Cs $10^{00} - 11^{30}$ 6.88

Az erős kölcsönhatás a kvarkoktól az atommagokig
(Tematika a 2010/11. tanév tavaszi félévére)

I. Kvantumkromodinamika

A nem-abeli gluondinamika konstrukciója
Kvark-gluon csatolás
A kvarkok közötti kölcsönhatás
    Coulomb törvény és aszimptotikus szabadság
    Lineáris erőtörvény és kvarkbezárás
Kvarkbezárási modellek
    A zsák model
    Duális szupravezető modell

II. A maganyag kvantumtérelmélete
A maganyag fogalma és tulajdonságai
A legegyszerűbb térelméleti modell és egyensúlyi viselkedése véges sűrűségre átlagtér elméletből

III. Királis mezon-dinamika (várhatóan 5 előadás)
A kvantumkromodinamika közelítő királis szimmetriája, a pionok Goldstone-jellege
A 4-fermion modell (Nambu—Jona-Lasinio) – a nem renormalizálhatóság gondja
A Hubbard-Stratonovich transzformáció és a spontán szimmetriasértés tárgyalása
A színes szupravezetés jelensége nagy barionsűrűség esetén
A lineáris szigma-modell (Gell-Mann—Lévy) – a renormalizálhatóság előnye
A szigma-tér: a királis szimmetriasértés rendparamétere

IV. Pionok és nukleonok királis dinamikája

Nem-lineáris szigma modell a pionok kölcsönhatásainak leírására
Nukleonok bevezetése a királis effektív elméletbe

AZ ERŐS KÖLCSÖNHATÁS A KVARKOKTÓL AZ ATOMMAGOKIG

<u>Nukleonok kvarkhullámf-e:</u> 02.17.

$$\Psi(x_i, s_i, f_i, c_i) = \varphi_{\text{szimm.}}(x_1, x_2, x_3) \otimes \frac{1}{\sqrt{18}}\Big[2\big(|d^+, d^+, u^-\rangle + |u^-, d^+, d^+\rangle + |d^+, u^-, d^+\rangle\big) - |d^-, u^+, d^+\rangle - |u^+, d^-, d^+\rangle -$$
$$- |d^+, u^+, d^-\rangle - |d^-, d^+, u^+\rangle - |d^+, d^-, u^+\rangle - |u^+, d^+, d^-\rangle\Big] \otimes \psi(c_1, c_2, c_3)$$

n: $S_z = +\frac{1}{2}$, $I_3 = -\frac{1}{2}$

f_i: u, d, s kvark

φ: mert alapá.

$SU(2) \times SU(3) \Rightarrow SU(6)$

[ ] szimm. ψ: antiszimm.

a természetben csak teljesen antiszimmetrikus színszinglett állapotok létezhetnek (axióma)

- $\boxed{QCD}$ - ben tulajdonság ⇒ bizonyítani kell

1972. Gell-Mann, Fritsch, Leutwyler

QED analógiájára, ahol $U(1)$ mértékszimmetria van, QCD $SU(3)$ mértékszimmetria

$q_c(x)$ $c = 1,2,3$ 3 fermiontér

szimmetria $q_c(x) \xrightarrow{G} \omega_{cd}(x)\, q_d(x)$

ω: $SU(3)$ ↳ lokális! transzformáció

- $\mathcal{L}_{kin} = \frac{1}{2}\partial_\mu \varphi(x)\, \partial^\mu \varphi(x)$

$\omega_{cd}(x)\varphi_d(x) = \varphi'_c(x)$

→ kinetikus tag nem invariáns a lokális transzormációra

$\varphi \to \omega\varphi$ $\quad \partial_\mu\varphi \not\to \omega\,\partial_\mu\varphi$

kovariáns derivált $D_\mu\varphi(x) \longrightarrow \omega(x) D_\mu \varphi(x)$

kompenzáló tér

$x \quad x+\Delta x \qquad e^{-i\Delta x_\mu A^\mu(x)} \in SU(3)$

$A^\mu(x) = t^a A^a_\mu(x)$

t^a: $SU(3)$ 8 generátora $a = 1 \dots 8$

$[t^a, t^b] = i f^{abc} t^c$

$t^a = \frac{1}{2}\lambda^a$ ← Gell-Mann mátrixok

$$(t^a)^\dagger = t^a$$

$$e^{-i\Delta x_\mu A^\mu(x)}\,\varphi(x-\Delta x) \xrightarrow{G} \omega(x)\, e^{-i\Delta x_\mu A^\mu(x)}\,\varphi(x-\Delta x)$$

$$D_\mu \varphi(x) = \lim_{\Delta x_\mu \to 0} \frac{\varphi(x) - e^{-i\Delta x_\mu A^\mu(x)}\,\varphi(x-\Delta x^\mu)}{\Delta x^\mu} \approx$$

$$\approx \frac{\varphi(x) - (1 - i\Delta x_\mu A^\mu(x))(\varphi(x) - \Delta x^\mu \partial_\mu \varphi(x))}{\Delta x^\mu} \approx$$

$$\approx i\, A^\mu(x)\varphi(x) + \partial_\mu \varphi(x) = (\partial_\mu + i A_\mu(x))\,\varphi(x)$$

$$\boxed{D_\mu = \partial_\mu + i A_\mu(x)}$$

$$D_\mu \varphi(x) \to \omega(x)\, D_\mu \varphi(x)$$

$$D_\mu \varphi(x) \to (\partial_\mu + i A^\omega_\mu(x))\,\varphi^\omega(x) = (\partial_\mu + i A^\omega_\mu(x))\,\omega(x)\,\varphi(x)$$

$$\overset{!}{=} \omega(x)(\partial_\mu + i A_\mu(x))\,\underbrace{\varphi(x)}_{\omega^{-1}(x)\,\omega(x)}$$

azt kell látni $(\partial_\mu + i A^\omega_\mu(x)) f = \omega(x)(\partial_\mu + i A_\mu(x))\,\omega^{-1}(x)\, f$

ennek kell teljesülni $i A^\omega_\mu(x) = \omega(x)\,\partial_\mu \omega^{-1}(x) + i\omega(x)\, A_\mu(x)\,\omega^{-1}(x)$

$$A^\omega_\mu(x) = -i\,\omega(x)\,\partial_\mu \omega^{-1}(x) + \omega(x)\, A_\mu(x)\,\omega^{-1}(x)$$

így kell a kompenzáló teret transzformálni

$$\partial_\mu(\omega(x)\,\omega^{-1}(x)) = 0 = (\partial_\mu \omega)\,\omega^{-1} + \omega\,\partial_\mu \omega^{-1}$$

$$\boxed{A^\omega_\mu(x) = \omega(x)\,(A_\mu(x) - i\partial_\mu)\,\omega^{-1}(x)}$$

$$\varphi^\omega(x) = \omega(x)\,\varphi(x)$$

$q^\omega(x) = \omega(x)\, q(x) \leftarrow$ 3 komponensű vektor

$U(1)$ esetén $\omega(x) = e^{i\alpha(x)}$

$A^\omega_\mu(x) = A_\mu(x) - \partial_\mu \alpha(x)$ QED mértéktranszformációja

most $A_\mu(x)$ 8 db mátrix $\to$ 8 db gluontér

$$A_\mu(x) = A^a_\mu\, t^a$$

$$\frac{1}{2}(D_\mu\varphi)^\dagger D^\mu \varphi \to \frac{1}{2}(D_\mu \varphi)^\dagger \underbrace{\omega^{-1}\omega}_{1}(D^\mu \varphi) \qquad D_\mu\varphi \to \omega D_\mu \varphi$$

$$(D_\mu \varphi)^\dagger = \varphi^\dagger(\overleftarrow{\partial}_\mu - i A_\mu) \qquad (D_\mu\varphi)^\dagger \to (D_\mu \varphi)^\dagger \omega^{-1}$$

$\frac{1}{2}(D_\mu \varphi)^2$ kinetikus tag invariáns

$\mathcal{L}_{Dirac} = \bar{\Psi}(i\partial_\mu \gamma^\mu - m)\Psi$ Dirac Lagrange-sűrűség elektrodinamika esetén $\bar\Psi\left(i(\partial_\mu + iA_\mu)\gamma^\mu - m\right)\Psi$

$\mathcal{L}_{foton} = \frac{1}{4e^2} F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ $\qquad A_\mu = e\mathcal{A}_\mu$

töltés — igazi 4es potenciál

$$\boxed{\mathcal{L}_{kvark} = \bar q(x)\left[i(\partial_\mu + ig\mathcal{A}_\mu)\gamma^\mu - m_q\right]q(x)}$$

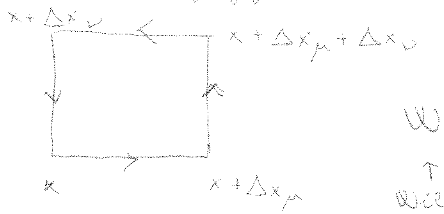
$\bar q(x) = q^+(x)\gamma^0$

erős csatolási állandó $\qquad \bar q(x) \to \bar q(x)\omega^{-1}(x)$

ez külső gluonteret esetén jó, kell a gluonok dinamikája is

követelmény: - négyzetes kifejezés (egyszerűség)

- legegyszerűbb invariáns kombináció



$$W = e^{i\Delta x_\nu A^\nu(x)}\, e^{i\Delta x_\mu A^\mu(x+\Delta x_\nu)}\, e^{-i\Delta x_\nu A^\nu(x+\Delta x_\mu)}\, e^{-i\Delta x_\mu A^\mu(x)}$$

Wilson-hurok = 4 párhuzamos eltolás

$$W = e^{i\Delta x_\nu A^\nu(x)}\, e^{i\Delta x_\mu A^\mu(x+\Delta x_\nu)}\, e^{-i\Delta x_\nu A^\nu(x+\Delta x_\mu)}\, e^{-i\Delta x_\mu A(x)}$$

$\approx F_{\mu\nu}\Delta x^\mu \Delta x^\nu$ fog kijönni

02.24.

