

VEKTORSZÁMÍTÁS KÖZÉPSZINTŰ GYAKORLAT

2. ZÁRTHELYI (2013. 12. 10.) „A” CSOPORT

1. Adjuk meg az alábbi mátrixok sajátértékeit, jobb- és baloldali sajátvektorait! Készítsük el a projektorfelbontásukat!

(a) $\underline{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

(b) $\underline{B} = \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$

Ezekre az eredményekre a későbbiek során szükségünk lesz, így ellenőrizzük eredményünk helyességét! (Pl.: A projektorfelbontás összege visszaadja-e a kiindulási mátrixot. stb...)

(20 pont)

2. Adott az $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$ rekurzív sorozat. Adjuk meg a_n zárt alakját, ha tudjuk: $a_0 = -1, a_1 = 5!$

(10 pont)

3. Adott az $f(x) = x^2 - 15x + 50$ függvény. Számítsuk ki $f \begin{pmatrix} 9 & -2 \\ -2 & 6 \end{pmatrix}$ -t!

(10 pont)

4. Adott az $\underline{r}(\varphi) = (9 \sin(\varphi), 12 \sin(\varphi), 15 \cos(\varphi))$ paraméterezett görbe. Adjuk meg a görbületét a görbe tetszőleges pontjában!

(15 pont)

5. Adott $\underline{E} = \begin{pmatrix} x^2 - y^2 + 2xz - yz \\ 2xy - 3xz + yz - 2x \\ 4xyz - 5x^2 + 3z \end{pmatrix}$ erőter és $\phi = 4x^3y^2z - 7xz^2 + 6y^2z^2$ potenciál.

Számoljuk ki az alábbi mennyiségeket!

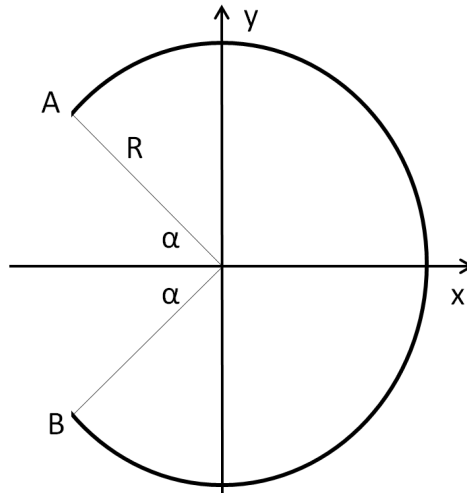
(a) $\underline{\nabla} \cdot \underline{E}$

(b) $\underline{\nabla} \times \underline{E}$

(c) $\underline{\nabla}\phi$

(10 pont)

6. Legyen a G görbe az ábrán látható, origó középpontú, xy síkban fekvő, R sugarú körív (fordított C betű)! Végezzük el az $\underline{F} = \begin{pmatrix} 3x^2 - 3y^2 + z - 1 \\ -6xy + 4yz + 4y \\ 2y^2 + 9z^2 + x \end{pmatrix}$ erőtérenek a G görbére vett integrálját a görbe A pontjától a B pontjáig!



(20 pont)

+ Add meg a kedvenc idézeted és annak szerzőjét!

(+8 pont)

Esetleg hasznos integrálok:

$$\int \sin^3(x) dx = -\frac{3}{4} \cos(x) + \frac{1}{12} \cos(3x)$$

$$\int \cos^2(x) \sin(x) dx = -\frac{1}{3} \cos^3(x)$$

$$\int \cos(x) \sin(x) dx = -\frac{1}{2} \cos^2(x)$$

Jó munkát kívánok!

VEKTORSZÁMÍTÁS KÖZÉPSZINTŰ GYAKORLAT

2. ZÁRTHELYI (2013. 12. 10.) „B” CSOPORT

1. Adjuk meg az alábbi mátrixok sajátértékeit, jobb- és baloldali sajátvektorait! Készítsük el a projektorfelbontásukat!

(a) $\underline{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$

(b) $\underline{B} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

Ezekre az eredményekre a későbbiek során szükségünk lesz, így ellenőrizzük eredményünk helyességét! (Pl.: A projektorfelbontás összege visszaadja-e a kiindulási mátrixot. stb...)

(20 pont)

2. Adott az $a_n = 4a_{n-1} + 5a_{n-2}$ rekurzív sorozat. Adjuk meg a_n zárt alakját, ha tudjuk: $a_0 = -1, a_1 = 7$!

(10 pont)

3. Adott az $f(x) = \frac{21x^2 - 42x}{2}$ függvény. Számítsuk ki $f \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ -t!

(10 pont)

4. Adott az $\underline{r}(\varphi) = (8 \cos(\varphi), 10 \sin(\varphi), -6 \cos(\varphi))$ paraméterezett görbe. Adjuk meg a görbületét a görbe tetszőleges pontjában!

(15 pont)

5. Adott $\underline{E} = \begin{pmatrix} 2x^3 - 3xyz + 2xy^2 \\ 5yz - 2z^2 + 3x \\ x^2 + y^2 + z^2 \end{pmatrix}$ erőter és $\phi = x^7 y^5 z^3 + 2x^2 y - y^3 z$ potenciál. Számoljuk ki az alábbi mennyiségeket!

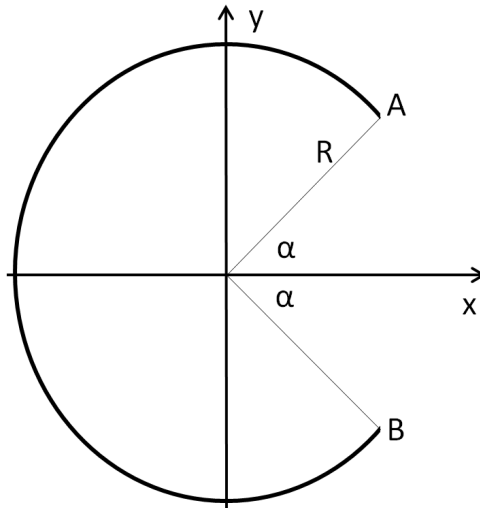
(a) $\underline{\nabla} \cdot \underline{E}$

(b) $\underline{\nabla} \times \underline{E}$

(c) $\underline{\nabla} \phi$

(10 pont)

6. Legyen a G görbe az ábrán látható, origó középpontú, xy síkban fekvő, R sugarú körív (C betű)! Végezzük el az $\underline{F} = \begin{pmatrix} 6x^2 + y^2 - z \\ 2xy + 8yz - 6y \\ 4y^2 - x - 4z \end{pmatrix}$ erőtérenek a G görbére vett integrálját a görbe A pontjától a B pontjáig!



(20 pont)

+ Add meg a kedvenc idézeted és annak szerzőjét!

(+8 pont)

Esetleg hasznos integrálok:

$$\int \sin^3(x) dx = -\frac{3}{4} \cos(x) + \frac{1}{12} \cos(3x)$$

$$\int \cos^2(x) \sin(x) dx = -\frac{1}{3} \cos^3(x)$$

$$\int \cos(x) \sin(x) dx = -\frac{1}{2} \cos^2(x)$$

Jó munkát kívánok!