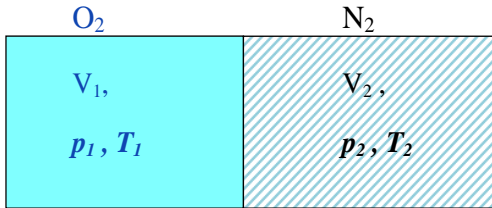


Termodinamika
I. Fizika BSC, 2-4. csoport ;
2011-2012 II. félév
Zárthelyi dolgozat II.

I.) Két különböző minőségű, kétatomos (pl. O₂ és N₂) ideális gáz található két szomszédos izolált edényben. Az egyiknek a nyomása p₁(=p), a térfogata V₁(=V), a hőmérséklete T₁(=T), móltömege M₁(=32g/mol), a másikonak nyomása p₂(=3p), a térfogata V₂(=V), a hőmérséklete T₂(=2T), móltömege M₂ (=28 g/mol).



T_k = ?; ΔS = ?

- a) Mekkora lesz a közös hőmérséklet (T_k=?), ha megszüntetjük az edények között a falat és nem engedünk a környezettel hőcserét? **15 pont**
- b) Mekkora lesz az entrópia megváltozása a keveredés következtében (ΔS=?)? **20 pont**

Megoldás:

Kétatomos ideális gázra gázra: U₁= n₁ C_{V1} T₁; U₂= n₂ C_{V2} T₂ (C_{V1}= C_{V2}= 5/2R)

a) V= V₁+V₂; U= U₁+U₂; n= n₁+n₂;

A kezdeti adatokkal: V= V₁+V₂ = 2V;

(az U szupepozíciója helyett): nT= n₁T₁ + n₂T₂;

$$n = n_1 + n_2 = \frac{p_1 V_1}{T_1} + \frac{p_2 V_2}{T_2} = n + \frac{3}{2}n = \frac{5}{2}n$$

$$\text{tehát } T_k = \frac{n_1 T_1 + n_2 T_2}{n_1 + n_2} = \frac{nT + 3nT}{\frac{5}{2}n} = \frac{8}{5}T = 1.6T$$

15 pont

$$b) \Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = n_1 \left(C_v \ln \frac{T_k}{T_1} + R \ln \frac{V_k}{V_1} \right) + n_2 \left(C_v \ln \frac{T_k}{T_2} + R \ln \frac{V_k}{V_2} \right)$$

$$\Delta S = \frac{pV}{RT} \left[\left(C_v \ln 1.6 \frac{T}{T} + R \ln 2 \frac{V}{V} \right) + \frac{3}{2} \left(C_v \ln 1.6 \frac{T}{2T} + R \ln 2 \frac{V}{V} \right) \right]$$

$$\Delta S = \frac{pV}{RT} \left[\left(C_v \ln 1.6 + R \ln 2 \right) + \frac{3}{2} \left(C_v \ln 0.8 + R \ln 2 \right) \right] \quad C_v^{2atomos} = \frac{5}{2} R;$$

$$\Delta S = \left(\frac{pV}{T} \right) \left\{ \left(\frac{5}{2} \ln 1.6 + \frac{5}{2} \ln 2 \right) + \left(\frac{15}{4} \ln 0.8 \right) \right\}$$

20 pont

2.) Fejezd ki az ideális gáz adiabatikus hőtágulási együtthatóját $\alpha_s = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_s = ?$ az *ismert*

anyagállandók és az állapotjelzők és segítségével!

1. Megoldás:

$$- S^{id.gáz} = n(s_o + C_v \ln T + R \ln V) \text{ deriválva } dS^{id.gáz} = n(s_o + C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V})$$

Adiabatán $dS^{id.gáz} = 0 = +C_v \frac{dT}{T} + R \frac{dV}{V}$, azaz $C_v \frac{dT}{T} = -R \frac{dV}{V}$, tehát

$$\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_s = -\frac{C_v}{R} \frac{1}{T}$$