$A_\mu j^\mu = -\bar q(x) A_\mu \gamma^\mu q(x)$ a gluontér és a kvarktér közötti csatolás

$A_\mu(x) = -g\mathcal{A}_\mu(x)$ $\qquad$ g a csatolás erőssége

$A_\mu(x) = t^a A^a_\mu(x)$ $\qquad a = 1,\dots,8 \to 8$ vektorpotenciál komp.

$$A_\mu j^\mu = \dots = \underbrace{g\bar q(x)t^a\gamma^\mu q(x)}_{j^{\mu a}(x)\ \text{szín áram}} A^a_\mu(x)$$

em. $U(1)_{em}$ ábeli csoport → 1 generátor → fotontér

$\omega(x) = e^{i\varphi(x)}$

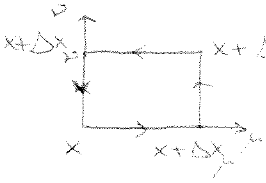
$j^\mu_{em} = \bar q(x)\gamma^\mu q(x)$

mértéktér dinamikája

$\mathcal{L}_{em} = -\frac{1}{4}\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu}$ $\qquad \mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\mathcal{A}_\nu - \partial_\nu\mathcal{A}_\mu$

↳ kvadratikus mint → szabad elmélet

$F_{\mu\nu}$ elektrodinamikában invariáns



zárt görbén körbevisszük az $\omega(x)$-vel transzformálódó $\varphi(x)$ teret

$$U(x) = e^{-i\Delta x^\mu A_\mu(x)}$$

$$U^+(x+\Delta x_\nu, x)\,U^+(x+\Delta x_\mu+\Delta x_\nu, x+\Delta x_\nu)\,U(x+\Delta x_\mu+\Delta x_\nu, \Delta x_\mu + x)\,U(x+\Delta x_\mu, x)\,\phi(x)$$

$$= e^{+i\Delta x_\nu A^\nu(x)}\, e^{+i\Delta x_\mu A^\mu(x+\Delta x_\nu)}\, e^{-i\Delta x_\nu A^\nu(x+\Delta x_\mu)}\, e^{-i\Delta x_\mu A^\mu(x)}\,\phi(x) =$$

$$\approx \left(1+i\Delta x_\nu A^\nu(x) - \frac{1}{2}(\Delta x_\nu)^2 (A^\nu(x))^2\right)\Big(1+i\Delta x_\mu A^\mu(x) + i\Delta x_\mu \Delta x_\nu \partial^\nu A^\mu(x) -$$

$$- \frac{1}{2}(\Delta x_\mu)^2 (A^\mu(x))^2\Big)\left(1 - i\Delta x_\nu A^\nu(x) - i\Delta x_\nu \Delta x_\mu \partial^\mu A^\nu(x) - \frac{1}{2}(A^\nu(x))^2(\Delta x_\nu)^2\right)\times$$

$$\times\left(1 - i\Delta x_\mu A^\mu(x) - \frac{1}{2}(\Delta x_\mu)^2 (A^\mu(x))^2\right)\Phi(x) =$$

$$= \Big[1 + i\Delta x_\nu \Delta x_\mu\left(\partial^\nu A^\mu(x) - \partial^\mu A^\nu(x)\right) - (\Delta x_\nu)^2 (A^\nu(x))^2 - (\Delta x_\mu)^2 (A^\mu(x))^2 -$$

$$- \Delta x_\mu \Delta x_\nu A^\nu(x) A^\mu(x) + (\Delta x_\nu)^2 (A^\nu(x))^2 + \Delta x_\nu \Delta x_\mu A^\nu(x) A^\mu(x) +$$

$$+ \Delta x_\mu \Delta x_\nu A^\mu(x) A^\nu(x) + (\Delta x_\mu)^2 (A^\mu(x))^2 - \Delta x_\nu \Delta x_\mu A^\nu(x) A^\mu(x)\Big]\phi(x) =$$

$$= \left[1 - i\Delta x_\mu \Delta x_\nu\left(\partial^\mu A^\nu(x) - \partial^\nu A^\mu(x) + iA^\mu(x)A^\nu(x) - iA^\nu(x)A^\mu(x)\right)\right]\phi(x) =$$

$$= \left(1 - i\Delta x_\mu \Delta x_\nu F^{\mu\nu}(x)\right)\Phi(x)$$

$$F^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu A^\nu(x) - \partial^\nu A^\mu(x) + i\left[A^\mu(x), A^\nu(x)\right]$$

$A^\mu = -g\mathcal{A}^{\mu a} t^a \rightarrow$ unitér csoport generátorai

$[t^a, t^b] = if^{abc} t^c$

$\hookrightarrow$ struktúra állandók (teljesen antiszimm)

$$-g t^a \mathcal{F}^{\mu\nu a}(x) = t^a F^{\mu\nu a}(x) = -g t^a\left(\partial^\mu \mathcal{A}^{\nu a}(x) - \partial^\nu \mathcal{A}^{\mu a}(x)\right) -$$

$$- g^2 f^{bca} \mathcal{A}^{\mu b}(x) \mathcal{A}^{\nu c}(x) t^a$$

$$\mathcal{F}^{\mu\nu a}(x) = \partial^\mu \mathcal{A}^{\nu a}(x) - \partial^\nu \mathcal{A}^{\mu a}(x) + g f^{abc} \mathcal{A}^{\mu b}(x) \mathcal{A}^{\nu c}(x)$$

$$\boxed{\mathcal{L}_{gluon} = -\frac{1}{4}\mathcal{F}^{\mu\nu a}(x)\,\mathcal{F}^a_{\mu\nu}(x)}$$

ez nem-ábeli csoport miatt nem lineáris ~~f~~ f térerősség → gluonoknak van színtöltése → máshogy viselkedik, mint az elektrodinamika → a gluonok önkölcsönhatóak

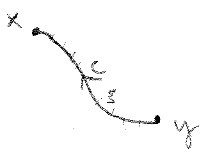
glueball = gluonlabda → kvarkmentes, kötött állapota az erős kölcsönhatásnak

ez az elmélet skálainvariáns → g dimenziótlan, gluonoknak nincs tömege, bezárás → nem lehet megfigyelni a gluonokat → megjelenik egy nem-triviális skála ?

Transzformáció:

(elektrodinamikában $f^{\mu\nu}$ invariáns)

$U(x,y) \longrightarrow \omega(x)\, U(x,y)\, \omega^{-1}(y)$ „bilokálisan" transzform.



pályafüggő eltolás

$$\hat{T}_C\left(\prod_\xi U(\xi+\Delta x,\xi)\right)\phi(y) = U_C(x,y)\phi(y)$$

$$\hat{T}_C\left[\prod_\xi \left(1-\Delta x_\mu A^\mu(\xi)\right)\right]\phi(y) = \phi(x)$$

C pálya menti rendezés $\Big)^{\omega}$

$$\underbrace{\omega(x)\, U_C(x,y)\, \omega^{-1}(y)}_{U_C^\omega(x,y)}\omega(y)\, \phi(y) = \omega(x)\phi(x)$$

$$U_C^\omega(x,y)\, \phi^\omega(y) = \phi^\omega(x)$$

$W_C(\cancel{x},x) \to \omega(x)\, W_C(x,x)\, \omega^{-1}(x) = W_C^\omega(x,x)$

$\mathrm{Tr}\, W_C^\omega(x,x) = \mathrm{Tr}\left(\omega\, W_C\, \omega^{-1}\right) = \mathrm{Tr}\, W_C(x,x)$ mértékinvariáns mennyiség

a nem-ábeli $F^{\mu\nu}$ transzformálódik

$$\omega(x)\, F^{\mu\nu}(x)\, \omega^{-1}(x)$$

$\mathcal{L}_{kvark}$ → láttuk, hogy invariáns

$\mathcal{L}_{gluon}$?

$$\mathcal{L}_{gluon} = -\frac{1}{4} f^{\mu\nu a}(x)\, f^a_{\mu\nu}(x) = -\underset{\substack{\uparrow \\ \text{szám}}}{c}\, \mathrm{Tr}\, f^{\mu\nu}(x)\, f_{\mu\nu}(x) =$$

$= -c \, \mathrm{Tr}\, t^a t^b f^{\mu\nu a} f^b_{\mu\nu}$

$\mathrm{Tr}(t^a t^b) = \frac{1}{2}\delta^{ab} \Rightarrow c = \frac{1}{2} \Rightarrow$ ít lehet így írni $\mathcal{L}_{gluon}$

ugyan $f^{\mu\nu}$ transzformációit, de

$\mathcal{L}_{gluon} \longrightarrow \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\big(\omega f^{\mu\nu} \underbrace{\omega^{-1}\omega}_{\mathbb{1}} f_{\mu\nu}\omega^{-1}\big) = \mathcal{L}_{gluon}$ invariáns

$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{gluon} + \mathcal{L}_{kvark}$ mértékinvariáns elmélet nem-ábeli $SU(3)$-ra

03.03.

<u>Erőhatás – szórási hatáskeresztmetszet</u>

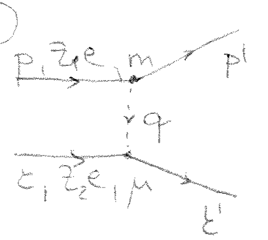
(1) QED $Z_1 e, m$ / $Z_2 e, \mu$ két részecske $\rightarrow$ szórási amplitúdó, nemrelativisztikus közelítés

(2) Born-közelítés QM szóráselmélet $\rightarrow$ Coulomb-tr.

(3) gluon-kvark kölcsönhatás általánosítás

Yukawa potenciál pp szórás pion-cserével

(1)



$q^2 = (p-p')^2 = (k'-k)^2$

nemrel. közelítés: $|\underline{k}|, |\underline{k}'| \ll \mu$, $|\underline{p}|, |\underline{p}'| \ll m$

$p \simeq (m, \underline{p})$ $\quad p' \simeq (m, \underline{p}')$

$k \simeq (\mu, \underline{k})$ $\quad k' \simeq (\mu, \underline{k}')$

$|\underline{k}| \simeq |\underline{k}'|$ $\quad |\underline{p}| \simeq |\underline{p}'|$

$q^2 \approx -\underline{q}^2 = -(\underline{p}-\underline{p}')^2 = -(\underline{k}'-\underline{k})^2$

$S_{fi} = i(2\pi)^4 \delta^{(4)}(p+k-p'-k')\, T_{fi}$

$j_\mu^{(Dirac)} = \bar{\psi}\gamma_\mu \psi Z e$

$\langle p', \sigma' | j_\mu^{(1)} | p, \sigma \rangle = Z_1 e\, \bar{u}^{(m)}_{\sigma'}(p')\gamma_\mu u^{(m)}_\sigma(p)$

$\langle k', s' | j_\mu^{(2)} | k, s \rangle = Z_2 e\, \bar{u}^{(\mu)}_{s'}(k')\gamma_\mu u^{(\mu)}_s(k)$

γ - propagátor (Lorentz mérték $\partial_\mu A^\mu = 0$)

