~ bomlási arányára: $\cos\theta \approx 1$
 $\sin\theta \approx 0$ feltételezéssel



van a szinindexe összegzés



nincs

kisérletileg $m_c = 1,3 \text{ GeV}$

$m_c \gg m_u, m_s$

a több részecske tömege ≈ 0

$$\frac{\Gamma(c \rightarrow \text{nemleptonos})}{\Gamma(c \rightarrow \text{szemileptonos})} \sim 3$$

(QCD korrekciók nem lényegesek, de a nemleptonos felé tolják)

charmed részecskéket teltese neutrinnal

$$\nu_\mu + d \rightarrow c + \mu^- \quad \sin\theta\text{-val meggy (de target van)}$$

$$\begin{aligned} &\rightarrow s^+ \nu_\mu \\ &\quad s^+ \nu_e \end{aligned}$$

$$\nu_\mu N \rightarrow \mu^+ \mu^- X \text{ dileptonos események}$$

τ lepton, b kvark, flavour családok

τ lepton és ν_τ 1975. e^+e^- gyűrűben

$$m_\tau \sim 1780 \text{ MeV}$$

$$\tau_\tau \sim 3,4 \cdot 10^{-13} \text{ s}$$

$$m_{\nu_\tau} < 230 \text{ MeV} = 0$$

$\frac{1}{2}$ spinű sztereocionális ■ nehéz lepton

$$\mathcal{L}_\tau = \bar{\nu}_\tau \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \tau + \bar{\nu}_\mu \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \mu + \bar{\nu}_e \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) e \quad \begin{matrix} \text{tiszta} \\ V+A \end{matrix}$$

$1 \Rightarrow$ universalitás

van τ -leptonok is

τ bomláisai: $\nexists$ tartalmaz $\nu_\tau - l$

$$\hookrightarrow \text{leptonos bomlások} \quad \tau \rightarrow \nu_\tau l \nu_l \quad l = e, \mu$$

mikrobomlásokban $m_\mu \rightarrow m_e$

$$\Gamma(\tau \rightarrow \mu \nu_\tau \nu_\mu) = \Gamma(\tau \rightarrow e \nu_\tau \nu_e) = \frac{G_F^2 m_\tau^5}{192 \pi^3} \sim 6,2 \cdot 10^{11} \frac{1}{\text{s}}$$

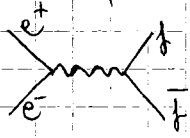
$\hookrightarrow$ hadronos bomlások (kinematikailag megengedett)

becslés $\tau \rightarrow \nu_\tau + \text{hadron}$

analógia: $R_{th} \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadron})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = 3 \sum_f Q_f^2 \left(1 + \frac{\alpha_s}{\pi} + \dots\right)$

$\sum_f$ = kinematikailag megengedett évszflavourok
vett összegzés

q évszflavort akkor veszünk figyelembe, ha $\sqrt{s} > 2m_q$



Q_f -t ellenőrizni lehet az $R(s)$ -ben
ugrást mérve

$\tau \rightarrow \nu_\tau + \text{hadron}$

$m_\tau < m_{D^0} \Rightarrow$ kinematikailag nem tud charmed részecskékre
bomlani

$(\bar{\nu}_\tau \tau)(u\bar{d})\cos\theta$ és $(\bar{\nu}_\tau \tau)(u\bar{s})\sin\theta$ -t kell figyelembe venni

$m_\tau \gg m_u, m_s, m_d, m_\mu, m_e \Rightarrow$ $\forall$ egyéb részecske tömege ϕ

$$\frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau + \text{hadron})}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \mu \nu_\mu)} = \frac{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau d \bar{u}) + \Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau s \bar{u})}{\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \mu \nu_\mu)} = 3$$

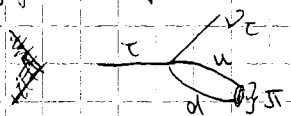
$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ fölül és szinösszegzés miatt

$\tau = \frac{1}{(3+1)\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \mu \nu_\mu)} \sim 3,2 \cdot 10^{-13} \text{ s} \Rightarrow$ konzisztens a
megfontolásaink

3 hadronos + 2 leptonos csatorna

a kísérlettel is

egyes explicit hadronikus csatornát $(\tau \rightarrow \nu_\tau + \pi)$



$\pi \rightarrow e \nu_e$ bomlásra hasonlít

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos\theta L_\alpha H^\alpha$$

$H^\alpha = \langle \pi(k) | \bar{u} \gamma^\alpha \gamma_5 d | 0 \rangle$ ismerjük a mátrixelemet
 $\int \pi k^\alpha$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos\theta k^\alpha \int \pi \bar{u}_{\nu_\tau} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) u_\tau$$

$$\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \pi) = \frac{G^2 \int \pi^2 \cos^2\theta m_\pi^3}{16\pi} \left(1 - \frac{m_\pi^2}{m_\tau^2}\right)^2 \sim 0,6 \cdot \Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \mu \nu_\mu)$$

kísérletileg jó

$(\tau \rightarrow \nu_\tau + K)$

$\int \pi, \cos\theta, m_\pi \rightarrow \int K, \sin\theta, m_K$

kísérletileg jó

$$\tau \rightarrow \nu_\tau \rho$$

ρ^+, ρ^0 vektormező (1 spinű) $I=1$ multiplett

$$m_\rho \approx 770 \text{ MeV}$$

$$M = \frac{G}{\sqrt{2}} \cos \theta L_\alpha H^\alpha$$

$$H^\alpha = \langle \rho(p) | \bar{u} \gamma^\alpha d(0) | 0 \rangle = \langle \rho(p) | \bar{u} \gamma^\alpha d(0) | 0 \rangle = g_\rho \epsilon^\alpha(p) + f p^\alpha$$

$\uparrow$ $\epsilon^\alpha(p)$ polarizációs vektor
 $\uparrow$ p^α izovektor áram
 $\uparrow$ konstansok

csat vektoráram matrixelem $\neq 0$

$\rightarrow \boxed{\epsilon^\alpha(p) p_\alpha = 0}$ megmarad

$$p^\alpha (g \epsilon_\alpha(p) + p_\alpha f) = 0 = m_\rho^2 f \Rightarrow f = 0$$

$$\epsilon^\alpha \epsilon^\beta = -g^{\alpha\beta} + \frac{p^\alpha p^\beta}{m_\rho^2}$$

$$\Gamma(\tau \rightarrow \nu_\tau \rho) = \frac{G^2}{16\pi} \left(\frac{g_\rho}{m_\rho} \right)^2 m_\tau^3 \cos^2 \theta$$