

Termodinamika
I. Fizika BSC, 2010-2011 II. félév, 3-4. csoport
II. Zárthelyi dolgozat megoldásai

1.) $V_v (=9 \text{ cm}^3)$ térfogatú, 20 °C -os vizet összekeverünk, $V_g (=2 \text{ dm}^3)$ térfogatú 100 °C -os gőzzel.

a) Mekkora lesz a közös hőmérséklet ($t_k=?$) ?

Megoldás:

$$Q_{le} = Q_{fel}$$

$$c_v m_v (t_k - t_v) = c_v m_g (t_g - t_k) + m_g L_f$$

$$t_k = \frac{c_v m_v t_v + c_v m_g t_g + m_g L_f}{c_v m_v + c_v m_g}; \text{ ahol}$$

20 pont

$$m_v = \rho_v V_v; m_g = \rho_g V_g;$$

b) Mennyivel nőt eközben az **entrópia** ($\Delta S = ?$)?

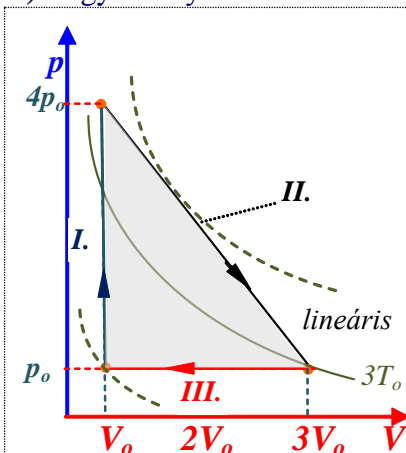
(A víz fajhője: $c (=4.2 \text{ kJ/kgK})$, a víz forráshője: $L_{forr.} (=2250 \text{ kJ/kg})$, a víz sűrűsége: $\rho_{víz} (=10^3 \text{ kg/m}^3)$, a gőz sűrűsége: $\rho_{gőz} (=0.6 \text{ kg/m}^3)$).

Megoldás:

$$\Delta S = \Delta S_v + \Delta S_g = c_v m_v \ln\left(\frac{T_k}{T_v}\right) + c_v m_g \ln\left(\frac{T_k}{T_g}\right) - \frac{m_g L_f}{T_g}$$

15 pont

2.) Egy mólnyi **kétatomos** ideális gázzal végezzünk egy háromszög alakú körfolyamatot,



amely három egyszerű részfolyamatból áll:

- egy (I.) **izochor** ($V=V_0$) nyomásnövekedésből (p_0 -ról $\rightarrow 4p_0$ -ra),
- egy (II.) **lineáris tágulásból** (a kezdeti ($4p_0, V_0, 4T_0$) és a ($p_0, 3V_0, 3T_0$) végpont között),
- és egy (III.) **izobár** összenyomásból ($p=p_0$) $3V_0$ -ról $\rightarrow V_0$ -ra.

a) Határozza meg e körfolyamat hatásfokát $\eta_{2atomos} = ?!$ 20 pont

b) Mekkora az egyes folyamatrészekben az entrópiaváltozás ($\Delta S_I=?; \Delta S_{II}=?; \Delta S_{III}=?$)? 15 pont

c) Mennyivel változik a hatásfok, ha a körfolyamatot **egyatomos** ideális gázzal végezzük ($\frac{\eta_{1atomos}}{\eta_{2atomos}} = ?$)? 15 pont

(Kezdetben a kiinduló gáz paraméterei: p_0, V_0, T_0 .)

Megoldás:

$$a) \eta_{körf} = \frac{W_{körf}}{Q_{fel}}$$

$$W_{körf} = W_{\Delta} = (4p_0 - p_0)(3V_0 - V_0)/2; W_{körf} = 3p_0 V_0 = 3RT_0$$

$$Q_{fel} = Q_I + Q_{II};$$

$$Q_{fel} = (\Delta U_I) + (\Delta U_{II} + W_{II})$$

$$Q_{fel} = (C_v(4T_0 - T_0)) + (C_v(3T_0 - 4T_0) + (4p_0 + p_0)(3V_0 - V_0)/2)$$

$$Q_{fel} = (C_V 3T_o) + (-C_V T_o + 5p_o V_o) = C_V 2T_o + 5RT_o = 10RT_o; C_V^{2atomos} = \frac{5}{2} R$$

$$\eta_{2atomos} = \frac{3}{10} \quad 20 \text{ pont}$$

$$b) \Delta S = n(C_V \ln\left(\frac{T_v}{T_k}\right) + R \ln\left(\frac{V_v}{V_k}\right))$$

$$\Delta S_I = n(C_V \ln\left(\frac{4T_o}{T_o}\right) + R \ln\left(\frac{V_o}{V_o}\right)) = \frac{5}{2} R \ln 4 \quad 5 \text{ pont}$$

$$\Delta S_{II} = n(C_V \ln\left(\frac{3T_o}{4T_o}\right) + R \ln\left(\frac{3V_o}{V_o}\right)) = \frac{5}{2} R \ln\left(\frac{3}{4}\right) + R \ln 3 \quad 5 \text{ pont}$$

$$\Delta S_{III} = n(C_V \ln\left(\frac{T_o}{3T_o}\right) + R \ln\left(\frac{V_o}{3V_o}\right)) = nC_p \ln\left(\frac{T_o}{3T_o}\right) = -\frac{7}{2} R \ln 3 \quad 5 \text{ pont}$$

$$c) \eta_{1atomos} = \frac{3RT_o}{(3RT_o + 5RT_o)} = \frac{3}{8}; C_V^{1atomos} = \frac{3}{2} R$$

$$\frac{\eta_{1atomos}}{\eta_{2atomos}} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} \quad 15 \text{ pont}$$

3.) Fejezze ki a $\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = ?$ deriváltat az *ismert* anyagállandók és az extenzív és az intenzív állapotjelzők és segítségével!

Megoldás:

$$dU/dp = TdS/dp - pdV/dp; \text{ azaz}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T - p\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - p\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = -TV\alpha + pV\kappa_T \quad 30 \text{ pont}$$

Útmutató: Induljon ki a fundamentális egyenletből!

- Anyagállandók: $\alpha, \kappa_T, C_V, \dots$!

- Összefüggések: $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V; \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p; \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p)$

- $S^{id.gáz}(T, V) = n(C_V \ln T + R \ln V + s_o)$;

- Általános gázállandó: $R = 8.31 \text{ J/(mol K)}$

Maximális pontszám: **115 pont**

Megjegyzés:

-Részpontok is szereshetők (a jó megoldáshoz vezető) részeredményekért.

- **Új pontthatárok:** 2: 35 pont-; 3: 50 pont-; 4: 65 pont-; 5: 80 pont

Budapest, 2011. Május 17.

dr. Kojnok József