$\Rightarrow \frac{g^{\mu\nu}}{q^2}$

$$S_{fi} = i(2\pi)^4 \delta^{(4)}\left(\sum p_f - \sum p_i\right) Z_1 Z_2 e^2 \bar{u}^{(m)}_{r'}(p')\gamma_\mu u^{(m)}_r(p)\, \bar{u}^{(\mu)}_{s'}(k')\gamma^\mu u_s(k) \frac{1}{q^2}$$

$$u^{(m)}_r(p) = \sqrt{p^0+m}\begin{pmatrix} \chi_r \\ \frac{\sigma p}{p^0+m}\chi_r \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{nem rel.}} \sqrt{2m}\begin{pmatrix} \chi_r \\ \frac{\sigma p}{2m}\chi_r \end{pmatrix} \qquad \chi_r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ v. } \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\bar{u}^{(m)}_{r'}(p')\gamma^0 u^{(m)}_r(p) = u^{+(m)}_{r'}(p')\overbrace{(\gamma^0)^2}^{1} u^{(m)}_r(p) = 2m\left(\chi^T_{r'},\ \chi^T_{r'}\frac{\sigma p'}{2m}\right)\begin{pmatrix} \chi_r \\ \chi_r\frac{\sigma p}{2m} \end{pmatrix} = *$$

$$2m\,\chi^T_{r'}\underbrace{\sigma_i\sigma_j}_{\delta_{ij} + i\varepsilon_{ijk}\sigma_k}\chi_r \frac{p'_i p_j}{(2m)^2}$$

$$* = 2m\left[\delta_{rr'}\left(1 + \frac{p'p}{(2m)^2}\right) + i\chi^T_{r'}\sigma\chi_r (p'\times p)\frac{1}{(2m)^2}\right] \approx 2m\,\delta_{rr'}$$

elhanyagolhatóan kics tagok az 1-hez képest

$$S_{fi} = (2\pi)^4\delta^{(4)}(p+k-p'-k')\ i Z_1 Z_2 e^2\ 2m\, 2\mu\, \delta_{rr'}\delta_{ss'}\left(-\frac{1}{q^2}\right)$$

$$T_{fi} = -Z_1 Z_2 e^2\ 4m\mu\ \delta_{rr'}\delta_{ss'}\frac{1}{q^2}$$

végállapoti fázistérfogat

$$d\sigma = (2\pi)^4\delta^{(4)}(p+k-p'-k')(Z_1Z_2e^2)^2(4m\mu)^2\delta_{ss'}\delta_{rr'}\left(\frac{1}{q^2}\right)^2 \underbrace{\frac{1}{2m\ 2|k|}}_{\text{beesés árammal}} \frac{d^3p'}{(2\pi)^3 2p'_0}\frac{d^3k'}{(2\pi)^3 2k'_0}$$

$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2}\delta(p^0+k^0-p'^0-k'^0)(Z_1Z_2e^2)^2(4m\mu)^2\left(\frac{1}{q^2}\right)^2\delta_{rr'}\delta_{ss'}\frac{1}{2m\,2|k|}\frac{1}{4m\mu}\,d\Omega_k\,\underbrace{k'^2 dk'}_{k'_0 dk'_0}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_k} = \frac{1}{4\pi^2}\,16 m^2\mu^2(Z_1Z_2e^2)^2\frac{1}{16m^2\mu}\frac{1}{(q^2)^2} =$$

$$= \frac{\mu^2}{4\pi^2}(Z_1Z_2e^2)^2\frac{1}{(q^2)^2}$$

(2)

Born-közelítés

$$f(\vartheta)\frac{e^{ikr}}{r}$$

⊥⊥ ... ϑ)

$$E = \frac{\hbar^2}{2\mu}k^2$$

$\Psi(x) = e^{ikx} + \Psi_{\text{szórt}}$ alakban keresett m.o. a Schrödinger egyenletnek

$$(\Delta + k^2)\Psi(x) = \frac{2\mu}{\hbar^2}V(x)\Psi(x)$$

Helmholtz-egyenlet

retardált Green-fv: $G_+(\underline{x}-\underline{x}') = -\frac{1}{4\pi} \frac{e^{ik|\underline{x}-\underline{x}'|}}{|\underline{x}-\underline{x}'|}$

$$\Psi(\underline{x}) = \Psi_{hom}(\underline{x}) + \int d^3x' \, G_+(\underline{x}-\underline{x}') \frac{2\mu}{\hbar^2} V(\underline{x}')\Psi(\underline{x}')$$

$e^{i\underline{k}\hat{\underline{x}}}$ bejövő síkhullám

iterációs megoldás → 1. közelítés szórt hullámra

$$\Psi_{szórt}(\underline{x}) = -\frac{1}{4\pi}\int d^3x' \frac{e^{ik|\underline{x}-\underline{x}'|}}{|\underline{x}-\underline{x}'|} \frac{2\mu}{\hbar^2} V(\underline{x}') e^{i\underline{k}\underline{x}'}$$

nagy távolságban nézzük $|\underline{x}-\underline{x}'| \approx r - \underline{n}\underline{x}'$

$\frac{\underline{x}}{|\underline{x}|} = \frac{\underline{x}}{r}$

$\underline{k}_s = k\underline{n}$

$$\Psi_{szórt}(\underline{x}) \approx -\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ikr}}{r}\int d^3x' \frac{2\mu}{\hbar^2} V(\underline{x}') e^{i\underline{x}'(\underline{k}-\underline{k}_s)}$$

$$|f(\vartheta)|^2 = \frac{d\sigma}{d\Omega_k}$$

Fourier-transzformált

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_k} = \frac{1}{(4\pi)^2}(2\mu)^2 |\tilde{V}(\underline{k}-\underline{k}_s)|^2 = \frac{\mu^2}{4\pi^2}|\tilde{V}(\underline{k}-\underline{k}_s)|^2$$

1 - 2 $\Rightarrow \tilde{V}(\underline{k}-\underline{k}_s) = -Z_1 Z_2 e^2 \frac{1}{q^2}$

$\Rightarrow V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r}$ egy foton csere potenciál a Coulomb potenciál

3 kvark-gluon kölcsönhatás nem-relativisztikusan

gluonpropagátor: $a, b = 1 \ldots 8$

$$G^{ab}_{\mu\nu}(q) = \frac{g_{\mu\nu}}{q^2}\delta^{ab}$$

színáram

$j^a_\mu = \sum \bar{q}_i \gamma_\mu t^a_{ii'} q_{i'}$ $\quad q_i$ = Dirac bispinor ⊗ 3 színkomp.

$\bar{u}_{r'}(p') \otimes \chi^\dagger_{i'} \gamma_\mu t^a_{i'i} u_r(p) \otimes \chi_i$

[illegible]

8

bejövő színre (spinre) átlagolunk, a kimenőre összegezünk

$$d\sigma = \frac{1}{3}\sum_{ii'}\frac{1}{3}\sum_{jj'}\frac{1}{2}\sum_{ss'}\frac{1}{2}\sum_{rr'}\left(\frac{g^2}{(p-p')^2}\right)^2(4m\mu)^2\,\delta_{rr'}\delta_{ss'}\,t^a_{i'i}\,t^a_{j'j}\,t^{b*}_{i'i}\,t^{b*}_{j'j}$$

$$\frac{1}{3}\sum_{ii'} t^a_{i'i}\,t^{b*}_{i'i} = \frac{1}{3}\sum_{ii'} t^a_{i'i}\,t^b_{ii'} = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\,t^a t^b = \frac{1}{3}\,\frac{1}{2}\delta_{ab}$$

$$d\sigma = \frac{1}{36}\underbrace{\delta^{ab}\delta^{ab}}_{\underbrace{\delta^{aa}}_{=8}}\left(\frac{g^2}{q^2}\right)^2(4m\mu)^2 = \frac{2}{9}\left(\frac{g^2}{q^2}\right)^2(4m\mu)^2$$

$$V_{q_1q_2}(q) = -\frac{2}{9}g^2\frac{1}{q^2}$$ ebből is Coulomb jön ki de $\frac{2}{9}$-es színfaktorral

ha figyelembe vesszük, hogy színszinglett jön be és megy ki, akkor más jön ki a potenciálra

$$\psi_{Q_1Q_2} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\psi_1^{Q_1}\psi_1^{*Q_2} + \psi_2^{Q_1}\psi_2^{*Q_2} + \psi_3^{Q_1}\psi_3^{*Q_2}\right)$$

kezdőállapot nem olyan egyszerű

$t^a_{i'i}\,t^a_{j'j}$ kombinációban kvark-antikvarkra

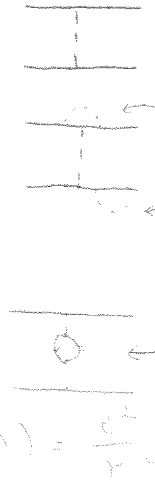
$$\frac{1}{3}t^a_{i'i}\,t^{a*}_{ii'} = \frac{1}{3}\mathrm{Tr}\,t^a t^a = \frac{1}{6}\delta^{aa} = \frac{4}{3}$$

$$V_{Q_1Q_2}(q) = \frac{4}{3}g^2\frac{1}{q^2}$$

<u>Aszimptotikus szabadság</u>

03.10.

