VEKTORSZÁMÍTÁS BSC FIZIKA 1. ZH 2010. 04. 09.

0.(Beugró) Számoljuk ki az $a = 10$, $\underline{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\underline{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ mennyiségekre az $a \cdot \underline{v}$, $\underline{v} + \underline{w}$, $\underline{v}\underline{w}$, $\underline{w}\underline{v}$, $\underline{v} \times \underline{w}$, $\underline{w} \times \underline{v}$ alapműveletek eredményét! Azonosságokat is szabad használni.

1. Alakítsuk át trigonometrikus és exponenciális alakra a következő komplex számokat:

$$z_1 = 4 - i \cdot 4\sqrt{3}\,, \quad z_2 = -\sqrt{3} + 3i\,.$$

Számoljuk ki a $z_1 z_2$ szorzatot algebrai és exponenciális alakban is!

2. a) Milyen szöget zárnak be az $\underline{a}$ és $\underline{b}$ vektorok, ha

$\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $|\underline{b}| = 4$ és $\underline{a} \cdot \underline{b} = 6\sqrt{3}$?

b) Határozzuk meg, hogy az

$$a\sin(x) + b\cos(x) + c\sin(2x) + d\cos(2x) + fe^{x} + ge^{-x}$$

függvények tetszőleges a, b, c, d, f, g-vel hány dimenziós vektorteret alkotnak a valós számok halmaza felett (azaz ha a lineáris kombinációkban csak valós számok megengedettek), és adjunk meg egy bázist ezen!

c) Hogy módosul ez, ha a komplex számok halmaza felett tekintjük?

3. a) Vetítsük az $\underline{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektort a $\underline{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ vektor egyenesére! Számoljuk ki $\underline{a}$-nak $\underline{b}$-re merőleges komponensét is, amit jelöljünk $\underline{c}$-vel!

b) Határozzuk meg a $\underline{b}$-re merőleges síkban $\underline{c}$-vel 45 fokos szöget bezáró vektorokat! (Jó rajz segít)

4. Írjuk fel a térben annak a végtelen hengerpalástnak (henger felszínének) az egyenletét, amelynek a sugara $R = 11$, tengelye pedig az origón átmegy és az $\underline{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix}$ vektor irányába mutat! Ha az egyenlet tartalmaz abszolútérték jelet, akkor hozzuk olyan alakra, amiben ilyen nincs!

Függvénytáblázat:

α	$22.5°$	$30°$	$45°$	$60°$	$67.5°$
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$	$1/2$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{3}/2$	$\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$
$\cos\alpha$	$\frac{1}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	$\frac{1}{2}\sqrt{2-\sqrt{2}}$
$\mathrm{tg}\,\alpha$	$\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}$	$\sqrt{3}/3$	1	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{\sqrt{2-\sqrt{2}}}$