

Vektorszámítás kollokvium

Szóbeli tétel, 2014 ősz

VEKTORALGEBRA

1. **Komplex számok:** azok összeadása, kivonása, szorzása, reciproka, hányadosa, testaxiómák a komplex számokra, komplex számok negáltja, konjugáltja, abszolútértéke, trigonometrikus alakja, exponenciális alakja, komplex számok hatványozása, nevezetes azonosságok, amiben az imaginárius egység van.
2. **Vektorok és vektorműveletek:** skaláris és vektoriális mennyiségek, vektorok jellemzői, vektorok összegzése, számmal való szorzásuk, vektorok különbsége, lineáris kombinációja, vektorok bezárt szöge, skaláris szorzata, vektoriális szorzata, hármasszorzat, azonosságok a vektorműveletekre, Kronecker- és Levi-Civita szimbólum, azok azonosságai.
3. **Vektorok reprezentációja ortogonális koordinátarendszerekben:** vektorműveletek reprezentációi, azonosságok, vektorok hármasszorzatainak kifejtései, reciprok vektorok.
4. **A sík és tér analitikus geometriája vektorokkal:** egyenes, sík, kör, ellipszis, hiperbola kanonikus egyenlete, sík egyenletei, metszéspontok, térelemek távolságai.
5. **Vektorterek, Lineáris terek, Lineáris operátorok:** lineáris függetlenség, generátorrendszer, bázis, altér, dimenzió, rang, lineáris operátorok tulajdonságai, reprezentációjuk ortogonális koordinátarendszerben, Ortogonális transzformációk, ortogonalitási relációk a ortogonális mátrixokra, transzformációk egymásutánja.
6. **Mátrixok, mátrixműveletek:** speciális mátrixok, mátrixműveletek: összeadás, számmal szorzás, mátrixok szorzása, azonosságok, transzponálás, transzponálás tulajdonságai, szimmetrikus mátrixok, szimmetrikus és antiszimmetrikus mátrixok diagonálmátrixok, kvadratikus mátrixok, diadikus szorzat, többindexes mátrixok szorzása, kontrakció, nyom (spur, trace), ortogonális-, szimmetrikus-, unitér-, hermitikus mátrixok, kvadratikus mátrix inverzének definíciója, hasonlósági transzformáció.
7. **Lineáris egyenletek:** Homogén és inhomogén egyenletrendszerek, Gauss elimináció, megoldhatóság, Lépcsős alakra hozás, szimultán jobb oldalak, alkalmazás determináns számítására, inverz számítására, determinánsok definíciója, azonosságok a Levi-Civita szimbólumra, determinánsok tulajdonságai, determinánsok kifejtési tétel (nem kell bizonyítani) reciprok mátrix elemei determinánsokkal.

8. **Sajátértékprobléma:** Sajátérték, karakterisztikus polinom, jobb és bal sajátvektorok, mátrixinvariánsok, diagonalizálás, diagonalizálhatóság, Jordan-blokkok, tenzorok hatványai és a hatványok sajátértékei, speciális mátrixok sajátértékei és sajátvektorai (szimmetrikus és hermitikus mátrixok sajátértékei és sajátvektorai), mátrixfüggvények.
9. **Kvadratikus alakok:** egyenletek, kanonikus alakra hozás, típusok.

VEKTORANALÍZIS

1. **Differenciálszámítás:** alapok, jelentés, azonosságok, elemi függvények deriváltjai, magasabbrendű deriváltak, középértéktételek, többváltozós függvények deriválása, parciális deriváltak, Young-tétel.
2. **Vektorok, skalárok deriválása** térgörbék, parametrizálás, deriválási azonosságok egy paraméter változása esetén. alkalmazás: körmozgás; determináns deriváltja egy paraméter esetén.
3. **Integrálszámítás egy változóban:** definíció, tulajdonságok, határozott és határozatlan integrál, Newton-Leibnitz formula, parciális integrálás, új változó bevezetése, alapintegrálok, integrálás görbe mentén fajták, azok jelentése.
4. **Skalár és vektormezőik deriválása:** gradiens, a nabla operátor, iránymenti derivált, gradiens jelentése, deriválttenzor, divergencia, rotáció, nablára vonatkozó azonosságok, magasabb vektorderiváltak, azonosságok, indexes deriválás, Laplace-operátor.
5. **Kettős és hármas integrálok:**, definíciójuk, jelentésük, új változók bevezetése, Jacobi determináns, henger és gömb koordináták, néhány egyszerű példa.
6. **Felületi és térfogati ingtegrálok** felületek parametrizálása, felületi integrálok definíciója, felületi integrálok fajtái, Integrál átalakító tételek: gradienstétel, Stokes-tétel, Gauss-tétel. Skalárpotenciál. Görbe felületek felszíne, testek térfogata (órai példák).

Lehet, hogy a tételeket kisebb részekre vágom.

Sikeres felkészülést, vizsgát:

Csordás András