

# Valószínűségszámítás és statisztika

## 1. zárthelyi

- 1) A szimmetrikus differencia definíció szerint a következő:  $A \circ B = \bar{A}B + A\bar{B}$ . Mutassuk meg, hogy

$$(A + \bar{B}) \circ (\bar{A} + B) = A \circ B$$

(5 pont)

- 2) A  $(0, 1)$  intervallumot 2 véletlenszerűen rádobott ponttal felosztjuk 3 szakaszra. Mennyi annak a valószínűsége, hogy mindegyik szakasz hossza kisebb, mint  $1/2$ ?

(10 pont)

- 3) Egy városban ugyanannyi férfi van, mint nő. Minden 100 férfi közül 5, és minden 10000 nő közül 25 színvak. Mennyi a valószínűsége, hogy a színvakokról vezetett nyilvántartásból egy találmásra kiválasztott karton egy férfi adatait tartalmazza?

(15 pont)

- 4) Egy gyümölcsösben az egyes gyümölcsöket megtámadó férgek száma egymástól független, Poisson-eloszlású valószínűségi változó, gyümölcsönként  $\lambda$  várható értékkel. A gyümölcsöt rovarirtóval kezelik, és ez  $p$  valószínűséggel öli meg a férgeket. Ebből a gyümölcsösből  $n$  gyümölcsöt vásárolunk.

- (a) Mennyi a vásárolt gyümölcsökben lévő férgek számának eloszlása, várható értéke és szórása?  
(b) Mennyi a férges gyümölcsök számának eloszlása, várható értéke és szórása?

(20 pont)

- 5) Az  $X_1$  és  $X_2$  valószínűségi változók eloszlásának együttes sűrűségfüggvénye

$$h(x, y) = \frac{1}{2\pi} \left[ \left( \sqrt{2}e^{-\frac{x^2}{2}} - e^{-x^2} \right) e^{-y^2} + \left( \sqrt{2}e^{-\frac{y^2}{2}} - e^{-y^2} \right) e^{-x^2} \right]$$

Határozzuk meg a perem-eloszlásokat, valamint a korrelációs együtthatót!

(25 pont)