

Termodinamika

I. Fizika BSC, 3-5. csoport ;

2012-2013 II. félév

I. Zárthelyi dolgozat megoldásai

1. Egy buborék száll fel a tenger fenekéről ($h=$) **10 km** mélységből; odalent ($t_o=$) **4°C**-os, fent ($t_1=$) **27°C** –os a víz hőmérséklete. Hányszorosára nő a buborék átmérője mire a felszínre ér ($r_{\text{felszín}}/R_{10\text{km}}=?$)?

Megoldás:

A gáztérfogat mélyen: V_h , ekkor a sugár r_h , a nyomás p_h , a hőmérséklet T_h .

A nyomás a felszíni nyomás és a hidrosztatikai nyomás összege (= 1001 atm!):

$$p_h = p_o + \rho_{Hg} gh.$$

A gáz mennyisége nem változik, így a gáztörvény:

$$\frac{p_h V_h}{T_h} = \frac{p_1 V_1}{T_1}, \text{ azaz}$$
$$\frac{(p_o + \rho gh) \left(\frac{4\pi}{3} R_h^3 \right)}{273 + t_o} = \frac{p_o \left(\frac{4\pi}{3} r_1^3 \right)}{273 + t_1}$$
$$\frac{r_1}{R_h} = \sqrt[3]{\frac{p_h T_1}{p_o T_h}} = 10.27$$

20 pont

2. Egy $V=6 \text{ dm}^3$ térfogatú edényben $p_1=2 \times 10^5 \text{ Pa}$ nyomású, $t_1=27 \text{ C}^\circ$ hőmérsékletű ideális gáz van. Mekkora a gáz mólsúlya ($M_{\text{gáz}}=?$), ha $t_2=-23 \text{ C}^\circ$ hőmérséklet mellett **6 g** gáz eltávolítása után a gáz nyomása $p_2=1 \times 10^5 \text{ Pa}$ –ra csökken? ($R=8,31 \text{ J/mol}$)

Megoldás:

A gáz mennyisége változik, így a gáztörvény:

$$p_1 V_1 = n_1 R T_1 = \frac{m_1}{M} R T_1, \text{ és } p_2 V_2 = n_2 R T_2 = \frac{m_2}{M} R T_2, \text{ azaz}$$

$$p_1 V_1 = \frac{m}{M} R T_1, \text{ és } p_2 V_2 = \frac{m - \Delta m}{M} R T_2; \text{ azaz}$$

$$p_2 V_2 = \frac{M \frac{p_1 V_1}{R T_1} - \Delta m}{M} R T_2$$

$$M \frac{p_2 V_2}{R T_2} = M \frac{p_1 V_1}{R T_1} - \Delta m$$

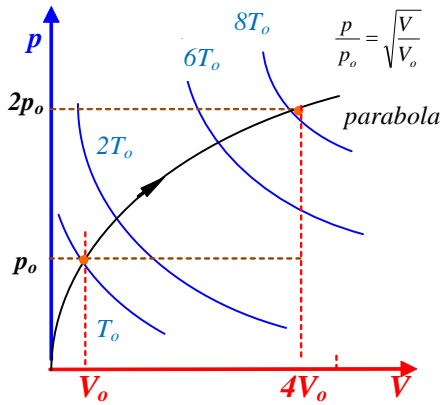
$$M = \frac{\Delta m}{\frac{p_1 V_1}{R T_1} - \frac{p_2 V_2}{R T_2}} = \frac{6 \text{ g}}{\left(\frac{200 \text{ kPa}}{300 \text{ K}} - \frac{100 \text{ kPa}}{250 \text{ K}} \right) \frac{6 \text{ dm}^3}{8,31 \text{ J/mol}}} = 31.1 \text{ g/mol}$$

25 pont

3. Egy kétatomos ideális gázzal végzett **parabolikus folyamat** politróp folyamat.

A folyamathoz tartozó politróp kitevő $n = -1/2$; a folyamat egyenlete: $\frac{p}{p_o} = \sqrt{\frac{V}{V_o}}$.

A kezdeti állapot (p_o, V_o, T_o) , a végállapot $(2p_o, 4V_o, 8T_o)$, ahol p_o, V_o és $(T_o = \frac{p_o V_o}{nR})$ adott!



a) Mekkora a munkavégzés táguláskor ($W=?$)

b) Mekkora a hőközlés ilyenkor ($Q=?$)?

c) A belsőenergia változás hányadrésze a hőközlés ($\frac{Q}{\Delta U} = ?$)?

d) Határozza meg a gáz folyamatbeli térfogati hőtágulási együtthatóját kezdetben ($\alpha_V(V_o)=?$) a V_o -térfogatnál!

(Útmutatás: $f^2 \text{ atomos} = 5$; $\alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{\text{folyamat}}$)

A politróp folyamat definíciója: $pV^n = \text{állandó}$).

Megoldás:

a) A munka:

$$W = - \int p dV = - \int_{V_o}^{4V_o} \frac{p_o}{\sqrt{V_o}} \sqrt{V} dV = - \frac{p_o}{\sqrt{V_o}} \left(\frac{\sqrt{V^3}}{3/2} \right) \Big|_{V_o}^{4V_o} = \frac{-2}{3} \frac{p_o}{\sqrt{V_o}} (8-1) \sqrt{V_o^3}$$

$$W = - \frac{14}{3} p_o V_o$$

15 pont

b) A hőközlés:

$$Q = \Delta U - W = n C_V \Delta T - W = \left(\frac{p_o V_o}{RT_o} \right) \left(\frac{f}{2} R \right) (8T_o - T_o) + \frac{14}{3} p_o V_o$$

$$Q = \Delta U - W = n C_V \Delta T - W = \frac{35}{2} p_o V_o + \frac{14}{3} p_o V_o = \frac{73}{6} p_o V_o = 12.16 p_o V_o \quad 10 \text{ pont}$$

c) Első megoldás: $\frac{Q}{\Delta U} = \frac{\Delta U - W}{\Delta U} = 1 - \frac{W}{\Delta U} = 1 + \frac{\frac{14}{3} p_o V_o}{\frac{35}{2} p_o V_o} = 1 + \frac{4}{15}$

15 pont

Második megoldás:

$$\frac{Q}{\Delta U} = \frac{n C_{\text{foly.}} \Delta T}{n C_V \Delta T} = \frac{C_V + \frac{R}{1-n}}{C_V} = 1 + \frac{R}{(1-n)C_V} = 1 + \frac{1}{(1-n) \frac{f}{2}}$$

d) Hőtágulási együttható kezdetben:

$$\alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial T} \right)_{\text{folyamat}}$$

A folyamat egyenlete: $pV^n = \text{állandó}$ vagy $TV^{n-1} = \text{állandó}$, azaz

$$\text{differenciálisan : } dTV^{n-1} + T(n-1)V^{n-2}dV = 0 \Rightarrow ; \left(\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial T} \right)_{\text{politróp}} = -\frac{1}{n-1} \frac{V}{T}$$

$$\alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial \mathcal{N}}{\partial T} \right)_{T=T_o}^{n=-1/2} = -\frac{1}{n-1} \frac{1}{T_o} = \frac{2}{3} \frac{1}{T_o} \quad \mathbf{20 \text{ pont}}$$

Maximális pontszám: **105 pont**

Új ponthatárok: **2: 40 pont-; 3: 55 pont-; 4: 70 pont-; 5: 85 pont**

Budapest, 2013. Március 30.

dr. Kojnok József