QED: $V(q) = -\frac{1}{q^2}(\;)$



← vertex korrekció

← töltött részecske saját energiája

ezek nem adnak járulékot a potenciálba

← vákuum polarizáció

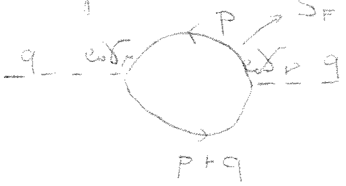
⇓

$V(r) = \frac{e^2}{r\,\varepsilon(r)}$ módosul a potenciál

$\varepsilon(r) = 1 + e^2(r)a_1 + (e^2(r))^2 a_2 + \ldots$

$d(r) \leftarrow$ árnyékoló fv.

$$D_{\mu\nu} = \frac{g_{\mu\nu}}{q^2}$$



$\Pi_{\mu\nu}(q) \rightarrow q^\mu \Pi_{\mu\nu}(q) = 0$

töltésmegmaradás $\quad 0 = \partial_\mu \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi$

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right) \Pi(q^2) q^2 \rightarrow \text{polarizációs fv.}$$

$$D_{\mu\nu} = \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \frac{1}{1 - \Pi(q^2)} \leftarrow \text{így módosul}$$

$$S_F = \langle 0 | T(\Psi(x) \bar{\Psi}(y)) | 0 \rangle \Rightarrow -\frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2 + i\varepsilon} \qquad \not{p} = p_\mu \gamma^\mu$$

$$\Pi_{\mu\nu}(q) = -\underset{\substack{\uparrow \\ \text{Dirac indexek} \\ \text{szerint}}}{Sp_D} \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \gamma_\mu \frac{\not{p} + \not{q} + m}{(p+q)^2 - m^2} \gamma_\nu \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2}$$

$$\Pi_{\mu\nu}(q) - \Pi_{\mu\nu}(0) = *$$

$$\frac{1}{\not{p} + \not{q} - m} \frac{\not{p} + \not{q} + m}{\not{p} + \not{q} + m} = \frac{\not{p}+\not{q}+m}{(p+q)^2 - m^2} \qquad \not{p}\not{p} = p^\mu p^\nu \underbrace{(\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu)}_{2 g_{\mu\nu}} \frac{1}{2} = p^2$$

$$\frac{1}{\not{p} + \not{q}} = \frac{1}{\not{p}} + \frac{1}{\not{p}}(-\not{q})\frac{1}{\not{p}} + \frac{1}{\not{p}}(-\not{q})\frac{1}{\not{p}}(-\not{q})\frac{1}{\not{p}} + \dots \qquad m \ll q, p$$

$$* = -Sp_D \int \frac{d^4 p}{(4\pi)^3} \Bigg(\underbrace{\gamma_\mu \frac{1}{\not{p}}(-\not{q})\frac{1}{\not{p}} \gamma_\nu \frac{1}{\not{p}}}_{-\frac{1}{p^6} \gamma_\mu \not{p} \not{q} \not{p} \gamma_\nu \not{p}} + \gamma_\mu \frac{1}{\not{p}}(-\not{q})\frac{1}{\not{p}}(-\not{q})\frac{1}{\not{p}} \gamma_\nu \frac{1}{\not{p}} \Bigg) \dots =$$

ennek járuléka $\emptyset$

$\int$ ~~[illegible]~~ páratlan fv. $= 0$

$$\not{p} \gamma_\nu \not{p} = p^\lambda p^\kappa \gamma_\lambda (-\gamma_\kappa \gamma_\nu + 2 g_{\kappa\nu}) = -p^2 \gamma_\nu + 2 \not{p} p_\nu$$

$$\not{p} \not{q} \not{p} = -p^2 \not{q} + \dots$$

$$= -\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^8} \Big[4 g_{\mu\nu}\, p^2 (q^2 p^2 - 2(pq)^2) - 8 p_\mu p_\nu (p^2 q^2 - 4(pq)^2) -$$
$$8 p^2 (pq)(p_\nu q_\mu + p_\mu q_\nu) \Big]$$

rémisztő feladat: lássuk be, hogy az $\Pi_{\mu\nu}(q) = \left(g_{\mu\nu} - \frac{q_\mu q_\nu}{q^2}\right)\Pi($ alakú!

$$g^{\mu\nu}\,\Pi_{\mu\nu} = \Pi^\nu{}_\nu = (\delta^\nu{}_\nu - 1)\,\Pi(q^2) = 3\Pi(q^2)$$

~~$\Pi(q) - \Pi_{\mu\nu}(0) =$~~

$$q^2 3 \left[\Pi(q^2) - \Pi(0)\right] = -e_0^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^8}\, 8 \left[p^4 q^2 - 2p^2 (pq)^2\right] =$$

$$= -e_0^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{8}{p^6} \left(p^2 q^2 - 2(pq)^2\right) = *$$

$p^2 = p_0^2 - \mathbf{p}^2$ Wick forgatás $-ip_0 = p_4$ ← imaginárius tengelyen int.

$p_E^2 = p_0^2 + \mathbf{p}^2$ Euklideszi metrika

$$\int \frac{d^4p\, p_\mu p_\nu}{f(p^2)} = g_{\mu\nu} \frac{1}{4} \int d^4p \frac{p^2}{f(p^2)}$$

$$* = -4 e_0^2 q^2 \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^4}$$

$$\Pi(q^2) - \Pi(0) = -\frac{4}{3} e_0^2 \underbrace{\int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} \frac{1}{p^4}}$$

$$\frac{1}{8\pi} \int p^3 dp \frac{1}{p^4}$$ → logaritmikus integrál → regularizálni kell

$$\int_{cq}^{\Lambda} \frac{dp}{p}$$

Λ ← levágás; c ← nagy szám

$$\alpha_0 = \frac{e_0^2}{4\pi}$$

$$D_{\mu\nu} = \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \frac{1}{1 + \frac{e_0^2}{6\pi^2} \ln \frac{\Lambda}{cq}} = \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \frac{1}{1 + \frac{2\alpha_0}{3\pi}\left(\ln\frac{\Lambda}{q} + \ln\frac{\Lambda}{\mu} - \ln\frac{\Lambda}{\mu}\right)}$$

$c = 1$

μ ← renormalizációs skála

$$= \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \frac{1}{1 + \frac{2\alpha_0}{3\pi}\left(\ln\frac{\Lambda}{\mu} + \ln\frac{\mu}{q}\right)} =$$

$$= \frac{g_{\mu\nu}}{q^2} \frac{1}{1 + \frac{2\alpha_0}{3\pi} \ln\frac{\Lambda}{\mu}}$$

$D_{\mu\nu}^{(x,y)} = \langle 0 | T\left(A_\mu(x) A_\nu(y)\right) | 0 \rangle \rightarrow$ Fourier - transzformáltját nézzük

A_μ helyett renormalizált $A_\mu^{ren} Z_3^{1/2} = A_\mu$ térmennyiség

$$Z_3 = 1 + \frac{2\alpha_0}{3\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu}$$

$$Z_3^{-1} D_{\mu\nu}^{ren} = Z_3^{-1} \langle 0 | T\left(A_\mu(x) A_\nu(y)\right) | 0 \rangle$$

$\alpha_{ren} = \alpha_0 \dfrac{1}{1 + \frac{2\alpha_0}{3\pi} \ln \frac{\Lambda}{\mu}}$ töltés renormalizációja

1954. Abrikoszov, Landau, Halatnyikov

$\alpha_{ren} = \alpha_0 \dfrac{1}{1 + \frac{2\alpha_0}{3\pi} \ln \frac{r}{r_0}}$ → r_0 távolságon $\alpha_{ren} = \alpha_0$

→ más távolságon más

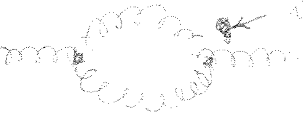
↳ pont ilyen az árnyékolás

$\alpha_{ren}(r) \xrightarrow[r_0 \to 0]{} \dfrac{1}{\frac{2}{3\pi} \ln \frac{r}{r_0}} \xrightarrow[r_0 \to 0]{} 0$ elektron töltése nem pontszerű

⇒ csak az elektron Compton - hullámhossznál nagyobb távolságoknak van értelme

Béta függvény: $\left.\dfrac{d\alpha(r)}{d\ln r}\right|_{r_0} = -\dfrac{2\alpha^2(r_0)}{3\pi} = \beta_{QED}$

QCD fermionok járuléka ugyanolyan de fotonok helyett gluonok, amiknek van színtöltése



impulzussal arányos vertex

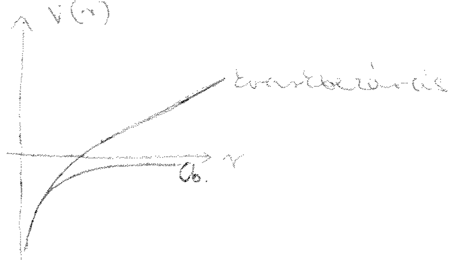
$$g^2(r_0) = \frac{g^2(r)}{1 + \frac{\beta}{8\pi} g^2(r) \ln \frac{r}{r_0}}$$

$\beta_{QCD} = \frac{11}{[illegible]} - [illegible] = \frac{33}{[illegible]} - 6\frac{[illegible]}{[illegible]} \cdot \frac{[illegible]}{[illegible]} > 0$

⇒ [illegible]

ha $g^2(r_0)$-t rögzítjük és r-rel megyünk messzire akkor antiárnyékolás ⇒ egyre nagyobb töltés ⇒ nem szakadnak el ⇒ bezárás

„infrared slavery"



Kvarkbezárás

03. 17.

$$g^2(r) = \frac{g^2(r_0)}{1-\gamma\, g^2(r_0)\ln\frac{r}{r_0}}$$ vákuumpolarizáció

„antiárnyékolás"

effektív kvarkbezárási modellek kellenek

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} Z F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - J_\mu A^\mu$$

↑ antiszimmetrikus derivált

$$F_{\mu\nu} = (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu)$$

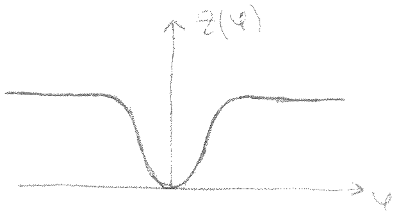
$$\bar{A}_\mu = Z^{1/2} A_\mu$$

$$= -\frac{1}{4}\bar{F}_{\mu\nu}\bar{F}^{\mu\nu} - J_\mu Z^{-1/2}\bar{A}^\mu$$

$$\bar{J}_\mu = J_\mu Z^{-1/2}$$

t'Hooft (1974) $\mathcal{L} = -\frac{1}{4} Z(\varphi)F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\,\partial^\mu\varphi - V(\varphi) - J_\mu A^\mu$

↑ dielektromos tér



$$V(\varphi) = \frac{1}{2} m^2\varphi + \lambda\varphi^4$$

$m^2 > 0$ $\quad V(\varphi_{min}=0) = 0$

normál állapot $\varphi = 0$

$D_{\mu\nu} = Z F_{\mu\nu}$

$$\partial^\mu D_{\mu\nu} = J_\nu$$

$\nu = 0 \quad \operatorname{div} \underline{D} = J_0 \qquad "Z(\varphi) = \varepsilon"$

$(\underline{D})_i = D_{i0}$

$\nu = i \quad \partial^0 D_{0i} + \partial^j D_{ji} = J_i$

$-\dot{\underline{D}} + \operatorname{rot} \underline{H} = \underline{J} \qquad "\frac{1}{\mu} = Z(\varphi)"$

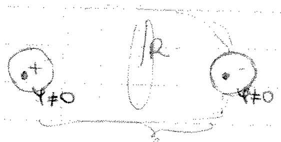
furcsán viselkedő anyag a vákuum, normál állapotba a relatív permeabilitás 0 (nem 1)

$$-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = \frac{1}{2}(E^2 - B^2)$$

$Z(\varphi) = \varphi^2$ a nulla körül

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{2}(m^2 - E^2)\varphi^2 - \frac{1}{2}\underline{B}^2\varphi^2 - \lambda\varphi^4 + \frac{1}{2}\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - J_\mu A^\mu$$

statikus megoldás $J_0 \neq 0 \quad \underline{J} = 0 \Rightarrow \underline{B} = 0$



