

Név	Neptun-kód	e-mail cím		p

Munkaidő: négy óra. Felhasználható: Bronstein, saját kézzel írott órai jegyzet, zsebszámológép.

Az alábbi feladatokban P helyére az egyénileg kapott, és a fejlécben feltüntetett paramétert kell behelyettesíteni, még a számítások megkezdése előtt! Minden mellékszámítást mellékelni kell!

<p>E. Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszert Gauss-eliminációval! A t paraméter mely értéke(i) mellett van az egyenletrendszernek megoldása, és mi ez a megoldás?</p>	$\begin{aligned} x - 2y - z + 3u - v &= t + p \\ x + 7y + z + u - 4v &= 0 \\ x + y - 3u + 4v &= 0 \\ x + y - z - 2u + v &= -16 \\ 2x + 2y + z + u + 3v &= 0 \end{aligned}$
--	--

<p>K. Egy kúpszelet egyenlete a következő:</p> $(p^2 - 1)y^2 - 2pxy = \frac{2}{\sqrt{p^2 + 1}}(y + px)$	<ul style="list-style-type: none"> Hozzuk a görbe egyenletét kanonikus alakra a gyakorlaton tanult módszerrel! Állapítsuk meg, hogy milyen típusú a kúpszelet! Adjuk meg a nagytengely végpontjainak koordinátáit az eredeti koordinátarendszerben!
--	--

<p>M. Legyen</p> $\mathbf{M} = \begin{pmatrix} p^3 + 1 & -p^2 - p & p^3 + p^2 \\ p^2 + 3p & -3p^2 - p & 4p^3 + p^2 - p \\ 2 & -2p & 3p^2 - 1 \end{pmatrix}$	<p>Keressük meg az \mathbf{M} mátrix sajátértékeit (segítség: az egyik sajátérték $p^2 - 1$), jobb- és baloldali sajátvektorait, adjuk meg projektorfelbontását, majd számítsuk ki a $\mathbf{B} = \cos\left(\frac{\pi \mathbf{M}}{3}\right)$ mátrixot!</p>
--	--

<p>D. Számítsuk ki az indexes deriválás módszerével az alábbi vektormezőt, majd a divergenciáját is! A képletben \mathbf{a} és \mathbf{b} adott (nem null-) vektorok, \mathbf{r} a helyvektor, \mathbf{e} az \mathbf{r} irányú egységvektor, a képlet számlálójában vektoriális, a nevezőben skaláris szorzat szerepel.</p>	$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = (\mathbf{e} \nabla) \left(\frac{(\mathbf{a} \times \mathbf{r}) \times \mathbf{r}}{(\mathbf{b} \cdot \mathbf{e})^{ \rho }} \right)$
--	---

<p>F. A koordinátarendszer (xz) síkján fekvő alapkörrel két kúp helyezkedik el, tengelyük az \mathcal{Y} tengely, mindkét kúp csúcsa a pozitív \mathcal{Y} tengelyen van. Mindkét kúp alapkörének sugara P, magasságuk $2P$, illetve P. Számítsuk ki a két kúp által alkotott zárt felületre az alábbi vektormező felületi integrálját, majd ellenőrizzük a Gauss-tétel segítségével! (Önmagában a Gauss-számolás nem elég!)</p>	$\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} x + y + pz \\ y + z \\ z - x + py \end{pmatrix}$
---	--

davidyul