1. éves fizika BSc emelt csoport VEKTORSZÁMÍTÁS UV-zh-ja 2017. 01. 03.

Név	Neptun-kód	e-mail cím		p

Munkaidő: négy óra. Felhasználható: Bronstein, saját kézzel írott órai jegyzet, zsebszámológép.

Az alábbi feladatokban p helyére az egyénileg kapott, és a fejlécben feltüntetett paramétert kell behelyettesíteni, még a számítások megkezdése előtt! Minden mellékszámítást mellékelni kell!

E. Oldjuk meg az alábbi lineáris egyenletrendszert Gauss-eliminációval! A t paraméter mely értéke(i) mellett van az egyenletrendszernek megoldása, és mi ez a megoldás?	$x-2y-z+3u-v=t+p$ $x+7y+z+u-4v=0$ $x+y-3u+4v=0$ $x+y-z-2u+v=-16$ $2x+2y+z+u+3v=0$

K. Egy kúpszelet egyenlete a következő: $(p^2-1)\ y^2-2\,p\,xy=\dfrac{2}{\sqrt{p^2+1}}\,(y+p\ x)$	• Hozzuk a görbe egyenletét kanonikus alakra a gyakorlaton tanult módszerrel ! • Állapítsuk meg, hogy milyen típusú a kúpszelet! • Adjuk meg a nagytengely végpontjainak koordinátáit az eredeti koordinátarendszerben!

M. Legyen $\mathbf{M}=\begin{pmatrix} p^3+1 & -p^2-p & p^3+p^2 \\ p^2+3p & -3p^2-p & 4p^3+p^2-p \\ 2 & -2p & 3p^2-1 \end{pmatrix}$	Keressük meg az $\mathbf{M}$ mátrix sajátértékeit (segítség: az egyik sajátérték p^2-1), jobb- és baloldali sajátvektorait, adjuk meg projektorfelbontását, majd számítsuk ki a $\mathbf{B}=\cos\left(\dfrac{\pi\ \mathbf{M}}{3}\right)$ mátrixot!

D. Számítsuk ki az **indexes deriválás módszerével** az alábbi vektormezőt, majd a divergenciáját is! A képletben $\mathbf{a}$ és $\mathbf{b}$ adott (nem null-) vektorok, $\mathbf{r}$ a helyvektor, $\mathbf{e}$ az $\mathbf{r}$ irányú egységvektor, a képlet számlálójában vektoriális, a nevezőben skaláris szorzat szerepel.	$\mathbf{v}(\mathbf{r})=(\mathbf{e}\nabla)\left(\dfrac{(\mathbf{a}\times\mathbf{r})\times\mathbf{r}}{(\mathbf{b}\,\mathbf{e})^{\lvert p\rvert}}\right)$

F. A koordinátarendszer $(x\,z)$ síkján fekvő alapkörrel két kúp helyezkedik el, tengelyük az y tengely, mindkét kúp csúcsa a pozitív y tengelyen van. Mindkét kúp alapkörének sugara $\lvert p\rvert$, magasságuk $\lvert 2p\rvert$, illetve $\lvert p\rvert$. Számítsuk ki a két kúp által alkotott zárt felületre az alábbi vektormező felületi integrálját, majd ellenőrízzük a Gauss-tétel segítségével! *(Önmagában a Gauss-számolás nem elég!)*	$\mathbf{v}(\mathbf{r})=\begin{pmatrix} x+y+p\,z \\ y+z \\ z-x+p\,y \end{pmatrix}$

dávidgyul