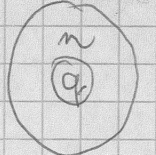
hibrid csillag :



04.14.

QCD királis szimmetriája

$$\mathcal{L}_{qA} = \sum_{i=1}^{N_f} \bar q^i_\alpha(x)\left(i\gamma^\mu D_\mu - m_i\right) q^i_\beta(x) =$$

$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu$

↳ $A^a_\mu t^a_{\alpha\beta}$

↳ ízfüggetlen

$$q^i(x) = \underbrace{\frac{1-\gamma_5}{2} q^i(x)}_{q^i_L(x)} + \underbrace{\frac{1+\gamma_5}{2} q^i(x)}_{q^i_R(x)} \qquad \gamma_5^2 = 1$$

γ_5 sajátállapotok

$$= \sum_{i=1}^{N_f} \left[\bar q^i_L(x)(i\gamma^\mu D_\mu) q^i_L(x) + \bar q^i_R(x)(i\gamma^\mu D_\mu) q^i_R(x) \right] + \sum_{i=1} m_i \left[\bar q^i_L q^i_R + \bar q^i_R q^i_L \right]$$

$m_u \approx m_d \approx 2-4$ MeV $\qquad m_s \approx 80-120$ MeV

$\Lambda_{QCD} \approx 150-200$ MeV $\quad$ ennél m_u, m_d kicsi

2 ízű QCD esetén jó közelítés

$U(N_f)$ unitér csoport $\quad q_L \to U_L q_L$ globális

$\qquad q_R \to U_R q_R$ transzformációk

$U_L(2) \times U_R(2)$

m_i tömegtag expliciten sérti a szimmetriát, de a skálák közti két nagyságrend miatt jó közelítés a szimmetria

$U(N_f) = e^{i\theta_a \tau^a}$

infitezimális $\Downarrow$

$$q^i \to \left[\frac{1}{2}(1-\gamma^5)(1+i\delta\theta^a_L\tau^a) + \frac{1}{2}(1+\gamma^5)(1+i\delta\theta^a_R\tau^a)\right] q^i$$

$$\left[1 + \frac{1}{2} i\left(\delta\theta^a_L + \delta\theta^a_R\right)\tau^a + i\gamma_5 \frac{1}{2}\left(\delta\theta^a_R - \delta\theta^a_L\right)\tau^a\right] q_i$$

$$\underbrace{\frac{1}{2}\left(\delta\theta^a_L + \delta\theta^a_R\right) = \delta\theta^a_V}_{\text{vektor}} \qquad \underbrace{\frac{1}{2}\left(\delta\theta^a_R - \delta\theta^a_L\right) = \delta\theta^a_A}_{\text{axiál}}$$

$e^{i\theta^a_V\tau^a} e^{i\gamma_5\theta^a_A\tau^a} q^i$ a transzformáció $U_V(N_f) \times U_A(N_f)$

$$M = \begin{pmatrix} m_u & & \\ & m_d & \\ & & m_s \end{pmatrix} = \frac{m_u + m_d + m_s}{\sqrt{6}}\lambda^0 + \frac{(m_u+m_d)/2 - m_s}{\sqrt{3}}\lambda^8 + \frac{m_u - m_d}{2}\lambda^3$$

$\mathcal{L}_m = -(\bar{q}^u \bar{q}^d \bar{q}^s) \underline{\underline{M}} \begin{pmatrix} q_u \\ q_d \\ q_s \end{pmatrix}$ tömegtag $= \bar{q} \underline{\underline{M}} q$

ennek megváltozása infinitezimális transzformációkra:

$$\delta \mathcal{L}_m = i \sum_{a=1}^{N_f^2-1} \left[-\delta\Theta_V^a \bar{q} [\underline{\underline{M}}, \tau^a] q - \delta\Theta_A^a \bar{q} \{\underline{\underline{M}}, \tau^a\} q \right]$$

$U(3)$ esetén $\tau^0 = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & 1 \end{pmatrix}$

