$$\mathcal{L}_{NSM} = \frac{F^2}{4} Tr(\partial_\mu \mathcal{U} \partial^\mu \mathcal{U}^+) + \frac{F^2}{4} \cdot 2B\, Tr(\mathcal{M}(\mathcal{U} + \mathcal{U}^+))$$

$$\mathcal{U} = e^{i\frac{\lambda^a \varphi^a}{F}}$$

sorfejtés 4edrendig

SU(2) szimm. $\varphi = \lambda^a \varphi^a \Downarrow$ $\lambda^a \to \sigma^a$ Pauli

$\mathcal{M} = \begin{pmatrix} m_u & 0 \\ 0 & m_d \end{pmatrix}$

$m_\pi^2 = B(m_u + m_d)$

$\pi\pi \to \pi\pi$ vezető rendű kiszámítása

$$\mathcal{L}^{(4)} = \frac{F^2}{4}\left[-\frac{2}{3!F^4} Tr(\partial_\mu \varphi \partial^\mu \varphi^3) + \frac{1}{4F^4} Tr(\partial_\mu \varphi^2 \partial^\mu \varphi^2)\right] +$$

$$+ \frac{F^2}{4} 2B \frac{1}{4!F^4} 2 Tr(\mathcal{M}\varphi^4)$$

$$Tr(\sigma^a\sigma^b\sigma^k\sigma^l) = Tr[(\delta^{ab} + i\varepsilon^{abc}\sigma^c)(\delta^{kl} + i\varepsilon^{klm}\sigma^m)] =$$

$$= 2\delta^{ab}\delta^{kl} - 2\underbrace{\delta^{cm}\varepsilon^{abc}\varepsilon^{klm}}_{\underbrace{\varepsilon^{abc}\varepsilon^{klc}}_{(\delta^{ak}\delta^{bl} - \delta^{al}\delta^{bk})}}$$

$$\mathcal{L}^{(4)} = -\frac{1}{6F^2}\partial_\mu \varphi^a \partial^\mu(\varphi^a\varphi^b\varphi^b) + \frac{1}{8F^2}\partial_\mu(\varphi^a\varphi^a)\partial^\mu(\varphi^b\varphi^b) +$$

$$+ \frac{B}{4!F^2}(m_u + m_d)\varphi^a\varphi^a\varphi^b\varphi^b$$

$$S_{fi} = -i\int d^4x \langle \pi^e(p_3)\pi^f(p_4)| :\mathcal{L}^{(4)}: |\pi^c(p_1)\pi^d(p_2)\rangle =$$

$\pi^0 \Rightarrow \pi^3$

$\pi^\pm \to (\pi^1 \pm i\pi^2)\frac{1}{\sqrt{2}}$

$$= -i\int d^4x \langle 0|a^e(p_3)a^f(p_4) :\mathcal{L}^{(4)}: a^c(p_1)^+ a^d(p_2)^+|0\rangle =$$

$$* \quad \varphi^a(\vec{x},t) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{2p_0}\left(a^a(p)e^{-ipx} + a^{a+}(p)e^{ipx}\right)$$

$$p_0 = \sqrt{\vec{p}^{\,2} + m_\pi^2} \qquad [a^a(p), a^{b+}(p')] = \delta^{ab}\delta(\vec{p} - \vec{p}\,')2p^0(2\pi)^3$$

$$\langle 0|a^e(p_3)a^f(p_4) :\partial_\mu \varphi^a \partial^\mu(\varphi^a\varphi^b\varphi^b): a^{c+}(p_1)a^{d+}(p_2)|0\rangle$$

párosítások ...

$\Rightarrow \cdot 2$

$\Rightarrow \cdot 2 = *$

$** \quad a^f(p_4)a^a(p)^+ ip^\mu e^{ipx}$ $\qquad -i(2\pi)^4\delta(p^4 + p^3 - p^2 - p^1) \Rightarrow$ overall szorzó

$$* = 2ip_4\, i(p_3 - p_1 - p_2)\,\delta^{af}\delta^{ae}\delta^{bc}\delta^{bd}$$

$e \; f \; a \; a \; b \; b \; c \; d$ $\quad 1 \to 2$

$$+ 2 i p_4 \, i(p_3-p_1-p_2)\, \delta^{af}\delta^{eb}(\delta^{bd}\delta^{ac}+\delta^{ad}\delta^{bc})$$

