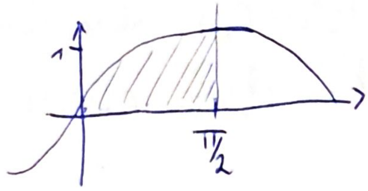
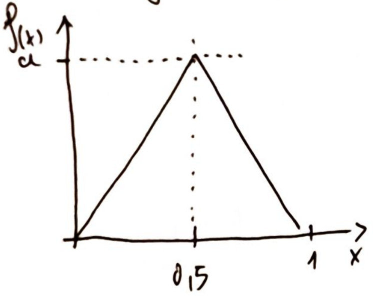
(22.) Kummulatív eloszlásfv.-ek?

☐ $F(x) = \sin(x) \quad x \in [0; \frac{\pi}{2}]$



(23.) Mik igazak $f(x)$-re?



☐ ha $f(x)$ s.fv, akkor a kum. eloszlás:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x < 0 \\ 2x^2, & \text{ha } 0 < x < \frac{1}{2} \\ 4x - 2x^2 - 1, & \text{ha } \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 1, & \text{ha } x \geq 1 \end{cases}$$

(24.) Melyek s.fv.-ek?

☐ $f(x) = \sin(x) \quad x \in [0; \pi/2]$

$$\int_0^{\pi/2} \sin(x) = \underline{\underline{1}}$$

☐ $f(x) = \cos(x) \quad x \in [0; \pi/2]$

(25.) Ritka betegség 3 válfaja. Ha jelentkezik a tünet, mi a valség, hogy a legritkább az?

gyakoriság	x	$1{,}23 \cdot x$	$1{,}47 \cdot x$
tünet megjelenés:	$0{,}84$	$0{,}19$	$0{,}22$
	$0{,}84$	$0{,}2337$	$0{,}3234$

$$\frac{0{,}84}{0{,}84 + 0{,}2337 + 0{,}3234} = \underline{\underline{0{,}6012}}$$

II. GYAKORLÓ F.S.

(1.) Igaz állítások?

☐ Két valségi változó független, ha: ☐ együttes $f(x)$-ük a s.fv-eik szorzata

☐ együttes $F(x)$-ük az $F(x)$-eik szorzata

☐ Egy valségi változó eloszlása megegyezik egy másik változóval vett együttes eloszlásának peremeloszlásával.

② Igaz állítások?

☐ X valségi változó $f(x)$, és $f(x)$ szig. mon. fv. inverze $f^{-1}(x)$.
Ekkor $f(X)$ eloszlása:

$$\frac{f(f^{-1}(x))}{|f'(f^{-1}(x))|}$$ „alul-felül inverzes"

③ peremeloszlás x-re nézve: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$, melyek a s. fv.-ek?

☐ $\frac{1}{4\pi} e^{\left(\frac{-4x^2+y^2}{8}\right)}$ „a két rövid"

☐ $\frac{1}{2\pi} e^{\left(\frac{-x^2+y^2}{2}\right)}$

④ peremeloszlás x-re: $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

☐ $\frac{1}{\sqrt{3\pi^2}} e^{\left(-\frac{2(x^2+y^2-xy)}{3}\right)}$ „a két $\sqrt{3}$-as"

☐ $\frac{1}{\sqrt{3\pi^2}} e^{\left(-\frac{2(x^2+y^2+xy)}{3}\right)}$

⑤ Mi igaz a folytonos val.ségi változóra?

☐ Várh. értékét kiszámítottuk. Sűrűségfv.-e szimmetrikus. Lehet-e a $\langle x \rangle = 0$? IGEN ← csak ez helyes

☐ ~~$f(x_0-x) = f(x_0+x)$ s.fv., akkor várhatóértéke x_0 lesz.~~

☐ ~~Ha s.fv. szimmetrikus, mediánja 0 → létezik $\langle x \rangle = 0$.~~

⑥ Folytonos val.ségi változóra?

☐ Egy eloszlás $\langle x \rangle$-e kívül eshet a s.fv. ért. tartományán.

⑦ Folyt. val.ségi változóra?