$U_V(1)$ mindig szimmetria

ha $m_i = m \Rightarrow SU_V(N_f)$ szimmetria

királis határeset $M = 0$ $U_V(N_f) \times U_A(N_f)$

klasszikusan $U_A(1)$ szimmetria, de kvantumos effektusok miatt a mértékbozon (gluon) rész megváltozik $\delta \mathcal{L}_{\substack{\text{mérték} \\ \text{bozon}}} = i N_f \, \delta\Theta_A^0 \frac{3g^2}{32\pi^2} \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \operatorname{Tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu})$

ennek integrálja egy topologikus állandó

$U_A(1)$ kvantumosan sérül

04.28.

Erős kölcsönhatás királis szimmetriája

$\mathcal{L}_{QCD} \; (m_q = 0)$ globális

$\frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5) q(x) = q_{\substack{R \\ L}}(x) \longleftrightarrow U_L(N_f) \otimes U_R(N_f)$

$\Updownarrow$

$U_V(N_f) \otimes U_A(N_f)$

$m_q \neq 0$ esetén $U_V(1)$ $t^0 \sim \sqrt{\frac{2}{3}} \mathbb{1}$ marad meg

$\downarrow$

mindig szimm. $\Rightarrow$ barionszám

$m_q \neq 0$ de $m_q = m \; \forall q \Rightarrow SU_V(N_f)$ is szimm.

$SU_A(N_f)$ expliciten sérül

$U_A(1)$ mértékdinamika sérti

közelítő szimmetria $m_q \ll \Lambda_{QCD}$

$N_f = 2$ esetén nagyon jó közelítés

$U_V(N_f) \otimes U_A(N_f)$ egzakt lenne $\Rightarrow$ paritásban kü-lönböző, de azonos kvarkösszetételű (paritáspart-nerek) azonos tömegűek

$u\bar{d}$, $\bar{u}d$, $u\bar{u} \pm d\bar{d}$

$$M_{\text{skalár}}(u\bar{d}) \cong M_{\text{pszeudoskalár}}(u\bar{d})$$

$$\underbrace{a^+, a^-, a^0}_{980\,\text{MeV}}, \underbrace{\sigma}_{600-1200\,\text{MeV}} \qquad \underbrace{\pi^+, \pi^-, \pi^0}_{\approx 140\,\text{MeV}}, \underbrace{\eta}_{\approx 500\,\text{MeV}}$$

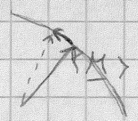
nagy különbség $\Rightarrow$

Nambu: spontán szimmetriasértés

rendparaméter $\rightarrow$ kondenzátum

$$\langle \bar{q}_\alpha q_\alpha \rangle \neq 0$$

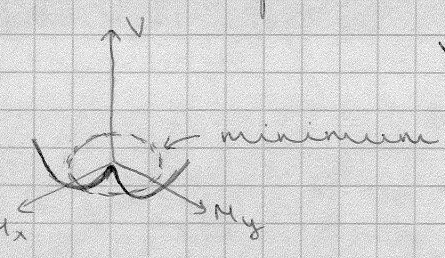
tömegtag $\mathcal{L}_m = -m\bar{q}q$



analógia: mágneseződtség

lecsökken a szimmetria $O(3) \rightarrow O(2)$

kis elmozduláshoz nincs szükség energiára



$$V = \alpha|M|^2 + \beta|M|^4 \qquad \alpha < 0$$

$|M| = $ áll.

Goldstone-tétel: spontán szimmetriasértés esetén 0 energiájú gerjesztések $\rightarrow$ 0 tömegű