$= + \underset{m_\pi^2}{\underset{\shortparallel}{p_4^2}} (\delta^{fe}\delta^{cd}+\delta^{fc}\delta^{de}+\delta^{fd}\delta^{ec})$ ez három párosításnak felel meg

$e \leftrightarrow f$ $\quad p_3 \leftrightarrow p_4$ cseréjével továbbiak

$p_3\, i(p_4-p_1-p_2)$ újból ugyanaz az m_π-s járulék

a-kat párosítjuk c és d-vel

$-ip_1\, i(p_3+p_4-p_2)$ ebből is ugyanaz az eredmény

12 párosítást mind megnézünk elvileg

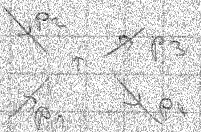
$$\langle \pi^e(p_3)\pi^f(p_4): \partial_\mu\varphi^a\partial^\mu\varphi^a\varphi^b\varphi^b : \pi^c(p_1)\pi^d(p_2)\rangle =$$

$$= 8 m_\pi^2(\delta^{fe}\delta^{cd}+\delta^{fc}\delta^{ed}+\delta^{fd}\delta^{ec})(-i(2\pi)^4\delta^{(4)}(p_3+p_4-p_1-p_2))$$

ugyanez a játék a többi tagra

$$\langle \pi^e(p_3)\pi^f(p_4): \partial_\mu\varphi^a\varphi^a\partial^\mu\varphi^b\varphi^b : \pi^c(p_2)\pi^d(p_1)\rangle =$$

$$= 8(\delta^{ef}\delta^{cd}\underbrace{(p_1+p_2)^2}_{s}+\delta^{fd}\delta^{ce}\underbrace{(p_1-p_3)^2}_{t}+\delta^{fc}\delta^{ed}\underbrace{(p_1-p_4)^2}_{u})$$



$s+t+u=4m_\pi^2$

1. 3. tag összevonható
2. tag energiafüggő

$$T_{fi} = A(s)\delta^{ef}\delta^{cd}+A(t)\delta^{fd}\delta^{ce}+A(u)\delta^{fc}\delta^{ed}$$

$$A(s) = \frac{1}{F^2}(s-m_\pi^2)$$
$\quad t \qquad\quad t$
$\quad u \qquad\quad u$

(Adler-0) $\quad T_{fi}(s=u=t=m_\pi^2)=0$ $\quad$ minden π-os elméletnek tudni kell

Nambu - Jona-Lasinio modell

$$\mathcal{L}_{NJL} = i\bar\psi_\alpha \not\partial \psi_\alpha + G\left[(\bar\psi_\alpha\psi_\alpha)^2 - (\bar\psi_\alpha i\gamma_5 t^a_{\alpha\beta}\psi_\beta)^2\right] \qquad t^a \quad SU(N)$$

$$\mathcal{L}_{segédterek} = -\frac{1}{G}\left(G\bar\psi_\alpha\psi_\alpha - \frac{1}{2}\sigma(x)\right)^2 + \frac{1}{G}\left(G\bar\psi_\alpha i\gamma_5 t^a_{\alpha\beta}\psi_\beta - \pi^a(x)\right)^2$$

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{NJL} + \mathcal{L}_{segédterek}$$

$\downarrow$ nincs önálló dinamikájuk

$$\frac{1}{2}\sigma(x) = G\bar\psi_\alpha\psi_\alpha$$

$$\mathcal{L} = i\bar\psi_\alpha\not\partial\psi_\alpha - \frac{1}{4G}\sigma^2 + \frac{1}{4G}(\pi^a)^2 + \bar\psi_\alpha(\sigma - i\gamma_5 t^a_{\alpha\beta}\pi^a)\psi_\beta$$

lineáris σ- modellel ekvivalens elmélet

$\langle 0|\sigma|0\rangle = v$ feltesszük a szimmetriasértést

$v = 2G\langle 0|\bar\psi_\alpha\psi_\alpha|0\rangle \to$ kondenzációja a kvarkoknak