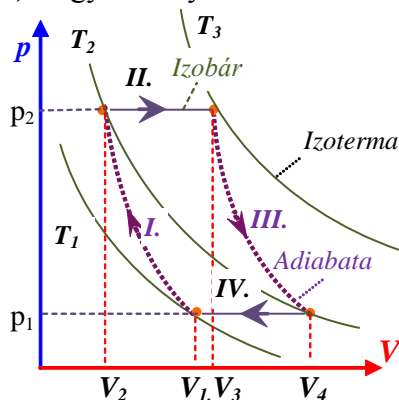
30 pont

2. Megoldás:

Adiabatán: $TV^{\gamma-1} = \text{állandó}$, deriválva $dT V^{\gamma-1} + T(\gamma-1)V^{\gamma-2}dV = 0$, tehát

$$\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_s = -\frac{1}{\gamma-1} \frac{1}{T} = -\frac{C_V}{R} \frac{1}{T}, \text{ hiszen } \gamma-1 = \frac{C_p}{C_V} - 1 \text{ és } C_p - C_V = R$$

3.) Egy körfolyamat két adiabatából (I.-III.), és két izobárból (II.-IV.) áll. Az izobárok p_1 és p_2 nyomásúak. Az ideális gázzal elvégzett folyamat kezdő pontja T_1 hőmérsékletű, nyomása p_1 . A második és a negyedik pont ugyanazon az izotermán van, amely T_2 (ismeretlen) hőmérsékletű, a nyomások rendre p_2 és p_1 . A legmelegebb a 3. pont, melynek hőmérséklete T_3 , nyomása p_2 .



a) Mekkora a T_2 közbenső hőmérséklet értéke (a T_1 és T_3 kifejezve)? **10 pont**

b) Határozd meg a körfolyamat hatásfokát ($\eta = ?$) kizárólag a T_1 és T_3 hőtartályok hőmérsékleteivel kifejezve! **15 pont**

c) Konkrétan igazold, hogy ez a hatásfok biztosan kisebb, mint a megfelelő Carnot hatásfok! ($\eta < \eta^C$) **15 pont**

Megoldás:

a) Az adiabatákon a hőmérséklet és a nyomás közötti kapcsolat

$$pV^\gamma = p \left(\frac{nRT}{p} \right)^\gamma = \text{állandó} : \text{azaz } p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{állandó}$$

$$\text{I. Adiabata (1.} \rightarrow \text{2. pont) } p_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$$

III. Adiabata (3. \rightarrow 4. pont) $p_2^{1-\gamma} T_3^\gamma = p_1^{1-\gamma} T_2^\gamma$, azaz a kettő egyenletet összeszorozva:

$$(p_1 p_2)^{1-\gamma} (T_1 T_3)^\gamma = (p_1 p_2)^{1-\gamma} (T_2 T_2)^\gamma, \text{ tehát } T_1 T_3 = T_2^2 \quad (\text{5 premium pont}) \quad \mathbf{15 \text{ pont}}$$

$$b) \eta_{\text{körf}} = \frac{W_{\text{körf}}}{Q_{\text{fel}}} = \frac{Q_{\text{fel}} - Q_{\text{le}}}{Q_{\text{fel}}}$$

$$Q_{\text{fel}} = nC_p \Delta T_{\text{II}} = nC_p (T_3 - T_2); \text{ továbbá } Q_{\text{le}} = nC_p |\Delta T_{\text{IV}}| = nC_p (T_2 - T_1).$$

$$\eta_{\text{körf}} = 1 - \frac{Q_{\text{le}}}{Q_{\text{fel}}} = 1 - \frac{nC_p (T_2 - T_1)}{nC_p (T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(T_2 - T_1)}{(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{(\sqrt{T_1 T_3} - T_1)}{(T_3 - \sqrt{T_1 T_3})} = 1 - \frac{\sqrt{T_1}}{\sqrt{T_3}}$$

$$\eta = 1 - \sqrt{\frac{T_1}{T_3}} \quad \mathbf{15 \text{ pont}}$$

c) $\eta^{\text{Carnot}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$, jelöljük $x = \frac{T_3}{T_1}$ -el a legmagasabb és a legalacsonyabb hőmérséklet arányát.

Ha $x > 1$, akkor $x > \sqrt{x}$, tehát $\eta^C = 1 - \frac{1}{x} > 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} = \eta$ mindig! **15 pont**

Maximális pontszám: **110 pont**

(Megjegyzés: 10 ponttal csökkentek az eredeti ponthatárok és 5 ponttal nőtt a maximum 110 pontra!)

Új ponthatárok: **2: 35 pont-; 3: 50 pont-; 4: 65 pont-; 5: 80 pont**

Budapest, 2012. Május 7.

dr. Kojnok József