$m_q = m \Rightarrow U_V(N_f)$ szimmetria, de $U_A(N_f)$ nem

annyi $m = 0$ gerjesztési módus, ahány sér-tetlen generátor

pszeudoskalár $\pi, K, \eta \leftrightarrow$ Goldstone bozon lenne

van kvarktömeg $\Rightarrow$ nem 0 π, K, η tömege

$$M_{ps}^2 \sim m_q \langle \bar{q}q \rangle$$

Goldstone dinamika $\Rightarrow$ effektív elmélet

$$\Omega(x) = \sqrt{2} \sum_a t^a \left(\sigma_a(x) + i\pi_a(x)\right)$$

$$\Omega(x) \to e^{i\theta_R^a t^a}\, \Omega\, e^{-i\theta_L^a t^a} = U_R \Omega U_L^+$$

$$\delta\Omega \to i\theta_V^a [t^a, \Omega] + i\theta_A^a \{t^a, \Omega\}$$

írjuk fel az erre invariáns elméletet

$$\mathrm{Tr}\, t^a t^b = \frac{1}{2}\delta^{ab} \quad , \quad \Omega^+ \to U_L \Omega^+ U_R^+$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mathrm{Tr}\left(\partial_\mu \Omega \partial^\mu \Omega^+ - \mu^2 \Omega^+ \Omega\right) - f_1 \left(\mathrm{Tr}(\Omega^+\Omega)\right)^2 - f_2 \mathrm{Tr}(\Omega^+\Omega\Omega^+\Omega) - *$$

$\mathrm{Tr}\,\Omega^+\Omega$ invariáns.

$$= 2\sum_a\sum_b (\sigma_a - i\pi_a)(\sigma_b + i\pi_b) \underbrace{\mathrm{Tr}\, t^a t^b}_{\frac{1}{2}\delta^{ab}} =$$

$$= \sum_a (\sigma_a^2 + \pi_a^2)\,\frac{1}{2}$$

ugyanígy $\partial_\mu\sigma_a\partial^\mu\sigma_a + \partial_\mu\pi_a\partial^\mu\pi_a$ kinetikus tag

$SU_R(2) \otimes SU_L(2) \sim O(4)$ izomorf (f_2 tag elhagyható)

$SU_R(3) \otimes SU_L(3)$ ritka kvarkkal

$U_A(3) \otimes U_V(3) \to$

$SU_A(3) \times SU_V(3) \times U_V(1)$

$* - g(\det\Omega + \det\Omega^+) \to$ csak SU esetén

spontán szimmetriasértéshez $\mu^2 < 0$

$\sigma^a(x) \to \sigma^a(x) + v^0\delta^{a0}$ $\qquad t^0 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ $\qquad$ kondenzátum szimmetriasértés

$\pi^a(x) \to \pi^a(x)$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\left\{\partial_\mu\sigma^a\partial^\mu\sigma^a + \partial_\mu\pi^a\partial^\mu\pi^a + |\mu^2|\left[(\sigma^a + v^0\delta^{a0})(\sigma^a + v^0\delta^{a0}) + (\pi^a)^2\right]\right\} -$$

$$(\sigma^a)^2 + (\pi^a)^2 + 2v^0\sigma^0 + (v^0)^2$$

$$- f_1\left((\sigma_a)^2 + (\pi_a)^2 + 2v^0\sigma^0 + (v^0)^2\right)^2$$

$$- f_1\left(\left((\sigma^a)^2 + (\pi^a)^2\right)^2 + 4v^0\sigma^0\left((\sigma^a)^2 + (\pi^a)^2\right) + 2v_0^2\left((\sigma^a)^2 + (\pi^a)^2\right) + 4(v^0)^2(\sigma^0)^2 + (v^0)^4 + 4(v^0)^3\sigma^0\right)$$

$(\pi^a)^2$, $(\sigma^{a\neq 0})^2$ kőzős együtthatók : $\frac{1}{2}|\mu|^2 - 2f_1(v_0)^2$

$(\sigma^0)^2$ $\qquad \frac{1}{2}|\mu|^2 - 2f_1(v_0)^2 - 4f_1(v_0)^2$

minimumhelyet keresve az jön ki, hogy a

pionok tömege 0 (Goldstone-bozon)