Átlagtér közelítés a fermionokra:

$$i\not\partial\psi + v\psi = 0$$

$\uparrow$ tömegtag jelenik meg $\Rightarrow E = \sqrt{p^2+v^2}$

$$\langle\bar\psi\psi\rangle_p = \left\langle\frac{\partial H_p}{\partial m}\right\rangle_p = \left.\frac{\partial E(p)}{\partial m}\right|_{m=v} = \frac{v}{\sqrt{p^2+v^2}}$$

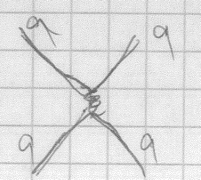
gap - egyenlet: $v = 2G\, v\int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{\sqrt{p^2+v^2}}$ $\quad v\neq 0$ kéne

$$1 = 2G\,\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\Lambda dp\,\frac{p^2}{\sqrt{p^2+v^2}}$$

ebből v számolható, de kell Λ levágási param.

eredetileg protonokra és neutronokra írták fel

ugyanez kvarkokra egy gluon kicserélődés



$$\mathcal{H}_I = \frac{2}{3}g^2\int d^3x\left(3\delta^\alpha_\delta\delta^\gamma_\beta - \delta^\alpha_\beta\delta^\gamma_\delta\right)\cdot \psi^{i+}_{\alpha\dot a}\psi^{j+}_{\gamma\dot c}\,\epsilon^{\dot a\dot c}\,\psi^\beta_{ib}\psi^\delta_{jd}\,\epsilon^{bd}$$

$i, j =$ íz $(1,2,3)$

$\alpha,\beta,\gamma,\delta =$ szín $(1,2,3)$

Weyl-spinor indexek $\Rightarrow \psi = \begin{pmatrix}\psi_{La}\\ \psi_R^{\dot a}\end{pmatrix}$

$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}$

olyan a szerkezet, hogy egy gluon kicserélődés esetén nincs flip: jobb-kezes jobb-kezes marad

kvark-kvark kondenzáció $\Rightarrow$ színszimmetria sértés

(a kvark-antikvark a királis sértés volt)

$$\langle \psi^{+i}_{\alpha\dot{a}} \psi^{+j}_{\gamma\dot{c}} \epsilon^{\dot{a}\dot{c}} \rangle = \frac{1}{3}\left(\Delta_8 + \frac{1}{4}\Delta_1\right)\delta^i_\alpha \delta^j_\gamma + \frac{1}{8}\Delta_1 \delta^i_\gamma \delta^j_\alpha$$

~~colour~~-flavour locked phase (CFL)

kondenzátumot diagonalizáljuk

$$\left.\begin{aligned} P_1 &= \Delta_8 + \frac{1}{4}\Delta_1 \\ P_2 = \dots = P_8 &= \frac{1}{8}\Delta_1 \end{aligned}\right\} \text{sajátértékek}$$

Dirac-egyenlet is diagonalizálódik

véges barionkémiai potenciál $\mu_B \neq 0$

kvark $k_0 \to k_0 - \mu$ $\qquad E_k = \sqrt{(|k|-\mu)^2 + Q^2}$

antikvark $k_0 \to k_0 + \mu$ $\qquad E_k = \sqrt{(|k|+\mu)^2 + Q^2}$

$Q_1 = \Delta_1$

$Q_2 = \dots = Q_9 = \Delta_8$ $\qquad$ más-más tömeg

itt is van gap-egyenlet a két független kondenzátumra

$$\frac{3}{4g^2}\left(\Delta_8 + \frac{1}{4}\Delta_1\right) = \frac{1}{2V}\sum_k \left\{ \frac{\Delta_1}{\sqrt{(|k|^2-\mu)^2 + \Delta_1^2}} + \frac{\Delta_1}{\sqrt{(|k|^2+\mu)^2 + \Delta_1^2}} \right\}$$

$$\frac{3}{4g^2}\left(\frac{1}{8}\Delta_1\right) = \frac{1}{2V}\sum_k \left\{ \frac{\Delta_8}{\sqrt{(|k|-\mu)^2 + \Delta_8^2}} + \frac{\Delta_8}{\sqrt{(|k|+\mu)^2 + \Delta_8^2}} \right\}$$

$\mu = 0$-ra nincs nem triviális megoldás

van μ_c kritikus barionkémiai pot., ami fölött cseppfolyósodik a kvark-kvark kondenzátum

μ_c-t nem tudjuk

van-e a neutroncsillag belsejében?