

Első zárthelyi feladatsor

1. Ábrázoljuk Venn-diagramon az alábbi eseményeket! Melyek azonosak?
 - (a) $A + B\bar{A}$
 - (b) $(A + B) \cdot (A + \bar{B})$
 - (c) $B + A\bar{B}$
 - (d) $(A - B) + (A - C)$
 - (e) $A \cdot C \cdot \overline{A \cdot C}$
2. Egy r sugarú háromdimenziós gömbben teljesen véletlenszerűen elhelyezünk N pontot. Mekkora a valószínűsége, hogy a középponthez második legközelebb lévő pont a gömbfelülettől legfeljebb d távolságra lesz?
3. Egy 52 lapos francia kártyából véletlenszerűen húzunk három lapot visszatevés nélkül. Három esetben nyerünk: ha elsőnek bármilyen kör, másodiknak bármilyen treff, harmadiknak bármilyen pikk lapot húzunk, vagy elsőnek bármilyen királyt, másodiknak bármilyen ászt, harmadiknak ismét bármilyen királyt, vagy elsőnek piros ászt (kör vagy káró), másodiknak bármilyen pikkot, harmadiknak 5-ösnél kisebb, számozott treff lapot húzunk. Ha a nyereményünk 100 arany, akkor mennyit fizetünk egy játékért méltányos játék esetén?
4. Egy valószínűségi változó két intervallumból vehet fel értékeket 50-50% eséllyel. Ha a $[-1, 1]$ intervallumból vesz fel értékeket, akkor $e^{-x^2/4}$ -gyel arányos az x előfordulása, ha a $[10, 11]$ intervallumból vesz fel, akkor pedig egyforma bármelyik érték valószínűsége. Adjuk meg az x várhatóértékét!
5. A χ és ξ két egymástól független, egyenletes eloszlású valószínűségi változó a $[0, 1]$ intervallumon. Az α paraméter mely értéke mellett nulla az alábbi függvény várható értéke?

$$f(\chi, \xi) = \begin{cases} \chi - \xi & \text{ha } \chi < \xi \\ \alpha(\chi - \xi)^2 & \text{ha } \chi \geq \xi \end{cases}$$