☐ Ha sf.: $f(x) = \delta(x-x_0)$, akkor $\langle x \rangle = x_0$

☐ Ha sf.-e: $f(x) = \delta(x_0-x)$, v. értéke $= x_0$

8.) X $\quad$ s(x)-e: $f(x) \propto x^{0,18} \qquad x \in [0,44 ; 1,34]$

$$1 = \int_{0,44}^{1,34} c \cdot x^{0,8} \, dx \rightarrow 1 = c \cdot 0,8753$$

$$c = 1,1425 \rightarrow f(x) = 1,1425 \cdot x^{0,18}$$

$$E(x) = \int_{0,44}^{1,34} x \cdot 1,1425 \cdot x^{0,18} \, dx = \underline{\underline{0,904422}}$$

9.) Mediánja?

$$\int_{0,44}^{m} f(x)\, dx = \underbrace{\int_{m}^{1,34} f(x)\, dx}_{\downarrow} = \frac{1}{2}$$

$$\left[\frac{457}{472} x \sqrt[50]{x^9}\right]_m^{1,34} = 1,367 - \frac{457}{472} m \sqrt[50]{m^9} = \frac{1}{2}$$

$$2,735 \quad = 1 + \frac{457}{472} m \cdot m^{\frac{9}{50}}$$

$$\frac{1,735 \cdot 472}{457} = m^{59/50}$$

???

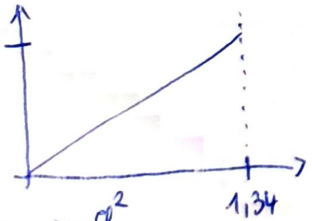
10.) Mi az a szám, aminél 0,62 val.séggel nagyobb?

—o—

11.) Varianciája?

$$\int_{0,44}^{1,34} x^2 \cdot 1,1425 \cdot x^{0,18} \, dx - \langle x \rangle^2 = 0,8848 - 0,9044^2 = \underline{\underline{0,0668}}$$

12.) Módusza?



$\underline{\underline{1,34}}$

13.) $\varphi = \sqrt{x} \quad x = \varphi^2 \qquad$ X egyenletes eloszlású $[0.44; 1.34]$-en. Várható értéke?

$$f(x)\,|dx| = f(\varphi)\,|d\varphi|$$

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}} \qquad \frac{1}{b-a} \frac{|dx|}{|d\varphi|} = f(\varphi)$$

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \qquad \frac{2\varphi}{b-a} = f(\varphi)$$

$$f(\varphi) = \frac{20}{9}\varphi \rightarrow E(x) = \int_{0,44}^{1,34} x \cdot \frac{20}{9} x \, dx = \cancel{1,7192}$$

ez nem helyes (0,9328)

X s.fv.-e: $f(x) \propto x^{0,18}$ $x \in]0,44 ; 1,34]$

(15.) Mekkora eséllyel nagyobb ez a val. ségi vált., mint $\sqrt{1}$?

— o —

(16.) Mi az a szám, aminél 0,67 valséggel nagyobb?

— o —

(17.) Helyes állítások?

- ☐ Hatványfv.-eloszlású v. vált. s.fv.-e lehet $f(k) \propto k^{-\gamma}$, ahol k poz. eg. és $\boxed{\gamma > 1}$
- ☐ Exp. eloszlású v.v. s.fv.-e lehet $f(t) \propto e^{(-t\gamma)}$, ahol $\gamma > 0$, $t \in [0;\infty]$
- ☐ Poisson eloszlású v.v. s.fv.-e lehet $f(k) \propto \frac{\lambda^{k}}{k!}$, ahol k nemnegatív egész

(18.) Helyes állítások?

- ☐ Exp. eloszlású v.v. s.fv.-e lehet $f(x) \propto e^{\lambda x}$, ahol $\lambda > 0$, $x \in [0;\infty]$
- ☐ Binomiális eloszlású v.v. s.fv.-e lehet $f(k) \propto \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$, ahol $k \le n$

(19.) Helyesek?

— o —

(20.) Helyesek?