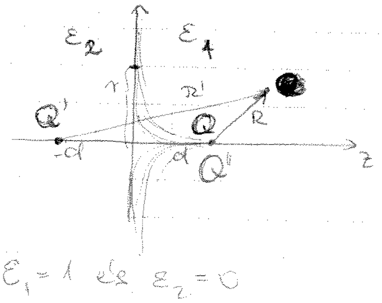
távol $\varphi = 0$

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2Z(\varphi)} D^2 + \frac{1}{2}(\nabla\varphi)^2 + V(\varphi)$$ $\rightarrow$ $\underline{D}$ nem hatol be a normál állapotba

$$\Delta\varphi - V'(\varphi) + E^2\varphi^2 = 0$$

fluxuscső alakul ki: $\mathcal{E} \sim R^2E^2 l \Rightarrow$ lineárisan nő az energiája a távolsággal

$ER^2 \approx q$ töltés



$\varepsilon_1 = 1$ és $\varepsilon_2 = 0$ esetén ???

$$\Phi_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_1}\left(\frac{Q}{R} + \frac{Q'}{R'}\right) \quad z>0$$

$$Q' = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} Q$$

$$\Phi_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_2}\left(\frac{Q''}{R}\right) \quad z<0$$

$\left.\begin{array}{l} \Phi_+(z=0) = \Phi_-(z=0) \\ D_{z1} = D_{z2} \end{array}\right\}$ határfeltételek

$$D_z^+ = -\left.\frac{\partial\Phi_+}{\partial z}\right|_{z=0} \varepsilon_1$$

$$D_z^- = -\left.\frac{\partial\Phi_-}{\partial z}\right|_{z=0} \varepsilon_2 = \frac{Qd}{4\pi r^3}\left(-\frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}\right)$$

$0 = \varepsilon_2$ esetén nem hatol be $\underline{D}$ külső tér

elektromágneses hullámok – Fresnel képletek

$\varepsilon_1 = 1$, merőleges beesés $\underset{\text{reflexió}}{R} = \left(\frac{1-\varepsilon_2}{1+\varepsilon_2}\right)^2 \xrightarrow[\varepsilon_2 \to 0]{} 1$ teljes visszaverődés

tehát a modellben egy különleges vákuum van, ami a QCD teret nem engedi be dinamikailag sem

ezt szokták "soft-bag" = "puha zsák" modellnek nevezni (nincs geometriai határ)

Ginzburg - Landau elmélet (1950)

$$\mathcal{H} = \frac{1}{2}\left[(\nabla - ie^* \underline{A})\Phi\right]^* \left[(\nabla - ie^* \underline{A})\Phi\right] + V(|\Phi|)$$

$\Phi_{\text{vákuum}} \neq 0 \to$ szupravezető alapállapot

$\frac{1}{2} e^{*2} \underline{A}^2 |\Phi_0|^2 \Rightarrow m_{eff} = e^* |\Phi_0|$

hozzá lehet írni az eddigit $\frac{1}{2}(\cancel{E^2} + \underline{B}^2)$

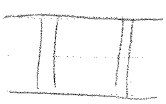
$\underline{B} = \text{rot}\, \underline{A}$

$(\Delta + m_{eff}^2)\underline{A} = \underline{j}$

$\underline{A} \sim e^{-m_{eff} r}$ Meissner-eff.

Abrikoszov (1954)

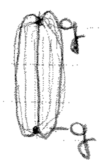
$\downarrow\downarrow\downarrow\downarrow \underline{H}$ külső térben
minta



fluxuscsövek jöhetnek létre
kvantált mágneses fluxus

$e\Phi_{\text{mágn}} = n 2\pi$

$eg = (\ )n$
(Dirac)



mágneses monopólust képzelhetünk az anyagba

Összefér-e a kettő? igen

távolsággal lineárisan nő az energiájuk

elektromágnesség duális szimmetriája

$\underline{E} \leftrightarrow -\underline{H}$, $\underline{D} \leftrightarrow \underline{B}$

az üres tér egyenletei nem változnak

forrásokkal nem duálisak $j_{el} \not\leftrightarrow j_{\text{mágn}}$

0 mágn. monopólus

ha volna mágneses monopólus sűrűség, az létre tudna hozni egy t'Hooft féle $\varepsilon \to 0$ dielektromos állandójú közeget

$$\underline{B} = \mu_0(\underline{H} + \underline{M}), \quad \underline{M} = \chi_{mágn} \underline{H}, \quad \mu = 1 + \chi_{mágn}$$

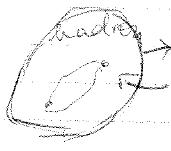
$$B = 0 \text{ Meissner} \Rightarrow \chi_{mágn} = -1 \Rightarrow \mu = 0$$

ennek a duálisa kell nekünk, ahol $\varepsilon = 0$ és elektromos fluxuscső

QCD vákuumában kromomágneses monopólusok kondenzátuma képzelhető el.

MIT - zsák modell (1973)

a hadront egy éles fal választ el a külvilágtól, belül a hadronban szabadon viselkednek a kvarkok



perturbatív vákuum

magasabb energiájú állapotban van $\Rightarrow$ méret

$$S = \int_{zsák} d^4x \left(-\frac{1}{4} F^a_{\mu\nu} F^{a\mu\nu}\right) - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{zsákállandó}}}{B} \int_{zsák} d^4x$$

$\leftarrow$ véges térfogatból pot. en.

$$-\int_{zsák} d^4x \, \frac{-1}{4g^2} f^a_{\mu\nu} f^{a\mu\nu} \quad \text{gluonokra}$$

$$-\int_{zsák} d^4x \, \bar{q}\left(i\partial\!\!\!/ - g\frac{1}{2}\lambda^a A^a_\mu \gamma^\mu\right) q \quad \text{kvarkokra}$$

$$- B \int_{zsák} d^4x$$

megoldásnál határfeltételek kellenek

$$\underline{n}\,\underline{E}^a = 0 \qquad (f^a_{i0}) \quad \text{nem megy ki színfluxus}$$

$$n_0 E^a + \underline{n} \times \underline{B}^a = 0$$

↳ határon variálásból jön ki

határt variálva: $\frac{1}{2}(\underline{E}^2 - \underline{B}^2)\Big|_{\text{határ}} = B$ ← zsákállandó

belerakunk forrást

$q \quad \bar{q} \qquad - \int_{\text{zsák}} j^a_\mu A^{\mu a}$

$$j_0^a = g\frac{1}{2}\lambda^a_{(1)}\delta^{(3)}(\underline{r} - \underline{r}_{(1)}) + g\frac{1}{2}\lambda^{(2)}_a \delta^{(3)}(\underline{r} - \underline{r}_{(2)})$$ a forrás

($\lambda^a_{(1)}$ ← részecske)

$g' = \sqrt{\frac{4}{3}}\, g$ töltésű elektromos probléma

$-\sqrt{\frac{4}{3}}g \;\; \text{ex} \longrightarrow g\sqrt{\frac{4}{3}}$

$$\text{div}\, \underline{E} = g'\left(\delta(\underline{r} - \underline{r}_1) - \delta(\underline{r} - \underline{r}_2)\right)$$

$$\underline{B} = 0$$

$\frac{1}{2}E^2_{\text{határ}} = B$ ezzel a határfeltétellel kell megoldani az elektrodinamikát

$$\Phi(r,\vartheta) = \frac{g'}{4\pi}\left(\frac{1}{|\underline{r}-\underline{r}_1|} - \frac{1}{|\underline{r}-\underline{r}_2|}\right) + \sum_{\ell=0}^{\infty} c_\ell r^\ell P_\ell(\cos\vartheta)$$

határt csak egy speciális mérettartományú helyen lehet írni → meghatározza a tartomány méretét és alakját

meghatározható numerikusan a lineáris potenciál

$$V_{q\bar{q}}(r) = \frac{4}{3}\frac{\alpha_s}{r} + \sigma r$$

(σ ← húrfeszültség ← spektroszkópiából)

$(c\bar{c})$, $(b\bar{b})$ <u>kvarkónium</u> spektroszkópia

$m_c \sim 1{,}5$ GeV

$m_b \sim 4{,}5$ GeV

jó kötött állapot leírás

Nehéz kvarkónium kötött állapotai:

$$V(r[redacted], S_1, S_2) = V_{spinfüggetlen} + V_{spinfüggő}$$

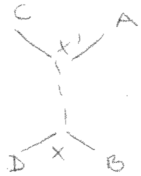
$$= \left(m_1 + m_2 + V_0 - \frac{4}{3}\alpha_s \frac{1}{r} + \sigma r\right) + V_{spinfüggő}$$

$$\mathcal{H} = V(r, S_1, S_2) + \frac{1}{2m_{red}}p^2 -$$ nem-relativisztikus közelítés

$$-\left(\frac{1}{m_1^3} + \frac{1}{m_2^3}\right)(p^2)^2$$ Darwin tag

$$V_{spinfügg} = -\frac{4}{3}\alpha_s V_{Breit\text{-}Fermi}$$

QED



$$= \int d^4x \int d^4x' \, j^{\mu}_{CA}(x') D_c(x-x') j_{\mu DB}(x) =$$

$$\cong \int d^3x \int d^3x' \, \varphi^*_C(\underline{x}') \varphi^*_D(\underline{x}') V(\underline{x}, \underline{x}') \varphi_A(\underline{x}), \varphi_B(\underline{x}) =$$

$$\alpha \int \Psi^*_C(\underline{x}') \Psi^*_D(\underline{x}) \left[\frac{1 - \underline{\alpha}_B \underline{\alpha}_A}{|\underline{x} - \underline{x}'|} e^{i|\omega_A - \omega_C||\underline{x} - \underline{x}'|/c}\right] \Psi_A(\underline{x}) \Psi_B(\underline{x})$$

$$\underline{\alpha} = \gamma^0 \underline{\gamma}$$

nem-rel. $\mathcal{O}\left(\frac{1}{c^2}\right)$

$$\hat{\mathcal{H}}_{Dirac} = c\underline{\alpha}\underline{p} + \beta m c^2 + e A_0^{Coulomb}(x)$$

$$\approx \frac{1}{|\underline{x} - \underline{x}'|} + i\frac{|\omega_A - \omega_C|}{c} - \frac{(\omega_A - \omega_C)^2}{2c^2}|\underline{x} - \underline{x}'| + \dots$$