$\sigma^{a\neq 0}$ a f_2 és g tagok miatt lesz tömeges

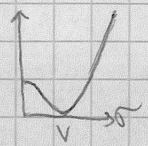
σ^0 a sértés irányú gerjesztés tömeges

$\sigma\pi N$ effektív elmélet

$a = 1,2,3$ izotriplett

$$\mathcal{L}_{\sigma\pi N} = \frac{1}{2}\left(\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \partial_\mu\pi^a\partial^\mu\pi^a\right) - \frac{\lambda}{2}\left(\sigma^2+(\pi^a)^2-v^2\right)^2 +$$

$$-\frac{\lambda}{2}\left[\left(\sigma^2+(\pi^a)^2\right)^2 - 2v^2\left(\sigma^2+(\pi^a)^2\right) + v^4\right]$$



$$+\bar\psi i\gamma_\mu\partial^\mu\psi - g\bar\psi\left(\sigma + i\tau^a\pi^a\gamma_5\right)\psi$$

$m_N = gv \Leftarrow$ 4D-ben

$\mathcal{M} = \mathbb{1}\sigma - i\tau^a\pi^a$ (2x2)

$$\mathcal{L}_{\sigma\pi N} = \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\left(\partial_\mu\mathcal{M}^+\partial^\mu\mathcal{M}\right) - \frac{\lambda}{16}\left(\mathrm{Tr}(\mathcal{M}^+\mathcal{M}) - 2v^2\right)^2 - \bar\psi_L i\partial\!\!\!/\psi_L +$$
$$+\bar\psi_R i\partial\!\!\!/\psi_R - g\left(\bar\psi_R\mathcal{M}\psi_L + \bar\psi_L\mathcal{M}^+\psi_R\right)$$

lineáris σ-modell a neve

(Gell-Mann, Lévy)

$\mathcal{M} \to U_R\mathcal{M}U_L^{-1}$

a nehéz szabadsági fok kiküszöbölése (σ)

$$\mathcal{M} = (s+v)\,e^{i\tau^a\varphi^a/f} = (s+v)\left(\cos|\varphi^a| + i\tau^a n^a\sin|\varphi^a|\right)$$

dimenziótlanítás

$\left(|\varphi^a| = \sqrt{(\varphi^a)^2},\quad n^a = \frac{\varphi^a}{|\varphi^a|}\right)$

$S \xrightarrow{G} S$

$\mathcal{U}(\varphi) \xrightarrow{G} U_R\,\mathcal{U}(\varphi)\,U_L^{-1}$

$\Rightarrow$ tisztán SU(2) mátrix

$\mathrm{Tr}(\mathcal{M}^+\mathcal{M}) = (s+v)^2\,\mathrm{Tr}\,\mathcal{U}^+(\varphi)\mathcal{U}(\varphi) = 2(s+v)^2$

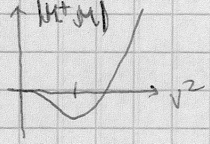
$\Rightarrow$ potenciál a φ tértől független $\Rightarrow$ ennél a

parametrizációnál egyértelmű hogy nincs tömegtagjuk

Lineáris σ-modell

$\mathcal{M} = (\sigma^a + i\pi^a)\, t^a$ $\qquad SU_L(3) \otimes SU_R(3)$

$$\mathcal{L}_\sigma = \frac{1}{4}\mathrm{Tr}(\partial_\mu \mathcal{M}^+ \partial^\mu \mathcal{M}) - \frac{\lambda}{16}\left(\mathrm{Tr}(\mathcal{M}^+\mathcal{M}) - 2v^2\right)^2 + \bar\psi_L i\partial\!\!\!/ \psi_L + \bar\psi_R i\partial\!\!\!/ \psi_R -$$



$$- g\left(\bar\psi_R \mathcal{M} \psi_L + \bar\psi_L \mathcal{M}^+ \psi_R\right)$$ + explicit $\sim m_0$

polaris parametrizáció

$\mathcal{M} = (\overbrace{S + v}^{\Sigma})\,\mathcal{U}$ $\qquad \mathcal{U} = e^{i\vec\tau\vec\varphi/f}$

