Név:	
Szak:	
EHA:	

Kérem, mindenki az adatok kitöltésével kezdje! Segédeszköz nem használható, csak üres lapok és toll; minden egyebet (mobilt és számológépet is) a táskába el kell rakni. A megoldásokat A4-es lapra (nem tépett szélű) kell írni, minden feladatot ÚJ LAPON kezdve.
Minden lap BAL FELSŐ sarkában legyen a név, alatta a feladat sorszáma bekarikázva, és jelezve, ha folytató oldal, pl. (1.folyt.). Végén a lapokat kérem sorban egymásra rakni, úgy, hogy legfelül a feladatsor legyen, alatta az 1-es, stb., és hosszában összehajtani.

Vektorszámítás 2. ZH gyakorló feladatsor
BSc Fizika 2009. 12. 06.

0.(Beugró) Számoljuk ki a $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\underline{\underline{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, $\underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ mennyiségekre az $\underline{\underline{A}}\,\underline{v}$, $\underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}}$, $\underline{\underline{A}}\,\underline{\underline{B}}$ alapműveletek eredményét!

1. a, A sík pontjait előbb tükrözzük az x tengelyre, aztán pozitív irányban elforgatjuk α szöggel. Írjuk fel e tükrözés és forgatás mátrixait külön, majd az együttes transzformáció mátrixát!

   b, Most írjuk fel az $\underline{e} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$ irányvektorral adott, origón átmenő egyenesre való $\underline{\underline{T}}$ tükrözés mátrixát két dimenzióban! Ennek segítségével állapítsuk meg, milyen α esetén azonos az a, pontbeli együttes transzformáció a $\underline{\underline{T}}$ tükrözéssel!

2. Számoljuk ki az alábbi determinánsok értékét!

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 7 \\ 11 & 13 & 17 \end{vmatrix} \quad , \quad \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -5 & 7 & 11 \\ -13 & 17 & -19 \end{vmatrix}$$

3. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszereket mátrixinvertálással!

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 1 \\ 4x + 5y &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2z + 3u &= 3 \\ 4z + 5u &= 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2v + 3w &= 1 + 3 \\ 4v + 5w &= -1 + 7 \end{aligned}$$

4. Határozzuk meg annak a transzfomációnak a mátrixát, ami ferde irányban nyújt!. A ferde irány legyen az x és y tengelyek közti szög felezőjének iránya, a nyújtási arány legyen a ebben az irányban, és ne legyen nyújtás rá merőlegesen (az a komponens ne változzon)! Ezt kétféleképpen is elvégezhetjük:

   a, Összerakjuk a mátrixot az alapján, hogy a tengelyirányú egységvektorok mibe transzformálódnak. Ezeket pedig úgy számoljuk ki, hogy geometriailag felbontjuk a nyújtás irányába mutató, és arra merőleges vektorokra. Azokra a nyújtás hatása egyszerű. A nyújtás eredményeképpen kapott vektorokat pedig öszeadjuk.

b, Próbáljuk meg a transzformációt geometriailag felbontani egy forgatás, egy tengelyirányú nyújtás és egy újabb forgatás egymásutánjára. Ekkor a forgatás és tengelyirányú nyújtás mátrixaiból a ferde nyújtásét megkapjuk.

c, Az a, és b, pontban azt kellett kapnunk, hogy

$$\begin{pmatrix} \frac{a+1}{2} & \frac{a-1}{2} \\ \frac{a-1}{2} & \frac{a+1}{2} \end{pmatrix} .$$

Határozzuk meg e mátrix inverzét, négyzetét és köbét! Értelmezzük geometriailag a hatványaiban (csak) erre a mátrixra látható szabályosságot!

d, Számoljuk ki az előbbi mátrixnak, ill. inverzének, négyzetének a sajátértékeit, sajátvektorait!