Fourier transzformált fv.:

$$u(p) = \sqrt{2m}\left(1 + \frac{p^2}{8m^2}\right)\begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\underline{\sigma}\underline{p}}{m}\chi \end{pmatrix}$$

(szórási amplitúdó Fourier-transzformáltja a V)

$$S^{(2)}_{fi} = \bar{u}_C \gamma_\mu u_A \frac{e^2}{q^2} \bar{u}_D \gamma^\mu u_B \cong$$

$$\frac{1}{q^2} \cong \frac{1}{\underline{q}^2} + \frac{1}{4m^2} + \frac{(\underline{q}\underline{p}_1)(\underline{q}\underline{p}_2)}{m^2(\underline{q}^2)^2}$$

$$\cong (2m)^2 \chi_C^{T*} \chi_D^{T*} V(q) \chi_A \chi_B$$

$$V(q) = \alpha\left\{\frac{1}{\underline{q}^2} - \frac{1}{4m^2} + \frac{i}{4\underline{q}^2 m^2}\left[(\underline{q} \times \underline{p}_A)\underline{\sigma}_A - (\underline{q} \times \underline{p}_B)\underline{\sigma}_B + \right.\right.$$

$$\left. + 2(\underline{q} \times \underline{p}_A)\underline{\sigma}_B - 2(\underline{q} \times \underline{p}_B)\underline{\sigma}_A\right] +$$

$$+\frac{(q p_A)(q p_B)}{m^2(q^2)^2} - \frac{p_A p_B}{m^2 q^2} + \frac{(q\sigma_A)(q\sigma_B)}{4m^2 q^2} - \frac{\sigma_A \sigma_B}{4m^2}\Big\}$$

spinpálya t.h.

$$V^{(ee)}(r) = \frac{\alpha}{r} - \pi\frac{\alpha}{m^2c^2}\delta^{(3)}(r) - \frac{\alpha}{4m^2c^2}\frac{1}{r^3}\Big[(r\times p_A)\sigma_A +$$

$$+(r\times p_B)\sigma_B + 2(r\times p_A)\sigma_B - 2(r\times p_B)\sigma_A\Big] -$$

$$-\frac{\alpha}{2m^2c^2}\Big[\frac{1}{r}p_A p_B + \frac{1}{r^3}r(r p_A)p_B\Big] + \frac{\alpha}{4m^2c^2}\Big[\frac{\sigma_A\sigma_B}{r^3} -$$

$$-\frac{3(r\sigma_A)(r\sigma_B)}{r^5} - \frac{8\pi}{3}\sigma_A\sigma_B\delta^{(3)}(r)\Big]$$

← spin-spin t.h.

$$V^{(e\bar{e})}(r) = -V^{(ee)} + \frac{\pi}{2}\frac{\alpha}{m^2c^2}\left(3 + \sigma_A\sigma_B\delta^{(3)}(r)\right)$$

kicserélődési kölcsönhatás

$$V_{Breit-Fermi} = V_B + V_{SS} + V_{SO} + V_T$$

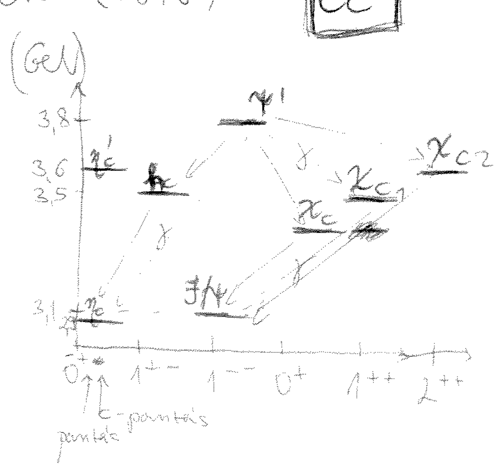
$$V_B = \frac{1}{2m^2 r}\left(p^2 + \frac{(r p)^2}{r^2}\right)$$

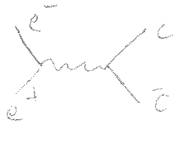
$$V_{SS} = -\frac{\pi}{2}\delta^{(3)}(r)\left(\frac{2}{m^2} + \frac{\hat{S}_Q\hat{S}_{\bar{Q}}}{2m^2}\right)$$

$$V_{SO} = \frac{3}{2m^2r^3} S L \qquad S = S_Q + S_{\bar{Q}}$$

$$V_T = \frac{3}{2m^2r^3}\left((S\hat{r})(S\hat{r}) - \frac{1}{3}S^2\right)$$

Barbieri (1976) $\boxed{c\bar{c}}$





$1^{--} \Rightarrow$ csak ψ' és J/ψ

hasonló a positrónium spektrumhoz

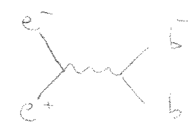
spinfüggetlen részt Schrödinger-egyenlettel megoldjuk → az ott kapott hfv-eket használjuk a többihez

3 paraméter : m_c , α_s , σ húrfesz. $m_c = 1,6$ GeV

jobb, mint 5%-os pontossági jóslatok

$\boxed{b\bar{b}}$ Υ állapotok

9,5 GeV 1s
10,0 GeV 2s 1^{--}
10,75 GeV 3s



σ ugyanaz, mint $c\bar{c}$-nél

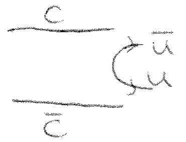
α_s aszimptotikus szabadság szerint csökken

m_b szabad param = 4,5 GeV

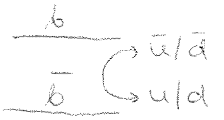
Darwin tag járuléka < 10% ⇒ jogos a nem-relativisztikus közelítés

u, d kvarkra nem használható

Zweig-szabály:



D $\bar{D}$ mezon



B $\bar{B}$ mezon

(3,8 GeV)

nagy $c\bar{c}$ tömegnél polarizálódik a vákuum

$b\bar{b}$ (10,6 GeV)

erősen bomlik a $c\bar{c}$ / $b\bar{b}$ rendszer

Zweig megengedett bomlások

Maganyag térelmélete

Weizsäcker → cseppmodell

$$\epsilon(A,Z) = A\left[\frac{4\pi}{3} r_0^3 \epsilon_0 + a_{sym}\frac{(N-Z)^2}{A^2} + 4\pi r^0 A^{-1/3}\epsilon_{felület} + \frac{3}{5}\frac{e^2 Z^2}{r_0 A^{4/3}}\right]$$

kötési energia/nukleon

$\epsilon(A,Z) - Zm_p - (A-Z)m_N = B$ szaturálódik $\frac{B}{A} \sim -16{,}3$ MeV

$r_0 = 1{,}16$ fm

Hofstadter → elektron-nukleon rugalmas szórás

$\varrho_0 = \frac{1}{\frac{4\pi}{3} r_0^3} = 0{,}153\ fm^{-3}$

$A \to \infty$ a maganyag

$\varrho_0 = \frac{(2J+1)(2I+1)}{2\pi^2}\int_0^{k_F} k^2\,dk =$ Fermi-gömb (4 db)

$= \frac{2k_F^3}{3\pi^2}$ $\quad k_F = 1{,}31\ fm^{-1}$

$\frac{B}{A} + m_N = \frac{\epsilon_0}{\varrho_0}$ $\quad \epsilon_0 = 141\ \frac{MeV}{fm^3}$

$\epsilon_0 = \frac{4}{2\pi^2}\int_0^{k_F} k^2\,dk\,\sqrt{k^2 + m_{eff}^2}$

$m_{eff} = 0{,}77\, m_N$ maganyagban $A \to \infty$ esetén lecsökken a tömeg

kompresszibilitás: $K = 9\left[\varrho^2 \frac{d^2}{d\varrho^2}\left(\frac{\epsilon}{\varrho}\right)\right]_{\varrho=\varrho_0} \approx 200-300$ MeV

1955. Johnson, Teller

ψ nukleon Dirac bispinor

σ skalár mező (vonzó rész) m_σ

ω_μ vektor mező (taszító) m_ω

$m_\omega > m_\sigma$

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi}\left[i\gamma^\mu(\partial_\mu + ig_\omega \omega_\mu) - (m - g_\sigma \sigma)\right]\Psi +$$

$$+ \frac{1}{2}(\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - m_\sigma^2 \sigma^2) - V(\sigma) - \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu$$

$$\omega_{\mu\nu} = \partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu$$

téregyenletek:

$$(\Box + m_\sigma^2)\sigma = g_\sigma \bar{\Psi}\Psi$$

$$(\Box + m_\omega^2)\omega_\mu - \partial_\mu \partial^\nu \omega_\nu = g_\omega \bar{\Psi}\gamma_\mu \Psi$$

bariontöltés megmarad $\Rightarrow \partial_\mu \bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi = 0$

$\Rightarrow \partial_\nu \omega^\nu = 0$

MFA = átlagtér közelítés

homogén alapállapoti átlagtér: $\langle \omega_\mu(x) \rangle = \Omega_\mu$ (szám)

$\langle \sigma(x) \rangle = \Sigma$

$$m_\sigma^2 \Sigma = g_\sigma \langle \bar{\Psi}\Psi \rangle$$

$$m_\omega^2 \Omega_\mu = g_\omega \langle \bar{\Psi}\gamma_\mu \Psi \rangle$$

Dirac egyenletbe is a helyfüggetlen átlag tereket írjuk $\Rightarrow \Psi$-re az egyenletet

$$\left[\gamma^\mu \underbrace{(k_\mu - g_\omega \Omega_\mu)}_{K_\mu} - \underbrace{(m - g_\sigma \Sigma)}_{m_{eff}}\right]\Psi(k) = 0$$

$K_0 = \sqrt{\underline{K}^2 + m_{eff}^2}$ disp. rel.

nukleon energiája $\epsilon(\underline{k}) = k_0 - g_\omega \Omega_0 + E(\underline{k})$

$$E(\underline{k}) = \sqrt{(\underline{k} - g_\omega \underline{\Omega})^2 + m_{eff}^2}$$

$$\langle \bar{\Psi}\gamma_i \Psi \rangle = 4\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{\partial E(\underline{k})}{\partial k_i} \Theta(k_F - |\underline{k}|) = \dots = 0 \qquad i=1,2,3$$

$\Rightarrow \Omega_i = 0$

$$\langle \bar{\Psi}\gamma_0 \Psi \rangle = \langle \Psi^+ \Psi \rangle = \rho = 4\int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \Theta(k_F - |\underline{k}|)$$

