Valószínűségszámítás és statisztika

1.b. zárthelyi

1) Definiáljuk az $A \diamond B$ műveletet a következőképpen: $A \diamond B = AB + \bar{A}\bar{B}$. Igaz-e, hogy ez a művelet kommutatív és asszociatív, tehát hogy

$$A \diamond B = B \diamond A, \quad \text{illetve}$$
$$A \diamond (B \diamond C) = (A \diamond B) \diamond C?$$

(5 pont)

2) Egy urnában ν különböző golyó van. Annak a valószínűsége, hogy a golyók száma $\nu = n$, fordítottan arányos a golyók viszatevés nélküli húzásának lehetséges számával. Adjuk meg ν valószínűségeloszlását, az eloszlás generátorfüggvényét, és az urnában lévő golyók számának várható értékét!

(10 pont)

3) Mikulás beletette n fiók közül valamelyikbe az útlevelét, de elfelejtette, hogy melyikbe. Annak a valószínűsége, hogy kihúzva azt a fiókot, amelyben az útlevél van, abban megtalálja az útlevelet, p. A fiókok közül a Mikulás ugyanolyan valószínűséggel húzza ki mindegyiket. Ha az először kihúzott fiókban nem találja Mikulás az útlevelet, mennyi a valószínűsége, hogy az valóban nincs ott?

(15 pont)

4) Egy dobozban 2^n cédula van, ezek közül $\binom{n}{k}$ darab cédulára a k szám van felírva ($k = 0, 1, \ldots, n$). Kiveszünk visszatevés nélkül m darab cédulát, Jelölje ξ az ezeken lévő számok összegét. Határozzuk meg ξ várható értékét!

(20 pont)

5) Az X_1 és X_2 valószínűségi változók eloszlásának együttes sűrűségfüggvénye $f(x_1, x_2) = C(x_1^2 + x_1 x_2)$, ha $0 \leq x_1, x_2 \leq 1$, egyébként 0. Határozzuk meg a C normálófaktort, a perem-eloszlásokat, valamint a korrelációs együtthatót!

(25 pont)