$\mathcal{L}_m = -(\bar{q}^u \bar{q}^d \bar{q}^s) \underline{\underline{M}} \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \\ q_s \end{pmatrix}$ tömegtag $= \bar{q} \underline{\underline{M}} q$

ennek megváltozása infinitezimális transzformációkra:

$$\delta \mathcal{L}_m = i \sum_{a=1}^{N_f^2-1} \left[-\delta\Theta_V^a \bar{q} [\underline{\underline{M}}, \tau^a] q - \delta\Theta_A^a \bar{q} \{\underline{\underline{M}}, \tau^a\} q \right]$$

$U(3)$ esetén $\tau^0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$

$U_V(1)$ mindig szimmetria

ha $m_i = m \Rightarrow SU_V(N_f)$ szimmetria

királis határeset $M = 0$ $U_V(N_f) \times U_A(N_f)$

klasszikusan $U_A(1)$ szimmetria, de kvantumos effektusok miatt a mértékbozon (gluon) rész megváltozik $\delta \mathcal{L}_{\substack{\text{mérték} \\ \text{bozon}}} = i N_f \delta\Theta_A^0 \frac{3g^2}{32\pi^2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \mathrm{Tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu})$

ennek integrálja egy topologikus állandó

$U_A(1)$ kvantumosan sérül

04.28.

Erős kölcsönhatás királis szimmetriája

$\mathcal{L}_{QCD}$ $(m_q = 0)$ globális

$\frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5) q(x) = q_{\substack{R \\ L}}(x) \longleftrightarrow U_L(N_f) \otimes U_R(N_f)$

$\Updownarrow$

$U_V(N_f) \otimes U_A(N_f)$

$m_q \neq 0$ esetén $U_V(1)$ $t^0 \sim \sqrt{\frac{2}{3}} \mathbb{1}$ marad meg

$\downarrow$

mindig szimm. $\Rightarrow$ barionszám

$m_q \neq 0$ de $m_q = m \; \forall q$ $\Rightarrow SU_V(N_f)$ is szimm.

$SU_A(N_f)$ expliciten sérül

$U_A(1)$ mértékdinamika sérti

közelítő szimmetria $m_q \ll \Lambda_{QCD}$

$N_f = 2$ esetén nagyon jó közelítés

$U_V(N_f) \otimes U_A(N_f)$ egzakt lenne $\Rightarrow$ paritásban kü-
lönböző, de azonos kvarkösszetételű (paritáspart-
nereket) azonos tömegűek

$u\bar{d}$, $\bar{u}d$, $u\bar{u} \pm d\bar{d}$

$$M_{\text{skalár}}(u\bar{d}) \cong M_{\text{pszeudoskalár}}(u\bar{d})$$

$$\underbrace{a^+, a^-, a^0}_{980\,\text{MeV}},\ \sigma \to 600-1200\,\text{MeV} \qquad \underbrace{\pi^+, \pi^-, \pi^0}_{\approx 140\,\text{MeV}},\ \eta \to \approx 500\,\text{MeV}$$

nagy különbség $\Rightarrow$

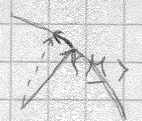
Nambu: spontán szimmetriasértés

rendparaméter $\to$ kondenzátum

$$\langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle \neq 0$$

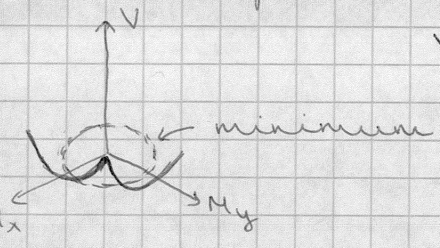
tömegtag $\mathcal{L}_m = -m\bar{q}q$

analógia: mágnesezettség



lecsökken a szimmetria $O(3) \to O(2)$

kis elmozduláshoz nincs szükség energiára



$V = \alpha|M|^2 + \beta|M|^4 \qquad \alpha < 0$

$|\underline{M}| = \text{áll}$

Goldstone-tétel: spontán szimmetriasértés esetén 0 energiájú gerjesztések $\to$ 0 tömegű

$m_q = m \Rightarrow U_V(N_f)$ szimmetria, de $U_A(N_f)$ nem

annyi $m = 0$ gerjesztési módus, ahány sértetlen generátor

pszeudoskalár $\pi, K, \eta \leftrightarrow$ Goldstone bozon lenne

van kvarktömeg $\Rightarrow$ nem 0 π, K, η tömege

$$M_{ps}^2 \sim m_q \langle \bar{q}q \rangle$$

Goldstone dinamika $\Rightarrow$ effektív elmélet

$$\Omega(x) = \sqrt{2}\sum_a t^a \left(\sigma_a(x) + i\pi_a(x)\right)$$

$$\Omega(x) \to e^{i\theta_R^a t^a}\,\Omega\, e^{-i\theta_L^a t^a} = U_R \Omega U_L^+$$

$$\delta\Omega \to i\theta_V^a [t^a, \Omega] + i\theta_A^a \{t^a, \Omega\}$$

írjuk fel az erre invariáns elméletet

$$\mathrm{Tr}\, t^a t^b = \frac{1}{2}\delta^{ab}, \quad \Omega^+ \to U_L \Omega^+ U_R^+$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(\partial_\mu\Omega\,\partial^\mu\Omega^+ - \mu^2\Omega^+\Omega\right) - f_1\left(\mathrm{Tr}(\Omega^+\Omega)\right)^2 - f_2\,\mathrm{Tr}(\Omega^+\Omega\Omega^+\Omega) - *$$

