elektrodinamika esetén $\bar{\Psi}\left(i(\partial_\mu + iA_\mu)\gamma^\mu - m\right)\Psi$

$\mathcal{L}_{foton} = \frac{1}{4e^2} F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$ $\quad A_\mu = e\,\mathcal{A}_\mu$

töltés, igazi 4es potenciál

$$\boxed{\mathcal{L}_{kvark} = \bar{q}(x)\left[i(\partial_\mu + i\underset{\uparrow}{g}\,\mathcal{A}_\mu)\gamma^\mu - m_q\right]q(x)}$$

erős csatolási állandó

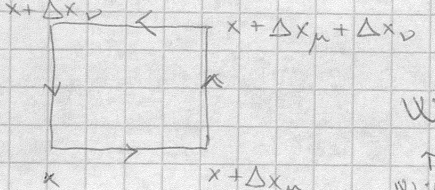
$\bar{q}(x) = q^+(x)\gamma^0$

$\bar{q}(x) \to \bar{q}(x)\,\omega^{-1}(x)$

ez külső gluontere esetén jó, kell a gluonok dinamikája is

követelmény: - négyzetes kifejezés (egyszerűség)

- legegyszerűbb invariáns kombináció



$$W = e^{i\Delta x_\nu A^\nu(x\,\cancel{\dots})}\, e^{i\Delta x_\mu A^\mu(x+\Delta x_\nu\,\cancel{\dots})}\, e^{-i\Delta x_\nu A^\nu(x+\Delta x_\mu)}\, e^{-i\Delta x_\mu A^\mu(x)}$$

Wilson-hurok = 4 párhuzamos eltolás

$$W = e^{i\Delta x_\nu A^\nu(x)}\, e^{i\Delta x_\mu A^\mu(x+\Delta x_\nu)}\, e^{-i\Delta x_\nu A^\nu(x+\Delta x_\mu)}\, e^{-i\Delta x_\mu A(x)}$$

$\approx F_{\mu\nu}\Delta x^\mu \Delta x^\nu$ fog kijönni

02.24.

$A_\mu j^\mu = -\bar{q}(x) A_\mu^{(x)}\gamma^\mu q(x)$ a gluontér és a kvarktér közötti csatolás

$A_\mu(x) = -g\mathcal{A}_\mu(x)$ $\quad$ g a csatolás erőssége

$A_\mu(x) = t^a A^a_\mu(x)$ $\quad a = 1,\dots,8 \to 8$ vektorpotenciál komp.

$$A_\mu j^\mu = \dots = \underbrace{g\,\bar{q}(x)\,t^a\gamma^\mu q(x)}_{j^{\mu a}(x)}\,A^a_\mu(x)$$

szín áram

em: $U(1)_{em}$ ábeli csoport → 1 generátor → fotontér

$\omega(x) = e^{i\varphi(x)}$

$j^\mu_{em} = \bar{q}q(x)\gamma^\mu q(x)$

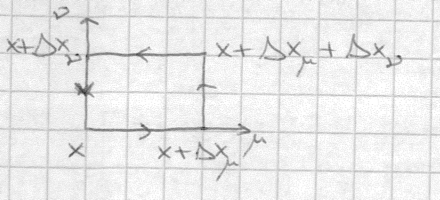
mértéktér dinamikája

$L_{em} = -\frac{1}{4}\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu}$ $\quad \mathcal{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu\mathcal{A}_\nu - \partial_\nu\mathcal{A}_\mu$

↳ kvadratikus alak → szabad elméletet

ERŐS KÖLCSÖNHATÁS A KVARKOKTÓL AZ ATOMMAGOKIG 02.24.

$F_{\mu\nu}$ elektrodinamikában invariáns



zárt görbén körbeviszzük az $\omega(x)$-vel transzformálódó $\varphi(x)$ teret

$$U(x) = e^{-i\Delta x^\mu A_\mu(x)}$$

$$U^\dagger(x+\Delta x_\nu, x)\, U^\dagger(x+\Delta x_\mu+\Delta x_\nu, x+\Delta x_\nu)\, U(x+\Delta x_\mu+\Delta x_\nu, \Delta x_\mu + x)\, U(x+\Delta x_\mu, x)\,\phi(x) =$$
$$= e^{+i\Delta x_\nu A^\nu(x)}\, e^{+i\Delta x_\mu A^\mu(x+\Delta x_\nu)}\, e^{-i\Delta x_\nu A^\nu(x+\Delta x_\mu)}\, e^{-i\Delta x_\mu A^\mu(x)}\,\phi(x) =$$
$$\approx \left(1+i\Delta x_\nu A^\nu(x) - \tfrac12(\Delta x_\nu)^2(A^\nu(x))^2\right)\left(1+i\Delta x_\mu A^\mu(x) + i\Delta x_\mu \Delta x_\nu \partial^\nu A^\mu(x) -\right.$$
$$\left. - \tfrac12(\Delta x_\mu)^2(A^\mu(x))^2\right)\left(1 - i\Delta x_\nu A^\nu(x) - i\Delta x_\nu\Delta x_\mu \partial^\mu A^\nu(x) - \tfrac12 (A^\nu(x))^2(\Delta x_\nu)^2\right) \times$$
$$\times\left(1 - i\Delta x_\mu A^\mu(x) - \tfrac12(\Delta x_\mu)^2(A^\mu(x))^2\right)\phi(x) =$$