$SU(2)$ $\quad t^a = \frac{1}{2}\tau^a$

↳ Nem-lineáris σ-modell

$\mathrm{Tr}(\mathcal{M}^+\mathcal{M}) = \mathrm{Tr}(\mathcal{U}^+(S+v)(S+v)\mathcal{U}) = (S+v)^2 \cdot 2$

⇒ potenciál $\frac{\lambda}{4}\left[\Sigma^2 - v^2\right]$

$$= \frac{\lambda}{4}\left[S^2 + 2Sv\right]^2 = \frac{\lambda}{4}\left[S^4 + 4S^3 v + 4S^2 v^2\right.$$

ennek a minimuma!

$$\mathrm{Tr}(\partial_\mu \mathcal{M}^+ \partial^\mu \mathcal{M}) = \mathrm{Tr}\left(\partial_\mu[(S+v)\mathcal{U}^+]\,\partial^\mu[(S+v)\mathcal{U}]\right) =$$

$$= \mathrm{Tr}\left\{\partial_\mu S\, \mathcal{U}^+ \partial^\mu S\, \mathcal{U} + (S+v)\partial_\mu \mathcal{U}^+ \partial^\mu S\, \mathcal{U} + (S+v)\partial_\mu S\, \mathcal{U}^+ \partial^\mu \mathcal{U} + (S+v)^2 \partial_\mu \mathcal{U}^+ \partial^\mu \mathcal{U}\right\} =$$

$$= \partial_\mu S\, \partial^\mu S \cdot 2 + 0 + (S+v)^2\, \mathrm{Tr}(\partial_\mu \mathcal{U}^+ \partial^\mu \mathcal{U})$$

$$(S+v)\partial_\mu S\left[\underbrace{\partial^\mu \mathcal{U}^+ \mathcal{U} + \mathcal{U}^+ \partial^\mu \mathcal{U}}_{\partial^\mu(\mathcal{U}^+\mathcal{U}) = 0}\right]$$

$$\mathcal{L}_{\text{lin}\,\sigma} = 2\left[\partial_\mu S\, \partial^\mu S - \frac{\lambda}{8}(S^2 + 2Sv)^2\right] + (S+v)^2\, \mathrm{Tr}(\partial_\mu \mathcal{U}^+ \partial^\mu \mathcal{U})$$ + fermionok

↓ $\boxed{m_S^2 = \frac{\lambda}{2} v^2}$

↓ $\vec\varphi$ terekhez nincs potenciális energia

⇓ $\boxed{m_{\vec\varphi} = 0}$

$\mathcal{L}_{NL\sigma} = v^2\, \mathrm{Tr}(\partial_\mu \mathcal{U}^+ \partial^\mu \mathcal{U})$ + fermionok + explicit szimmetriasértés

$\mathcal{L}_{\text{sértő}} = \mathrm{Tr}\left(h(\mathcal{M} + \mathcal{M}^+)\right) = (S+v)\,\mathrm{Tr}\left(h(\mathcal{U} + \mathcal{U}^+)\right)$

$$\left.\begin{matrix} m_u \cong m_d \\ m_s \end{matrix}\right\} \begin{matrix} \text{esetén} \\ \text{3 flavour} \end{matrix} \qquad h = 2B_0 \begin{pmatrix} m_u & & \\ & m_d & \\ & & m_s \end{pmatrix} =$$

$$= 2B_0 \left[\frac{1}{3}(m_u + m_d + m_s) I + \frac{m_u - m_d}{2} \lambda_3 + \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{m_u + m_d - 2m_s}{2} \lambda_8 \right]$$

$$U = e^{\frac{i\lambda^a\varphi^a}{f}} \qquad \lambda_3 = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & -1 & \\ & & 0 \end{pmatrix} \quad \lambda_8 = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & -2 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$2B_0 V \operatorname{Tr}\left(\left[1 + \cancel{\frac{i\lambda^a\varphi^a}{f}} - \frac{1}{2}\frac{\lambda^a\lambda^b\varphi^a\varphi^b}{f^2} + 1 - \cancel{\frac{i\lambda^a\varphi^a}{f}} - \frac{1}{2}\frac{\lambda^a\lambda^b\varphi^a\varphi^b}{f^2} + \mathcal{O}(\varphi^3) \right] h \right) =$$