$\mathrm{Tr}\,\Omega^+\Omega$ invariáns.

$$= 2\sum_a\sum_b (\sigma_a - i\pi_a)(\sigma_b + i\pi_b)\underbrace{\mathrm{Tr}\, t^a t^b}_{\frac{1}{2}\delta^{ab}} =$$

$$= \sum_a (\sigma_a^2 + \pi_a^2)\,\frac{1}{2}$$

ugyanígy $\partial_\mu\sigma_a\partial^\mu\sigma_a + \partial_\mu\pi_a\partial^\mu\pi_a$ kinetikus tag

$SU_R(2) \otimes SU_L(2) \sim O(4)$ izomorf (f_2 tag elhagyható)

$U_R(3) \otimes U_L(3)$ ritka kivétellel

$U_A(3) \otimes U_V(3) \Rightarrow$

$SU_A(3) \times SU_V(3) \times U_V(1)$

$* - g\,(\det\Omega + \det\Omega^+) \to$ csak SU esetén

spontán szimmetriasértéshez $\mu^2 < 0$

$\sigma^a(x) \to \sigma^a(x) + v^0\delta^{a0}$ $\quad t^0 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ kondenzátum szimmetriasértés

$\pi^a(x) \to \pi^a(x)$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left\{\partial_\mu\sigma^a\partial^\mu\sigma^a + \partial_\mu\pi^a\partial^\mu\pi^a + |\mu^2|\left[\underbrace{(\sigma^a + v^0\delta^{a0})(\sigma^a + v^0\delta^{a0}) + (\pi^a)^2}_{(\sigma^a)^2 + (\pi^a)^2 + 2v^0\sigma^0 + (v^0)^2}\right]\right\} -$$

$$\underbrace{- f_1\left((\sigma_a)^2 + (\pi_a)^2 + 2v^a\sigma^0 + (v^0)^2\right)^2}$$

$$- f_1\left(((\sigma^a)^2 + (\pi^a))^2 + 4v^0\sigma^0((\sigma^a)^2 + (\pi^a)^2) + 2v_0^2((\sigma^a)^2 + (\pi^a)^2) + 4(v^0)^2(\sigma^0)^2 + (v^0)^4 + 4(v^0)^3\sigma^0\right)$$

$(\pi^a)^2$, $(\sigma^{a\neq 0})^2$ közös együtthatók : $\frac{1}{2}|\mu|^2 - 2f_1(v_0)^2$

$(\sigma^0)^2$ $\quad\quad \frac{1}{2}|\mu|^2 - 2f_1(v_0)^2 - 4f_1(v_0)^2$

minimumhelyet keresve az jön ki, hogy a

pionok tömege 0 (Goldstone-bozon)

$\sigma^{a\neq 0}$ a f_2 és g tagok miatt lesz tömeges

σ^0 a sértés irányú gerjesztés tömeges

σπN effektív elmélet

$a = 1,2,3$ izotriplett

$$\mathcal{L}_{\sigma\pi N} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \partial_\mu\pi^a\partial^\mu\pi^a\right) - \frac{\lambda}{2}\left(\sigma^2+(\pi^a)^2-v^2\right)^2 +$$

$$-\frac{\lambda}{2}\left[\left(\sigma^2+(\pi^a)^2\right)^2 - 2v^2\left(\sigma^2+(\pi^a)^2\right) + v^4\right]$$

$$+\bar\psi i\gamma_\mu\partial^\mu\psi - g\bar\psi\left(\sigma + i\tau^a\pi^a\gamma_5\right)\psi$$

$m_N = g v \quad \Leftarrow$ 4D-ben

$\mathcal{M} = \mathbb{1}\sigma - i\tau^a\pi^a \qquad (2\times 2)$

$$\mathcal{L}_{\sigma\pi N} = \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\left(\partial_\mu\mathcal{M}^\dagger\partial^\mu\mathcal{M}\right) - \frac{\lambda}{16}\left(\mathrm{Tr}(\mathcal{M}^\dagger\mathcal{M}) - 2v^2\right)^2 - \bar\psi_L i\partial\!\!\!/\psi_L +$$

$$+\bar\psi_R i\partial\!\!\!/\psi_R - g\left(\bar\psi_R\mathcal{M}\psi_L + \bar\psi_L\mathcal{M}^\dagger\psi_R\right)$$

lineáris σ-modell a neve

(Gell-Mann, Lévy)

$\mathcal{M} \to U_R\mathcal{M}U_L^{-1}$

a nehéz szabadsági fok kiküszöbölése (σ)

$$\mathcal{M} = (s+v)\,e^{i\tau^a\varphi^a/f} = (s+v)\left(\cos|\varphi^a| + i\tau^a n^a\sin|\varphi^a|\right) \qquad \left(|\varphi^a| = \sqrt{(\varphi^a)^2},\; n^a = \frac{\varphi^a}{|\varphi^a|}\right)$$

↑ dimenziótlanítás

$s \xrightarrow{G} s$

$\mathcal{U}(\varphi) \xrightarrow{G} U_R\,\mathcal{U}(\varphi)\,U_L^{-1}$

↳ tisztán SU(2) mátrix

$\mathrm{Tr}(\mathcal{M}^\dagger\mathcal{M}) = (s+v)^2\,\mathrm{Tr}\,\mathcal{U}^\dagger(\varphi)\mathcal{U}(\varphi) = 2(s+v)^2$

⇒ potenciál a φ tértől független ⇒ ennél a parametrizációnál egyértelmű hogy nincs tömegtagjuk