

# Valószínűesszámítás és statisztika

## 1. GyakUV

- 1) Alkossanak  $A$ ,  $B$  és  $C$  teljes eseményrendszert, és legyen

$$X = \overline{A + BA + CB + C}. \quad (1)$$

Mutassuk meg, hogy  $X$  a lehetetlen esemény.

- 2) A rulettasztalon 37 szám van, melyek közül 18 piros, 18 fekete, a 0 szám pedig se nem piros, se nem fekete. Gipsz Jakab a legénybúcsúja végén betért a kaszinóba, és addig játszott a ruletten piros számokat, amíg nem nyert.

Másnap a legénybúcsú fáradalmait pihente ki, és azon gondolkodott, hogy vajon hányszor játszott a ruletten. Arra emlékezett csupán, hogy páros számú játékot játszott. Mi a valószínűsége, hogy pontosan két játékot játszott?

- 3) A  $\xi$  valószínűségi változó Cauchy-eloszlást követ, melynek eloszlásfüggvénye  $F_\xi(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan(x)$ . Határozzuk meg az  $\eta = me^\xi$  valószínűségi változó eloszlásfüggvényét.
- 4) Legyenek  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n \dots$  független, exponenciális eloszlású valószínűségi változók, és  $\eta_n = \xi_1 \xi_2 \cdots \xi_n$ . Határozzuk meg az

$$\eta = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \eta_k \quad (2)$$

valószínűségi változó várható értékét.

- 5) A  $\xi$  és  $\eta$  egész értékeket felvevő valószínűségi változók együttes eloszlásának karakterisztikus függvényének logaritmus

$$\begin{aligned} \ln \phi(u, v) &= \ln \mathbf{M}(e^{i(u\xi + v\eta)}) \\ &= \lambda (e^{ihu} - 1) + \mu (e^{ihv} - 1) + \rho (e^{ih(u+v)} - 1) \end{aligned} \quad (3)$$

ahol  $\lambda > 0$ ,  $\mu > 0$ ,  $\rho > 0$ , valamint  $h > 0$  állandók.

Határozzuk meg  $\rho$  és  $\eta$  korrelációs együtthatóját.