$(U + U^+)$ - ben csak négyzetes tagig megyünk

$$= -2B_0 V \frac{1}{f^2} \operatorname{Tr}(\lambda^a \lambda^b h) \varphi^a \varphi^b = \qquad a, b = 1, \dots, 8$$

$$\operatorname{Tr}(\lambda^a \lambda^b \lambda^c) = 2d^{abc} \qquad \operatorname{Tr}(\lambda^a \lambda^b) = 2\delta^{ab}$$

$$= -2B_0 V \frac{1}{f^2} \left[2\varphi^a\varphi^b \bar{m} + 2d^{ab3} \frac{m_u - m_d}{2} \varphi^a \varphi^b + 2d^{ab8} \frac{m_u + m_d - 2m_s}{2} \frac{1}{\sqrt{3}} \varphi^a \varphi^b \right] =$$

$$d_{338} = -d_{888} = \frac{1}{\sqrt{3}}, \quad d_{344} = d_{355} = -d_{366} = -d_{377} = \frac{1}{2}, \quad d_{118} = d_{228} = \frac{1}{\sqrt{3}},$$

$$d_{444} = d_{855} = d_{866} = d_{877} = -\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

$$\lambda^a \varphi^a = \sqrt{2} \begin{pmatrix} \frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta^8}{\sqrt{6}} & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{\pi^0}{\sqrt{2}} + \frac{\eta_8}{\sqrt{6}} & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2\eta_8}{\sqrt{6}} \end{pmatrix}$$

$$\pi^0 \to \varphi^0$$

$$\eta^8 \to \varphi^8$$

$$\pi^\pm \to \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi^1 \mp i\varphi^2)$$

$$K^\pm \to \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi^4 \mp i\varphi^5)$$

$$K^0 \to \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi^6 - i\varphi^7) \qquad \bar{K}^0 \to \frac{1}{\sqrt{2}}(\varphi^6 + i\varphi^7)$$

Goldstone - bozonoknak így lett tömege ! $(SU(2)$ van$)$

$$\pi^+\pi^- = \frac{1}{2}(\varphi_1^2 + \varphi_2^2)$$

$$K^+K^- = \frac{1}{2}(\varphi_4^2 + \varphi_5^2)$$

$$= -\frac{2B_0 V}{f^2} \left[2\bar{m}\varphi^a\varphi^a + \frac{1}{\sqrt{3}}(m_u + m_d - 2m_s)\frac{1}{\sqrt{3}}(\varphi_1^2 + \varphi_2^2 + \varphi_3^2) + \left(\frac{1}{2}(m_u - m_d) - \frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \right. \right.$$

$$\left. \cdot (m_u + m_d - 2m_s) \right)(\varphi_4^2 + \varphi_5^2) + \left(-\frac{1}{2}(m_u - m_d) - \frac{1}{2\sqrt{3}}\frac{1}{\sqrt{3}}(m_u + m_d - 2m_s) \right)(\varphi_6^2 + \varphi_7^2)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}}\frac{1}{\sqrt{3}}(m_u + m_d - 2m_s)\varphi_8^2$$

$$m_\pi^2 = 2B_0 \frac{V}{f^2}(m_u + m_d)$$

$$m_{K^\pm}^2 = 2B_0 \frac{V}{f^2}(m_u + m_s)$$

$$m_{K^0}^2 = 2B_0 \frac{V}{f^2}(m_d + m_s)$$

$$m_{\eta^8}^2 = 2B_0 \frac{V}{f^2}\left(\frac{1}{3}(m_u + m_d) + \frac{4}{3}m_s\right)$$