$\Rightarrow m_\omega^2 \Omega_0 = g_\omega \rho$

$$\langle \bar\Psi \Psi \rangle = 4 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{m_{eff}}{\sqrt{k^2 + m_{eff}^2}} \Theta(k_F - |k|) = \rho_s$$

$$m_\sigma^2 \Sigma = g_\sigma \rho_s$$

megmaradó mennyiséghez van kémiai potenciál (→ bariontöltés)

$$\mu = \epsilon(k_F) \text{ lerögzítjük } \Rightarrow k_F(\mu)$$

önkonzisztens egyenlet
$$m_{eff} = m - g_\sigma \Sigma$$
$$k_F(\mu, \Omega_0, \Sigma)$$

minden rögzített μ-re lesz Ω_0 és Σ érték

$$g_\sigma \Sigma = \left(\frac{g_\sigma}{m_\sigma}\right)^2 \rho_s(\mu, g_\omega \Omega_0, g_\sigma \Sigma)$$

$$g_\omega \Omega = \left(\frac{g_\omega}{m_\omega}\right)^2 \rho(\mu, g_\omega \Omega_0, g_\sigma \Sigma)$$

$\rho_s \approx \rho$, $g_\sigma \Sigma$ kicsi, $m_{eff} \approx m$

ρ nagy, $g_\sigma \Sigma \to m$, $m_{eff} \approx 0$

energia-impulzus-tenzor

$$T^{\mu\nu} = g^{\mu\nu} \mathcal{L} + \sum_{\substack{\text{terek} \\ \phi}} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \partial^\nu \phi$$

$$\langle T^{00} \rangle = \varepsilon = -\langle \mathcal{L} \rangle + \langle \bar\Psi \gamma_0 k_0 \Psi \rangle = \frac{1}{2} m_\sigma^2 \Sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \Omega_0^2 + \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} \sqrt{k^2 + m_{eff}^2}\, k^2 dk$$

$$\langle T^{ii} \rangle = -p = \langle \mathcal{L} \rangle + \frac{1}{3} \langle \bar\Psi \underline{\gamma}\, \underline{k} \Psi \rangle =$$

$$= -\frac{1}{2} m_\sigma^2 \Sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \Omega_0^2 + \frac{1}{3} \frac{2}{\pi^2} \int_0^{k_F} \frac{dk\, k^4}{\sqrt{k^2 + m_{eff}^2}}$$

$$\varepsilon(\Sigma, \Omega_0, \mu, g_\omega, g_\sigma)$$
$\mu \to \rho$

sűrűség fv-ében lehet ε, p-t kiszámolni

$\Rightarrow$ K számolás

paramétereket illeszteni a mérésekre

Neutroncsillag

↳ túlnyomórészt neutron

Coulomb-energia $\leq$ gravitációs energia

$\Rightarrow \frac{Z}{A} < 10^{-36}$

$n \longleftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ β-egyensúly

↳ kirepülve $\Rightarrow$ eltűnnek $\Rightarrow \mu_{\nu_e} = 0$

$\mu_n = \mu_p + \mu_e + \cancel{\mu_{\nu_e}}$

két megmaradás → töltés, → barionszám } két független kémiai pot.

tetszőleges részecske kémiai potenciálja ki-fejezhető μ_n és μ_e segítségével

$$\mu = b\mu_n - q\mu_e$$

$N + N \longleftrightarrow N + \Lambda + K$

↳ 2γ (K^0) $\xrightarrow{\gamma \text{ kirepül}}$ $\mu(K^0) = 0$

↳ $\mu^- + \bar{\nu}_\mu$ (K^-) $\mu(K^-) = \mu_\mu = \mu_e$

ritkaság nem marad meg

hiperonok meg tudnak jelenni az alapállapotban

$\Rightarrow$ barion oktett + Δ dekuplett benne a neutronanyag modellbe

$\rho_{\text{neutroncsillag}} \leq 4\text{-}5\, \rho_0$ $\Rightarrow$ nem nagyon kell a dekuplett

neutronanyag Lagrange

$$\mathcal{L} = \sum_B \bar{\Psi}_B (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_B + g_{\sigma B}\sigma - g_{\omega B}\gamma_\mu \omega^\mu - g_{\rho B}\gamma_\mu \tfrac{1}{2}\tau\rho^\mu)\Psi_B +$$

$$+ \frac{1}{2}(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m_\sigma^2\sigma^2) - \frac{1}{3} b m_n (g_\sigma\sigma)^3 - \frac{1}{4}c(g_\sigma\sigma)^4 -$$

$$- \frac{1}{4}\omega_{\mu\nu}\omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\omega^2\omega_\mu\omega^\mu - \frac{1}{4}\rho^{\mu\nu}\rho_{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho^\mu\rho_\mu +$$

$$+ \sum_l \bar{\Psi}_l (i\gamma^\mu\partial_\mu - m_l)\Psi_l$$

↑ leptonok (e^-, μ^-)

$\rho_i^B = (2J_i+1)\, b^i \frac{(k_F^i)^3}{6\pi^2}$ $\qquad i$ = részecske

$Q_i = q_i\,(2J_i+1)\frac{(k_F^i)^3}{6\pi^2}$

$\rho^B = \sum_i \rho_i^B$

$Q = \sum_i Q_i = 0 \to$ kényszer $\Rightarrow \mu_e$ $\Big\}$ két megmaradó mennyiség

$\mu_i = \mathcal{E}(k_F^i)$ $\qquad \mu_e = (m_e^2 + |k_F^e|^2)^{1/2}$

$\rho^B \Rightarrow \mu_n$

04.07.

Neutronanyag térelmélete összefoglaló:

barion oktett, $\vec{\rho}_\mu$ izovektor, ω_μ izoskalár vektormezon, σ izoskalár skalármezon, töltött leptonok (e, μ)

$\to \beta$-egyensúly (gyenge és em folyamatok)

átlagtér közelítés $\to$ nem nulla átlagtér:

$\left.\begin{array}{l} \omega_0 \to \Omega_0 \\ \rho_0^3 \to R_{03} \\ \sigma \to \Sigma \end{array}\right\}$ vákuum várható érték alapállapot semleges

átlagtér egyenletek

$$\Omega_0 = \sum_B \frac{g_{\omega B}}{m_\omega^2}\rho_B \quad \to \quad \rho_B = \overbrace{(2J_B+1)}^{2}\frac{(k_B^F)^3}{6\pi^2} = \langle\bar\psi\gamma^0\psi\rangle_B$$

$$R_{03} = \sum_B \frac{g_{\rho B}}{m_\rho^2} I_{3B}\,\rho_B \quad ?$$

$$\Sigma = \sum_B \frac{g_{\sigma B}}{m_\sigma^2}\rho_{S,B} - b\frac{m_n}{m_\sigma^2} g_\sigma (g_\sigma\Sigma)^2 - c\frac{g_\sigma}{m_\sigma^2}(g_\sigma\Sigma)^3$$

önkölcsönhatás

$$\rho_{S,B} = \langle\bar\psi\psi\rangle_B = \overbrace{(2J_B+1)}^{2}\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{k_B^F} k^2\,dk \times \frac{m_{eff\,B}(\Sigma)}{\sqrt{k^2 + m_{eff\,B}^2(\Sigma)}}$$

$$m_{eff\,B}(\Sigma) = m_B - g_{\sigma B}\Sigma$$

Dirac-egyenleteket ψ_B-re

$$\varepsilon_B(k) = g_{\omega\Omega}\Omega_0 + g_{\rho B} R_{03} I_{3B} + \sqrt{k^2 + m^2_{eff\,B}(\Sigma)}$$

k_B^F egyenlete $\mu_B = \varepsilon_B(k_B^F)$

kémiai potenciál $\rightarrow$ két megmaradó mennyiség

barionszám és elektromos töltés

$$\mu_B = b\mu_n - q_B\mu_e$$

leptonok $\mu_\ell = \sqrt{(k_\ell^F)^2 + m_\ell^2}$ $\quad \mu_\ell = -q\mu_e \Rightarrow \mu_\mu = \mu_e$

$$\begin{cases} \rho_{B,\text{teljes}} = \sum_B \rho_B \rightarrow \text{szabad paraméter} \rightarrow \text{lehet rögzíteni} \\ 0 = Q_{\text{teljes}} = \sum_B q_B\rho_B + \sum_\ell q_\ell \underbrace{2\frac{(k_\ell^F)^3}{6\pi^2}}_{\rho_\ell} \end{cases}$$

$\rightarrow$ két egyenletből meghatározható a két független kémiai potenciált $\Rightarrow$ Fermi-impulzusok $\Rightarrow$ ...

megoldjuk az átlagtéregyenleteket

Neutronanyag állapotegyenlete

$$\varepsilon(\rho_{B,\text{teljes}}) = \frac{1}{3} b\, m_N (g_\sigma\Sigma)^3 + \frac{1}{4} c (g_\sigma\Sigma)^4 + \frac{1}{2} m_\sigma^2 \Sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \Omega_0^2 +$$
$$+ \frac{1}{2} m_\rho^2 R_{03}^2 + \sum_B (2J_B+1)\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{k_B^F} dk\, k^2 \sqrt{k^2 + m^2_{eff\,B}(\Sigma)} +$$
$$+ \sum_\ell (2J_\ell+1)\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{k_\ell^F} dk\, k^2\sqrt{k^2+m_\ell^2}$$

$$p(\rho_{B,\text{teljes}}) = -\frac{1}{3} b\, m_n (g_\sigma\Sigma)^3 - \frac{1}{4} c(g_\sigma\Sigma)^4 - \frac{1}{2} m_\sigma^2\Sigma^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \Omega_0^2 +$$
$$+ \frac{1}{2} m_\rho^2 R_{03}^2 + \frac{1}{3}\sum_B (2J_B+1)\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{k_B^F} dk\, k^2 \frac{k^2}{\sqrt{k^2 + m^2_{eff\,B}}} +$$
$$+ \frac{1}{3}\sum_\ell (2J_\ell+1)\frac{1}{2\pi^2}\int_0^{k_\ell^F} dk\, k^2 \frac{k^2}{\sqrt{k^2+m_\ell^2}}$$