— o —

(21.) Helyes állítások?

- ☐ Ha egy geometriai eloszlás s.fv.-e: $f(k) \propto (1-p)^{k-1} \cdot p \Rightarrow$ v.é.: p^{-1}, szórásnégyzete: $(1-p) \cdot p^{-2}$
- ☐ Binomiális s.fv.-e: $f(k) \propto \binom{n}{k} p^{k} (1-p)^{n-k}$ (nem $n-k$, nem k), akkor $\langle k \rangle = np$, szórásnégyzete: $np(1-p)$

igazak $f(x)$-re:

22. Helyes állítások?

☐ A geometriai eloszlás örökifjú.

☐ Poisson-folyamatban egységnyi idő alatt N a várható érték, akkor τ-~~egység~~nyi idő alatt $\tau \cdot N$

☐ Az exponenciális eloszlás örökifjú.

23. Helyesek?

24. Helyes állítások?

☐ Ha két val. vál. független $\to$ összegük szórásnégyzete megegyezik a szórásnégyzetek összegével.

☐ A Poisson-eloszlás nagy λ-ra: $\mu = \lambda$, $\sigma^2 = \lambda$ p.-ű Gauss-eloszlás.

IGAZ-HAMIS:

25. Véletlen változók sorozata sztochasztikusan konvergál X-hez, ebből következik, hogy 1 val.séggel konvergál.

☐ HAMIS

26. Vél. változók sorozata és $\lim_{k \to \infty} X_k(\omega) = X(\omega)$ minden ω eseményre, akkor 1 val.séggel konvergál

☐ IGAZ

27. $\star$ számok erős törvényéből következik, hogy egy esem. rel. előfordulása a kísérletek számával az esem. val.ségéhez tart.

☐ HAMIS

28. $\star$ számok gyenge törvényéből köv., hogy: azonos eloszlású, véges szórású val. vál.-ból vett minta empirikus átlaga az eloszlás átlagához tart.

☐ HAMIS

29. A kp.-i határeloszlás-tétel alapján: azonos, véges várható értékű eloszlásból származó véletlen változók jól normált összege normál eloszláshoz tart.

☐ HAMIS

I. GYAKORLÓ F.S.

① Dobókockával dobás: $\omega=\{1,2,3,4,5,6\}$. Mik alkotnak teljes eseményrendszert?

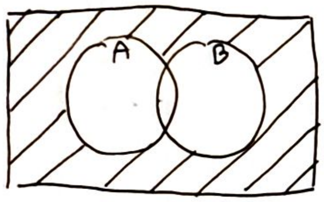
- ☐ a páros és páratlan: $\{1,3,5\}$ és $\{2,4,6\}$ terek
- ☐ az események külön-külön $\{1\},\{2\}\dots\{6\}$

② Eseménytér 3 elemi eseményből áll. Összesen hányat tudunk felírni?

- ☐ 8-at, mert minden esemény részhalmaza, és ezek $\boxed{\text{száma } 2^n}$ $\to 2^3=\underline{\underline{8}}$

③ Mik kölcsönösen kizáró események?

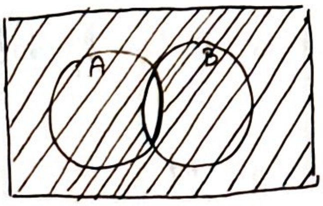
- ☐ Schrödinger macskája a doboz kinyitásakor vagy élő, vagy halott
- ☐ A hallgató neme vagy fiú vagy lány.
- ☐ ~~Egy kertben tulipánok~~ vagy rózsák nőnek

④ 

- ☐ $\overline{A}\cdot\overline{B}$ $\quad \overline{A}\cap\overline{B}$
- ☐ $\overline{A+B}$ $\quad \overline{A\cup B}$

⑤ 36 fiókba 3 lapot akarunk tenni, a fiókok megkülönböztethetőek, hányféleképpen helyezhetők a fiókba?

ismétléses kombináció: $\boxed{\binom{n+k-1}{k}} = \binom{38}{3} = \underline{\underline{8436}}$

⑥ 

- ☐ $\overline{A\cdot B}$ $\quad \overline{A\cap B}$
- ☐ $\overline{A}+\overline{B}$ $\quad \overline{A}\cup\overline{B}$

⑦ 60-szor feldobunk egy dobókockát, minden oldalára 9x esett, a 6-ra 15x.

