

BSC FIZIKA VEKTORSZÁMÍTÁS GYAK. UV/2. ZH 20

1. **a,** Számoljuk ki az $\underline{A} = \begin{pmatrix} -4 & -1 & 2 \\ -2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \end{pmatrix}$, $\underline{B} = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ mennyisé-

gekre az $\underline{A}\underline{B}$ művelet eredményét!

b, A sík pontjait előbb pozitív irányban elforgatjuk α szöggel. Utána tükrözzük az x tengellyel ((pozitív irányban mérve) β szöget bezáró, origón átmenő egyenesre. Írjuk fel e forgatás O_α mátrixát és a tükrözés T_β mátrixát külön!

c, Most $\beta = 60^\circ$ esetre számoljuk ki az együttes transzformáció mátrixát! Vigyázzunk a sorrendre!

d, Írjuk fel az x tengelyre való tükrözés T_0 mátrixát is, és döntsük el, hogy milyen α esetén lesz a **c.** pontbeli együttes transzformáció azonos a T_0 tükrözéssel!

2. **a,** Számoljuk ki az 1. feladatbeli B mátrix determinánsát!

b, Milyen a értékek esetén invertálható ez a mátrix?

$$\begin{pmatrix} a & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Oldjuk meg az alábbi egyenletrendszert Gauss-eliminációval!

$$3x - 2y - z = -1$$

$$-x + 4y = 11$$

$$2x + y - 2z = 9$$

4. **a,** Határozzuk meg az alábbi mátrix sajátértékeit és sajátvektorait!

$$\underline{A} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

b, Határozzuk meg a diadikus felbontását (azaz spektrálfelbontását), és ennek segítségével számoljuk ki az \underline{A} mátrixnak a hatodik és (-2)-dik hatványát!

5. Egy gyakorló pályának egy egyenes szakaszán egy adott ponthoz mért magasság a $h(x) = 40 - 2\sqrt{3}x - 2\sin(2x)$ függvény szerint változik, ahol x a pálya hossza irányában felülnézetben mért koordináta.

a, Milyen x_{\max} értéknél van az első domb tetőpontja? És az első völgy legalsó pontja (x_{\min})? Ne felejtsük el ellenőrizni, hogy melyik szélsőérték minimum, ill. maximum!

b, Az első völgyben egy gördeszkás oda-vissza siklik, mint ahogy félcsőben szoktak. Mi a periódusideje kis kitérés esetén, ha az erre vonatkozó képlet $T = 2\pi/\sqrt{gh''(x_{\min})}$ és $g = 10$?

6. Okoska kiszámolta a legutóbbi túra szinttérképének (skalármezőnek) a gradiensét,

és ezt kapta: $\underline{v} = \begin{pmatrix} 2x^2 + 4y^2 - y \\ -x^2 + 3y^3 \end{pmatrix}$.

a, Számoljuk ki \underline{v} divergenciáját!

b, Számoljuk ki az **a)** feladat eredményének gradiensét!

c, Írjuk fel az $\underline{r} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ponton átmenő legmeredekebb lejtő irányába eső egyenes egyenletét!

d, Írjuk fel az \underline{r} pontban az ott átmenő szintvonalat érintő egyenes egyenletét!

e, Milyen eredményt kapunk a **b)** feladatban kapott eredmény rotációjára?