$$= \Big[1 + i\Delta x_\nu \Delta x_\mu\left(\partial^\nu A^\mu(x) - \partial^\mu A^\nu(x)\right) - (\Delta x_\nu)^2(A^\nu(x))^2 - (\Delta x_\mu)^2(A^\mu(x))^2 -$$
$$- \Delta x_\mu\Delta x_\nu A^\nu(x)A^\mu(x) + (\Delta x_\nu)^2(A^\nu(x))^2 + \Delta x_\nu \Delta x_\mu A^\nu(x) A^\mu(x) +$$
$$+ \Delta x_\mu \Delta x_\nu A^\mu(x) A^\nu(x) + (\Delta x_\mu)^2 (A^\mu(x))^2 - \Delta x_\nu \Delta x_\mu A^\nu(x) A^\mu(x)\Big]\phi(x) =$$

$$= \Big[1 - i\Delta x_\mu \Delta x_\nu\left(\partial^\mu A^\nu(x) - \partial^\nu A^\mu(x) + iA^\mu(x)A^\nu(x) - iA^\nu(x)A^\mu(x)\right)\Big]\phi(x) =$$
$$= \left(1 - i\Delta x_\mu\Delta x_\nu F^{\mu\nu}(x)\right)\phi(x)$$

$$F^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu A^\nu(x) - \partial^\nu A^\mu(x) + i\left[A^\mu(x), A^\nu(x)\right]$$

$A^\mu = -g\mathcal{A}^{\mu a} t^a \to$ uniter csoport generátorai

$[t^a, t^b] = i f^{abc} t^c$

↳ struktúra állandók (teljesen antiszimm.)

$$-g t^a \mathcal{F}^{\mu\nu a}(x) = t^a F^{\mu\nu a}(x) = -g t^a\left(\partial^\mu \mathcal{A}^{\nu a}(x) - \partial^\nu\mathcal{A}^{\mu a}(x)\right) -$$
$$- g^2 f^{bca}\mathcal{A}^{\mu b}(x)\mathcal{A}^{\nu c}(x)\, t^a$$

$$\mathcal{F}^{\mu\nu a}(x) = \partial^\mu\mathcal{A}^{\nu a}(x) - \partial^\nu \mathcal{A}^{\mu a}(x) + g f^{abc}\mathcal{A}^{\mu b}(x)\mathcal{A}^{\nu c}(x)$$

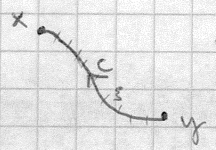
$$\boxed{\mathcal{L}_{gluon} = -\frac14 \mathcal{F}^{\mu\nu a}(x)\,\mathcal{F}^a_{\mu\nu}(x)}$$

ez nem-ábeli csoport miatt nem lineáris f
térerősség ⇒ gluonoknak van színtöltése → más-
hogy viselkednek, mint az elektrodinamika → a
gluonok öntölcsönhatóak
glueball = gluonlabda → kvarkmentes kötött állapota
az erős kölcsönhatásnak

ez az elmélet skálainvariáns → g dimenziótlan,
gluonoknak nincs tömege, bezárás → nem lehet
megfigyelni a gluonokat → megjelenik egy nem-
triviális skála ?

Transzformáció:
(elektrodinamikában $f^{\mu\nu}$ invariáns)

$U(x,y) \longrightarrow \omega(x)\, U(x,y)\, \omega^{-1}(y)$ „bilokálisan" transzform.



pályafüggő eltolás

$$\hat{T}_C\left(\prod_{\xi} U(\xi+\Delta x, \xi)\right)\phi(y) = U_C(x,y)\phi(y)$$

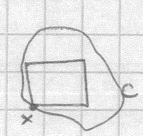
$$\hat{T}_C\left[\prod_{\xi} (1-\Delta x_\nu A^\nu(\xi))\right]\phi(y) = \phi(x)$$

C pálya menti rendezés $\Big)\,\omega$

$$\underbrace{\omega(x)\, U_C(x,y)\, \omega^{-1}(y)}\,\omega(y)\,\phi(y) = \omega(x)\phi(x)$$

$$U_C^\omega(x,y)\,\phi^\omega(y) = \phi^\omega(x)$$

$W_C(\cancel{x},x) \to \omega(x)\, W_C(x,x)\, \omega^{-1}(x) = W_C^\omega(x,x)$



$\mathrm{Tr}\, W_C^\omega(x,x) = \mathrm{Tr}\left(\omega\, W_C\, \omega^{-1}\right) = \mathrm{Tr}\, W_C(x,x)$ mértékinvariáns mennyiség

a nem-ábeli $F^{\mu\nu}$ transzformálódik

$$\omega(x)\, F^{\mu\nu}(x)\, \omega^{-1}(x)$$

$\mathcal{L}_{kvark}$ → láttuk, hogy invariáns

$\mathcal{L}_{gluon}$?

$$\mathcal{L}_{gluon} = -\frac{1}{4} f^{\mu\nu a}(x)\, f^{a}_{\mu\nu}(x) = -\underset{\text{szám}}{c}\,\mathrm{Tr}\, f^{\mu\nu}(x)\, f_{\mu\nu}(x) =$$

$$= -c\,\mathrm{Tr}\, t^a t^b f^{\mu\nu a} f^b_{\mu\nu}$$

$\mathrm{Tr}\,(t^a t^b) = \frac{1}{2}\delta^{ab}$ $\Rightarrow c \overset{?}{=} \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ át lehet így írni $\mathcal{L}_{gluont}$

ugyan $f^{\mu\nu}$ transzformálódik, de

$$\mathcal{L}_{gluon} \longrightarrow \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(\omega f^{\mu\nu} \underbrace{\omega^{-1}\omega}_{1} f_{\mu\nu}\,\omega^{-1}\right) = \mathcal{L}_{gluon}$$ invariáns

$\mathcal{L}_{QCD} = \mathcal{L}_{gluon} + \mathcal{L}_{kvark}$ nem-ábeli mértékinvariáns elmélet SU(3)-ra