- ☐ A kocka valszeg cinkelt, de nem biztos.

⑧ 120-szor feldobunk egy d.kockát, minden oldalára 18-szor esett, a 6-ra 30-szor.

- ☐ A lehetséges kimenetelek egymást kizáró események.
- ☐ A lehetséges kimenetelek teljes eseményr. alkotnak.
- ☐ Az esemény egy véletlen változó.

⑨ Mi igaz?

- ☐ Ha A implikálja B-t: $P(AB)=P(A)$
- ☐ Ha A implikálja B-t: $P(A+B)=P(B)$

10. Igaz állítások?

☐ Ha A és B egymást kölcs. kizáró események: $P(AB)=0$

☐ Ha A és B függetlenek : $P(AB)=P(A)\cdot P(B)$

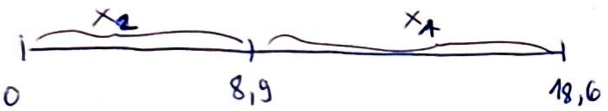
11. Légy 6-szor rohan neki egy 1×1 m-es szúnyoghálónak. Mekkora a val. sége, hogy eltalál egy r=7,3 cm lyukat?

$$0{,}0\cancel{0}73^2\cdot\pi = 0{,}0167 \to \frac{0{,}0167\ldots}{1} = \underline{0{,}0167415}$$

12. 7 alkalommal, r= 4,1 cm, mekkora az esélye, hogy 7, vagy kevesebb alatt eltalálja?

?

13. [0; 18.6] intervallumra ledobunk pontokat. Mekkora a val. sége, hogy első pont nagyobb, mint 8.9, a második kisebb?

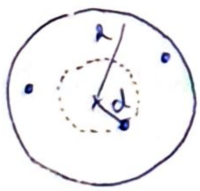


$$x_1 = \frac{18{,}6-8{,}9}{18{,}6} = 0{,}52150 \qquad x_2 = \frac{8{,}9}{18{,}6} = 0{,}4784 \quad \Big\} P = x_1\cdot x_2 = \underline{0{,}24953}$$

14. [0; 18.6] intervallumra ledobunk pontokat, a pont < 8,9?

$\underline{0{,}4784}$

15. 3 pontot elhelyezünk egységsugarú körben, legközelebbi pont távolsága kp.-tól d. Mekkora a val. sége, hogy $d>0{,}32$



$1^2\pi - 0{,}32^2\pi = 2{,}82$ egységnyi területre esnek a pontok.

$$\frac{2{,}82\cdot 2{,}82\cdot 2{,}82}{1^2\pi} = 7{,}13$$???

16. Céltáblán 1-20-ig célok. Mekkora valséggel lövünk egymás utániakkal 27 pontot?

20+7	7+20
19+8	8+19
18+9	9+18
17+10	10+17
16+11	11+16
15+12	12+15
14+13	13+14

kedvező: 14 db

összes: 20·20

$$\frac{14}{400} = \underline{0{,}035}$$

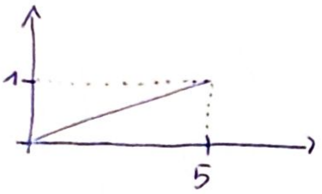
17. $N=33$ esemény, $P_1 = P\{A_i\} = 0,24$ val. séggel mind. k db kiválasztott esemény együttes bekövetkezésének val. sége $p_k = 0,34 \cdot p_{k-1}$. Események összegének val. sége?

$$\binom{33}{k} k^{0,34} (1-p)^k$$

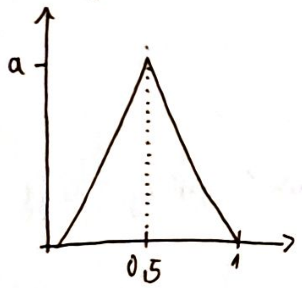
?