reláció

$$M_{\eta^8}^2 = \frac{2}{3}(M_{K^+}^2 + M_{K^0}^2) - \frac{1}{3}M_\pi^2$$

ez kvarkmodellben is így van

$U = e^{i\frac{\varphi^a \lambda^a}{f}}$ ← dimenziótlanítás

V-nek is ugyanez a dimenziója

$\mathcal{L}_{NLO}$ kinetikus tagját is ugyanúgy sorba fejtjük

$$\mathcal{L}_{kin} = V^2 \mathrm{Tr}\left(\left[-i\frac{\lambda^a}{f}\partial_\mu \varphi^a + \mathcal{O}(\partial_\mu \varphi^2)\right]\left[+i\frac{\lambda^b}{f}\partial_\mu\varphi^b + \mathcal{O}(\partial_\mu\varphi^2)\right]\right) =$$

$$= \frac{V^2}{f^2}\underbrace{\mathrm{Tr}(\lambda^a\lambda^b)}_{2\delta^{ab}}\partial_\mu\varphi^a\partial^\mu\varphi^b = 2\frac{V^2}{f^2}\partial_\mu\varphi^a\partial^\mu\varphi^a$$

ha azt akarjuk, hogy $2(\partial_\mu\varphi\partial^\mu\varphi - m^2\varphi^2)$ alakú legyen

$\Rightarrow f = V$

<u>Szórás:</u>

$$\varphi^c(p_1) + \varphi^d(p_2) \to \varphi^e(p_3) + \varphi^f(p_4) \qquad c, d, e, f = 1, 2, 3 \qquad SU(2)$$

4φ-t tartalmazó járulékokat kell összeszedni

$$\partial_\mu e^{i\varphi^a\tau^a/f}\partial^\mu e^{-i\varphi^b\tau^b/f} \to -\frac{2}{3!f^4}\mathrm{Tr}(\tau^a\tau^b\tau^c\tau^d)\partial_\mu\varphi^a\partial^\mu(\varphi^b\varphi^c\varphi^d) +$$

1 + 3

3 + 1

2 + 2

$$+\frac{1}{4f^4}\mathrm{Tr}(\tau^a\tau^b\tau^c\tau^d)\partial_\mu(\varphi^a\varphi^b)\partial^\mu(\varphi^c\varphi^d) =$$

$$= -\frac{2}{3f^4}\partial_\mu\varphi^a\partial^\mu(\varphi^a\varphi^b\varphi^b) + \frac{1}{2f^4}\partial_\mu(\varphi^a\varphi^a)\partial^\mu(\varphi^b\varphi^b)$$

sértő tag járuléka

$$2B_0 f\,\mathrm{Tr}\left[\begin{pmatrix} m_u & \\ & m_d\end{pmatrix}\tau^a\tau^b\tau^c\tau^d \frac{2}{4!f^4}\right] = \frac{B_0}{3!f^3}(m_u+m_d)\varphi^a\varphi^a\varphi^b\varphi^b$$

$$\mathcal{L} - \mathcal{L}_{NLO} + \mathcal{L}_{sértő} = :\mathcal{L}_{Int}:$$

$$S_{fi} = \langle e\,p_3, f\,p_4 | \int d^4x\, \mathcal{H}_I(\vec{x},t) | c\,p_1, d\,p_2\rangle = *$$

$$\varphi^a(\vec{x},t) = \int\frac{d^3p}{(2\pi)^3}\frac{1}{2p^0}\left[a^a(\vec{p})e^{-ipx} + a^{a+}(\vec{p})e^{ipx}\right]$$

$$p^0 = \sqrt{\vec{p}^2 + m_\pi^2} \qquad [a^a(\vec{p}), a^{b+}(\vec{p}')] = (2\pi)^3\delta^{ab}\delta^{(3)}(\vec{p}-\vec{p}')2p^0$$

$$* = \langle 0| a^e(\vec{p}_3)a^f(\vec{p}_4)|\int d^4x\,\mathcal{H}_I(\vec{x},t)|a^{c+}(\vec{p}_1)a^{d+}(\vec{p}_2)|0\rangle$$

$$:\varphi^a\varphi^a\varphi^b\varphi^b: \qquad \langle 0|a^+ = 0 \qquad a|0\rangle = 0$$