Termodinamika
I.Fizika BSC, 2010-2011 II. félév, 3-4. csoport
II.Zárthelyi dolgozat megoldásai

1.) **V_v** (=**9** cm^3) térfogatú, **20 ^{o}C-os vizet** összekeverünk, **V_g** (= 2 dm^3) térfogatú **100 ^{o}C-os gőzzel**.

a) Mekkora lesz a közös hőmérséklet (***t_k=?***) ?

Megoldás:

$$Q_{le} = Q_{fel}$$

$$c_v m_v (t_k - t_v) = c_v m_g (t_g - t_k) + m_g L_f$$

$$t_k = \frac{c_v m_v t_v + c_v m_g t_g + m_g L_f}{c_v m_v t_v + c_v m_g t_g}; \text{ ahol}$$ ***20 pont***

$$m_v = \rho_v V_v; m_g = \rho_g V_g;$$

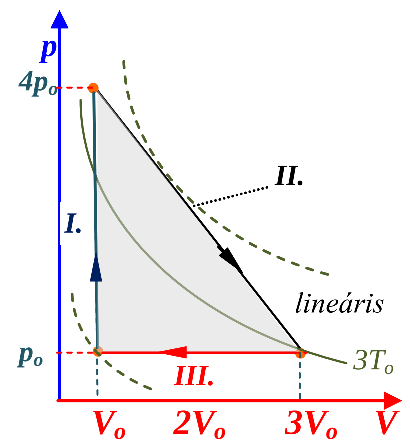
b) Mennyivel nőt eközben az **entrópia** ($\Delta S = ?$)?

(A víz fajhője: ***c*** (= 4.2 kJ/kgK), a víz forráshője**: *L_{forr}***.(= 2250 kJ/kg), a víz sűrűsége: ***$\rho_{víz}$*** (= 10^3 kg/m^3), a gőz sűrűsége: ***$\rho_{gőz}$*** (= 0.6 kg/m^3)).

Megoldás:

$$\Delta S = \Delta S_v + \Delta S_g = c_v m_v \ln(T_k/T_v) + c_v m_g \ln(T_k/T_g) - \frac{m_g L_f}{T_g}$$ ***15 pont***

2.) Egy mólnyi **kétatomos** ideális gázzal végezzünk egy háromszög alakú körfolyamatot,



amely három egyszerű részfolyamatból áll:

- egy (I.) **izochor** (***V=V$_o$***) nyomásnövekedésből (p_o-ról→4p_o-ra),
- egy (II.) **lineáris tágulásból** (a kezdeti (4p_o, V_o, 4T_o) és a (p_o, 3V_o, 3T_o) végpont között),
- és egy (III.) **izobár** összenyomásból (***p=p$_o$***) 3V_o–ról →V_o-ra.

a) Határozza meg e körfolyamat hatásfokát $\eta_{2atomos} = ?$! ***20 pont***

b) Mekkora az egyes folyamatrészekben az entrópiaváltozás (***$\Delta S_{I.}$=?; $\Delta S_{II.}$=?; $\Delta S_{III.}$=?)?*** ***15 pont***

c) Mennyivel változik a hatásfok, ha a körfolyamatot **egyatomos** ideális gázzal végezzük ($\frac{\eta_{1atomos}}{\eta_{2atomos}} = ?$)? ***15 pont***

*(Kezdetben a kiinduló gáz paraméterei**: p_o, V_o, T_o**.)*

Megoldás:

a) $$\eta_{körf} = W_{körf}/Q_{fel}$$

$$W_{körf} = W_\Delta = (4p_o - p_o)(3V_o - V_o)/2;\ W_{körf} = 3p_o V_o = 3RT_o$$

$$Q_{fel} = Q_{I.} + Q_{II};$$

$$Q_{fel} = (\Delta U_{I.}) + (\Delta U_{II.} + W_{II.})$$

$$Q_{fel} = (C_V(4T_o - T_o)) + (C_V(3T_o - 4T_o) + (4p_o + p_o)(3V_o - V_o)/2)$$

$$Q_{fel} = (C_V 3T_o) + (-C_V T_o + 5p_o V_o) = C_V 2T_o + 5RT_o = 10RT_o \, ; C_V^{2atomos} = \tfrac{5}{2} R$$

$$\eta_{2atomos} = \tfrac{3}{10}$$ ***20 pont***

b) $$\Delta S = n(C_V \ln\left(\tfrac{T_v}{T_k}\right) + R\ln\left(\tfrac{V_v}{V_k}\right)$$

$$\Delta S_I = n(C_V \ln\left(\tfrac{4T_o}{T_o}\right) + R\ln\left(\tfrac{V_o}{V_o}\right) = \tfrac{5}{2} R\ln 4$$ ***5 pont***

$$\Delta S_{II} = n(C_V \ln\left(\tfrac{3T_o}{4T_o}\right) + R\ln\left(\tfrac{3V_o}{V_o}\right) = \tfrac{5}{2} R\ln\left(\tfrac{3}{4}\right) + R\ln 3$$ ***5 pont***

$$\Delta S_{III} = n(C_V \ln\left(\tfrac{T_o}{3T_o}\right) + R\ln\left(\tfrac{V_o}{3V_o}\right)) = nC_p \ln\left(\tfrac{T_o}{3T_o}\right) = -\tfrac{7}{2} R\ln 3$$ ***5 pont***

c) $$\eta_{1atomos} = \tfrac{3RT_o}{(3RT_o + 5RT_o)} = \tfrac{3}{8} \, ; \; C_V^{1atomos} = \tfrac{3}{2} R$$

$$\frac{\eta_{1atomos}}{\eta_{2atomos}} = \tfrac{10}{8} = \tfrac{5}{4}$$ 1***5 pont***

3.) Fejezze ki a $\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = ?$ deriváltat az ***ismert*** anyagállandók és az extenzív és az intenzív állapotjelzők és segítségével!

Megoldás:

$$\tfrac{dU}{dp} = \tfrac{TdS}{dp} - \tfrac{pdV}{dp};$$ azaz

$$\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = T\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T - p\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial p}\right)_T = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p - p\left(\frac{\partial V}{\partial p}\right)_T = -TV\alpha + pV\kappa_T$$ **30 pont**

Útmutató: Induljon ki a fundamentális egyenletetből!

- *Anyagállandók:* ***α, κ_T, C_V,…*** !
- *Összefüggések:* $\left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V ; \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p ; \left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V - p\,)$
- $S^{id.gáz}(T, V)$ = **n (C_V ln T + R lnV + s_o)**;
- *Általános gázállandó:* ***R= 8.31 J/(mol K)***

Maximális pontszám: ***115 pont***

Megjegyzés:
-Részpontok is szerezhetők (a *jó* megoldáshoz vezető) részeredményekért.

- ***Új ponthatárok:*** **2**: 35 pont-; **3**: 50 pont-; **4**: 65 pont-; **5**: 80 pont

Budapest, 2011. Május 17.

dr. Kojnok József