állapotegyenlet $p(\varepsilon)$

$$\mathcal{H}_{Dirac} = \gamma_0\left[\underline{\gamma}\,\underline{k} + g_{\omega B}\gamma_\mu\omega^\mu + g_{\rho B}\frac{1}{2}\underline{\tau}\rho^\mu\gamma_\mu + m_{B\,eff}(\sigma)\right]$$

$$\langle \Psi_k^+, \mathcal{H}_B \Psi_k\rangle = g_{\omega B}\Omega_0 + g_{\rho B} I_{3B} R_{0B} + \underbrace{\sqrt{k^2 + m^2_{eff\,B}(\Sigma)}}_{E(k)} = \varepsilon(k)$$

$$\frac{\partial \varepsilon(\xi)}{\partial \zeta} = \left\langle \frac{\partial \psi_\xi^+}{\partial \zeta}, \mathcal{H}_D \psi_\xi \right\rangle + \left\langle \psi_\xi^+, \mathcal{H}_D \frac{\partial \psi_\xi}{\partial \zeta} \right\rangle + \left\langle \psi_\xi^+, \frac{\partial \mathcal{H}_D}{\partial \zeta} \psi_\xi \right\rangle =$$

$$= \varepsilon(\xi) \left\langle \frac{\partial \psi_\xi^+}{\partial \zeta}, \psi_\xi \right\rangle + \varepsilon(\xi) \left\langle \psi_\xi^+, \frac{\partial \psi_\xi}{\partial \zeta} \right\rangle + \left\langle \psi_\xi^+, \frac{\partial \mathcal{H}_D}{\partial \zeta} \psi_\xi \right\rangle =$$

$$= \varepsilon(\xi) \underbrace{\frac{\partial}{\partial \zeta} \underbrace{\langle \psi_\xi^+, \psi_\xi \rangle}_{1}}_{0} + \left\langle \psi_\xi^+, \frac{\partial \mathcal{H}_D}{\partial \zeta} \psi_\xi \right\rangle$$

$$\bar{\psi} = \psi^+ \gamma_0$$

$$\varrho_{s,B} = \sum_\xi \langle \psi_\xi^+, \gamma_0 \psi_\xi \rangle = \sum_\xi \left\langle \psi_\xi^+, \frac{\partial \mathcal{H}_D}{\partial m_{eff}} \psi_\xi \right\rangle = \sum_\xi \frac{\partial \varepsilon(\xi)}{\partial m_{eff}} =$$

$$= (2J_B+1) \frac{1}{2\pi^2} \int^{\xi_F} d\xi \, \xi^2 \frac{m_{effB}}{\sqrt{\xi^2 + m_{effB}^2(\xi)}}$$

$$\frac{\partial E(\xi)}{\partial m_{eff}}$$

$$p \sim \sum_\xi \langle \bar{\psi} \gamma \xi \psi \rangle \to \xi_i \langle \psi_\xi^+, \gamma^0 \gamma_i \psi \rangle = \xi_i \frac{\partial \varepsilon(\xi)}{\partial \xi_i} \to \frac{\partial E(\xi)}{\partial \xi_i}$$

$$= \xi_i \frac{\xi_i}{\sqrt{\xi^2 + m_{eff}^2}} = \frac{\xi^2}{\sqrt{\xi^2 + m_{eff}^2}}$$

Kvarkanyag zsákmodell

$$n_q(\xi, \mu_q) = \frac{1}{e^{\frac{E(\xi) - \mu_q}{k_B T}} + 1} \qquad E_q(\xi) = (\xi^2 + m_q^2)^{1/2}$$

állapotegyenlet:

antikvarkok

$$\varepsilon = \sum_q \frac{g_q}{2\pi^2} \int_0^\infty \xi^2 d\xi \, E_q(\xi) \left[n(\xi, \mu_q) + n(\xi, -\mu_q) \right] + B$$

zsákállandó

$$T^{\mu\nu} = B g^{\mu\nu} + \dots$$

mint kozmológiai konstans

$$p = \frac{1}{3} \sum_q \frac{g_q}{2\pi^2} \int_0^\infty \xi^2 d\xi \, E_q(\xi) \left[n(\xi, \mu_q) + n(\xi, -\mu_q) \right] - B$$

$$\varepsilon - 3p = 4B$$

$$g_q = 2 \cdot 3 = 6$$

spin szín

$$\varrho_{B,\text{teljes}} = \frac{1}{3} \sum_q \frac{g_q}{2\pi^2} \int_0^\infty \xi^2 d\xi \left[n(\xi, \mu_q) - n(\xi, -\mu_q) \right]$$

$$\varepsilon = B + \sum_q \frac{3}{4\pi^2}\left[\mu_q k_q^F\left(\mu_q^2 - \frac{1}{2}m_q^2\right) - \frac{1}{2}m_q^4 \ln\frac{\mu_q + k_q^F}{m_q}\right] \qquad \boxed{T=0}$$

$$\rho_{B,\,\text{teljes}} = \sum_q \frac{(k_q^F)^3}{3\pi^2}$$

param.

$$\mu_q = b_q \mu_B - \mu_e q_q = \sqrt{(k_q^F)^2 + m_q^2}$$

$\frac{1}{3}$ v. $-\frac{1}{3}$

$$\mu_u = \frac{1}{3}\mu_B - \frac{2}{3}\mu_e \,(= \mu_c)$$

$$\mu_d = \frac{1}{3}\mu_B + \frac{1}{3}\mu_e = \mu_s$$

$$q = 0 = \sum_q q_q \frac{(k_q^F)^3}{3\pi^2}$$

$$\mu_e, \mu_B \Rightarrow k_q^F \xrightarrow{B} \varepsilon$$

N. Glendenning (2003) könyv 2. kiadás Compact Stars

Neutron- vs. kvark-csillag

$$G_\mu^\nu = \varepsilon T_\mu^\nu$$ ← szemiklasszikusan $\langle T_\mu^\nu \rangle$ kvantumállapotokból

G_μ^ν: téridő geometria; T_μ^ν: energia-impulzus tenzor

$$(ds)^2 = e^{2\nu(r)}(dt)^2 - e^{2\lambda(r)}(dr)^2 - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin\theta\, d\varphi^2$$

$\langle T_\mu^\nu \rangle = 0$ Schwarzschild

M ← kívül nézzük

$$e^{2\nu} = 1 - \frac{2GM}{r}$$

$$e^{2\lambda} = \frac{1}{1 - \frac{2GM}{r}}$$

$r_s = 2GM$ Schwarzschild-sugár

relativisztikus folyadék gömb

$$T^{\mu\nu} = -p g^{\mu\nu} + (p+\varepsilon) u^\mu u^\nu$$

$$u^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}$$

$$r^2 G_0^0 = -\frac{d}{dr}\left[r\left(1 - e^{-2\lambda(r)}\right)\right] = -8\pi G r^2 \varepsilon$$

$$e^{-2\lambda(r)} = 1 - \frac{8\pi G}{r}\Big(\underbrace{\int_0^r \varepsilon(r) r^2 dr\, 4\pi}_{M(r)}\Big)\frac{1}{4\pi} = 1 - \frac{2GM(r)}{r}$$

$M(r)$: teljes energia

izotróp folyadékgömbbel lehet a Schwarzschild megoldást befelé folytatni

Oppenheimer, Volkoff (1938) → álló csillag

$$\frac{dp(r)}{dr} = -\frac{(p+\varepsilon)\left[GM(r) + 4\pi r^3 p(r)\right]}{r(r - 2GM(r))}$$

$r > r_s$ esetén $\frac{dp(r)}{dr} < 0$ csökken a nyomás természetesen

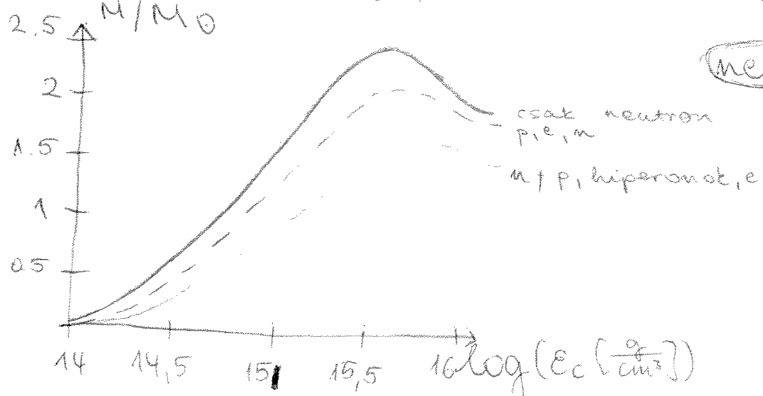
$\varepsilon(p)$-t megadva

numerikusan origóból integrálva $\varepsilon(0) = \varepsilon_c$ paraméterrel $(M(0) = 0)$

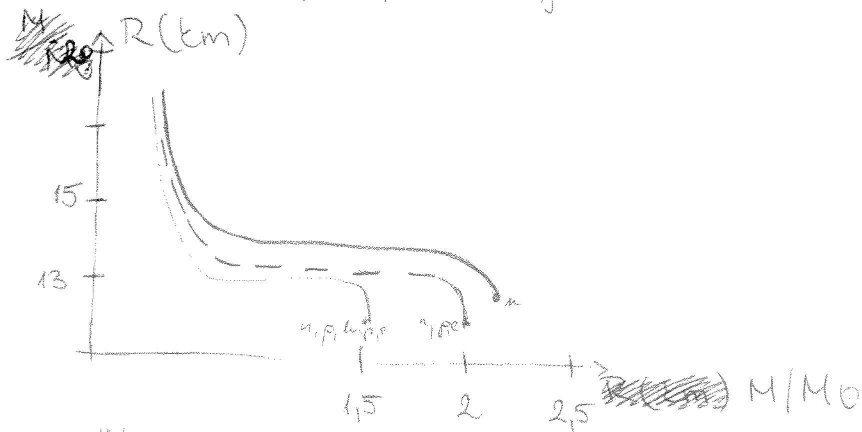
$p(R) = 0$-ig integráljuk ⇒ csillag széle

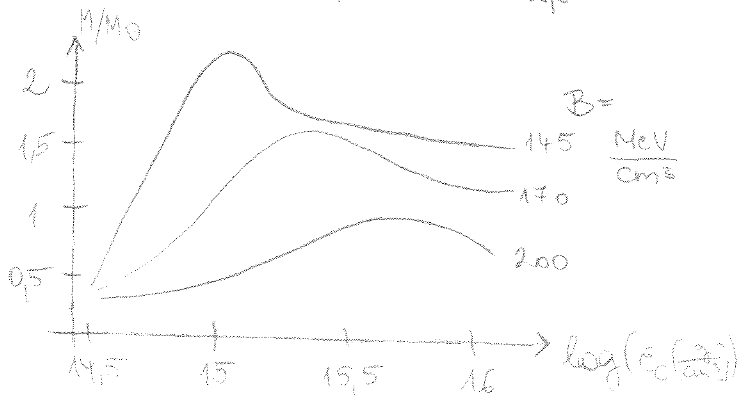
⇒ R meghatározható ε_c fv-ében

$M(R) = M(\varepsilon_c)$ reláció is megvan



neutroncsillag





kvarkcsillag

hibrid csillag :