

Valószínűségszámítás és statisztika

1. Pótzárthelyi

Minden feladat megoldása 10 pontot ér. A feladatok nincsenek nehézségi sorrendben. A feladatok megoldásánál a számolás mellett a gondolatmenetet is adjuk meg. Jó munkát!

- 1) Igazoljuk, hogy tetszőleges A , B , és C eseményre

$$A - [A - (B - C)] = ABC \quad (1)$$

- 2) n különböző színű golyót helyezünk el n urnába úgy, hogy mind az n^n elhelyezés egyenlően valószínű. Mennyi a valószínűsége, hogy pontosan egy urna marad üresen?
- 3) Egy urnában 3 golyó van: egy piros, egy fehér és egy fekete. Ötször húzunk az urnából találmra egy-egy golyót úgy, hogy minden húzás után visszatesszük a kihúzott golyót. Feltéve, hogy feketét és fehéret is húztunk, mi a valószínűsége, hogy egyszer sem húztunk pirosat?
- 4) Legyenek $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ független, Poisson eloszlású valószínűségi változók. Határozzuk meg az

$$\eta_n = \sum_{k=1}^n k\xi_k \quad (2)$$

valószínűségi változó várható értékét és szórását.

- 5) Legyen a ξ és η valószínűségi változók együttes sűrűségfüggvénye

$$h(x, y) = \frac{1}{8\pi^2} e^{-\frac{x^2 + \pi^2 y^2}{8\pi^2}}. \quad (3)$$

Határozzuk meg ξ és η várható értékét és szórását!