18. Kummulativ eloszlásfv. ek?

☐ $F(x) = \frac{x}{5}$ $x \in [0,5]$ ↳ 1-et ér el a végén, folytonosan növekszik



19. Mik igazak?

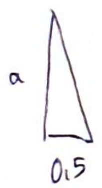


☐ $f(x)$ sűrűségfv., ha $a=2$

$1 = \frac{a \cdot 0,5}{2} = a\frac{1}{4} \to a=4$

↓

egész Δ-re: $\frac{4}{2} = 2$



20. A, B, C páronként függetlenek. Mik igazak?

☐ $P(A+BC) \leq P(A) + P(B) \cdot P(C)$

☐ $P(A+BC) = P(A) + P(B \cdot C) - P(ABC)$

21. Melyek sűrűségfüggvények?

☐ $f(x) = \frac{1}{2\pi}\frac{1}{1+z^2} + \frac{1}{2}\delta(x)$ $x \in [-\infty, \infty]$, $\delta(x)$ a Dirac-delta-fv.

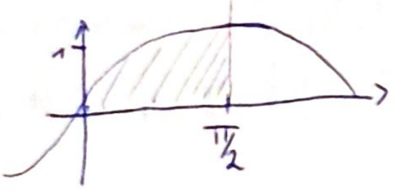
$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{1+z^2}\,dz + \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\delta\,dx = \frac{1}{2\cancel{\pi}}\cdot\cancel{\pi} + \frac{1}{2}\cdot 1 = \boxed{1}$$

☐ $f(x) = x^{-2}$ $x \in [1;\infty]$

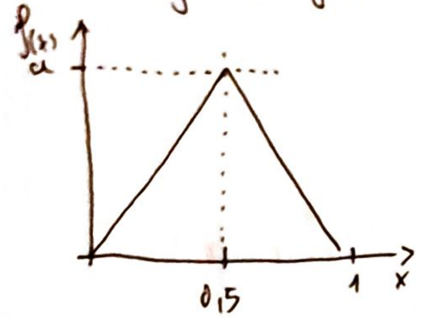
$$\int_{1}^{\infty}\frac{1}{x^2}\,dx = \boxed{1}$$

22. Kummulatív eloszlásfv.-ek?

☐ $F(x) = \sin(x) \quad x \in [0; \frac{\pi}{2}]$



23. Mik igazak $f(x)$-re?



☐ ha $f(x)$ s.fv, akkor a kum. eloszlás:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x<0 \\ 2x^2, & \text{ha } 0<x<\frac{1}{2} \\ 4x-2x^2-1, & \text{ha } \frac{1}{2}\le x<1 \\ 1, & \text{ha } x\ge 1 \end{cases}$$

24. Melyek s.fv.-ek?

☐ $f(x) = \sin(x) \quad x \in [0; \pi/2]$

$$\int_0^{\pi/2} \sin(x) = \underline{\underline{1}}$$

☐ $f(x) = \cos(x) \quad x \in [0; \pi/2]$

25. Ritka betegség 3 válfaja. Ha jelentkezik a tünet, mi a valség, hogy a legritkább az?

gyakoriság: x | $1{,}23 \cdot x$ | $1{,}47 \cdot x$

tünet megjelenés: $0{,}84$ | $0{,}19$ | $0{,}22$

$\underbrace{}_{0{,}84}$ | $\underbrace{}_{0{,}2337}$ | $\underbrace{}_{0{,}3234}$

$$\frac{0{,}84}{0{,}84 + 0{,}2337 + 0{,}3234} = \underline{\underline{0{,}6012}}$$

II. GYAKORLÓ F.S.

1. Igaz állítások?

☐ Két valségi változó független, ha: ☐ együttes $f(x)$-ük a s.fv-eik szorzata

☐ együttes $F(x)$-ük az $F(x)$-eik szorzata.

☐ Egy valségi változó eloszlása megegyezik egy másik változóval vett együttes eloszlásának peremeloszlásával.