

Valószínűségszámítás és statisztika

2. Pótzárthelyi

Minden feladat megoldása 10 pontot ér. A feladatok nincsenek nehézségi sorrendben. A feladatok megoldásánál a számolás mellett a gondolatmenetet is adjuk meg. Jó munkát!

- 1) Legyen a ξ és η valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye

$$h_{\xi,\eta}(x,y) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{1-r^2} e^{-\frac{1}{2}(x^2-2rxy+y^2)}. \quad (1)$$

Határozzuk meg a ξ/η sűrűségfüggvényét.

- 2) Legyenek ξ_1, ξ_2, \dots független, egyenletes eloszlású valószínűségi változók a $[0, 1]$ intervallumon. Határozzuk meg a $\eta_n = \max(\xi_1, \dots, \xi_n)$ valószínűségi változó karakterisztikus függvényét.

- 3) Mutassuk meg, hogy ha a ξ_k ($k = 1, 2, \dots$) valószínűségi változókra $\mathbf{M}(\xi_k) \neq 0$, és

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\mathbf{D}(\xi_n)}{\mathbf{M}(\xi_n)} = 0, \quad (2)$$

akkor

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{st} \frac{\xi_n}{\mathbf{M}(\xi_n)} = 1. \quad (3)$$

- 4) Ha készpénzzel fizetünk, akkor a legközelebbi 5 forintosra kell kerekíteni. Tegyük fel, hogy a termékek árának utolsó számjegye egyenletes eloszlást követ. Ha naponta átlagosan 15 terméket vásárolunk, mekkora a valószínűsége, hogy egy év alatt a kerekítésekől 100 Ft hasznunk származik?