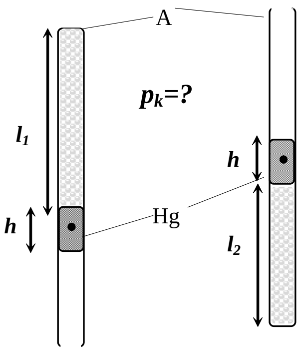
Termodinamika

I.Fizika BSC, 2-4. csoport ;

2011-2012 II. félév

Zárthelyi dolgozat I. megoldások.

1. Egyik végén nyitott üvegcsőbe (***h***=**4 cm** hosszúságú) Hg csepp zár be p_k – külső légnyomású gázt. A csőbe zárt gázoszlop hossza alul nyitott vég esetén (l_1 **= 40 cm**), felül nyitott vég esetén (l_2 **= 36 cm**). Mekkora a külső légnyomás? (p_k =?) , ($\rho_{Hg}=13.6\times 10^3\ {}^{kg}/_{m^3}$)!



Megoldás:

A ***kezdeti*** (vízszintes) hossza a gáznak: ℓ_o , ekkor a nyomás p_k . (A ***kezdeti*** térfogata: $V_o = \ell_o * A$)

Az ***alul*** nyitott vég esetén a hossz ℓ_1 ; ekkor a nyomás a Hg szintek különbségével kisebb a külső légnyomásnál, azaz: $p_1 = p_k - \rho_{Hg} gh$

A ***felül*** nyitott vég esetén a hossz ℓ_2 ; ekkor a nyomás a Hg szintek különbségével nagyobb a külső légnyomásnál, azaz: $p_2 = p_k + \rho_{Hg} gh$

A három esetben azonos a hőmérséklet (T), használható a Boyle Mariotte törvény (A-val egyszerűsítés után): $p_k \ell_o = p_1 \ell_1 = p_2 \ell_2$. Az ℓ_o ismerete hiányában az egyenlőség ismert részét kell használni a p_k meghatározására pl.: $p_1 = p_2 \dfrac{\ell_2}{\ell_1}$.

Továbbá $p_k = \dfrac{p_1 + p_2}{2} = \dfrac{p_2}{2}\left(1 + \dfrac{\ell_2}{\ell_1}\right)$, illetve $\rho_{Hg} gh = \dfrac{p_2 - p_1}{2} = \dfrac{p_2}{2}\left(1 - \dfrac{\ell_2}{\ell_1}\right)$

$$p_k = \rho_{Hg} gh \frac{1 + \frac{\ell_2}{\ell_1}}{1 - \frac{\ell_2}{\ell_1}} = \rho_{Hg} gh \frac{\ell_1 + \ell_2}{\ell_1 - \ell_2} = 40 Hgmm \frac{760mm}{40mm} = 760 torr = 1x10^5\ Pa$$

20 pont

2. Egy ***V= 4 dm³*** térfogatú edényben $p_1 = 2\times 10^5 Pa$ nyomású, $t_1 = 27\ C^o$ hőmérsékletű ideális gáz van. Mekkora a gáz mólsúlya (***M***$_{gáz}$**= ?)**, ha $t_2 = -23\ C^o$ hőmérséklet mellett ***4g*** gáz eltávolítása után a gáz nyomása $p_2 = 1\times 10^5 Pa$ –ra csökken**?** (**R= 8,31 J/molK**)

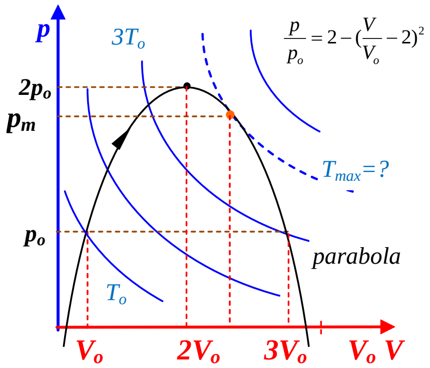
Megoldás:

$p_1 V = n_1 R T_1$, azaz $p_1 V = n_1 R T_1 = \left(\dfrac{m - \Delta m}{M}\right) R T_1$ és $p_2 V = n_2 R T_2 = \left(\dfrac{m}{M}\right) R T_2$.

$p_1 V = \left(\dfrac{m - \Delta m}{M}\right) R T_1 = \left(\dfrac{m}{M}\right) R T_2 \dfrac{T_1}{T_2} - \left(\dfrac{\Delta m}{M}\right) R T_1$, $p_1 V = p_2 V \dfrac{T_1}{T_2} - \left(\dfrac{\Delta m}{M}\right) R T_1$,

azaz $\left(\dfrac{\Delta m}{M}\right) R T_1 = \left(p_2 \dfrac{T_1}{T_2} - p_1\right) V$ így $M = \left(\dfrac{\Delta m}{V}\right) \dfrac{R T_1 T_2}{p_2 T_1 - p_1 T_2} = 31.4\ {}^{g}/_{mol}$ ***20 pont***

3. Mekkora az ideális gázzal végzett alábbi ***parabola-folyamat*** során a maximális hőmérséklete



(***T$_{max}$= ?***). $\frac{p}{p_o} = 2 - (\frac{V}{V_o} - 2)^2$,

ahol p_o, V_o és ($T_o = \frac{p_o V_o}{nR}$) adott!

(Útmutatás: *A folyamat görbéje érinti a maximális hőmérsékletű izotermát!*

Megoldás:

A parabola érintője: $\left(\frac{dp}{dV}\right)_{parabola} = -2p_o \frac{1}{V_o}(\frac{V}{V_o} - 2)$

Az izoterma (hiperbola) érintője: $\left(\frac{dp}{dV}\right)_{izoterma} = -\frac{p}{V}$ s az egyenlőségük határozza majd meg a maximális izotermán levő p_m V_m parabolán (is) levő pontot:

$2p_o \frac{1}{V_o}(\frac{V}{V_o} - 2) = \frac{p}{V}$, azaz $2\frac{V}{V_o}(\frac{V}{V_o} - 2) = \frac{p}{p_o}$,vagyis a parabola egyenletét

visszahelyettesítve : $2\frac{V}{V_o}(\frac{V}{V_o} - 2) = 2 - (\frac{V}{V_o} - 2)^2$.

Áttekinthetőbb a másodfokú egyenlet, ha bevezetjük az $x = \frac{V}{V_o}$ jelölést:

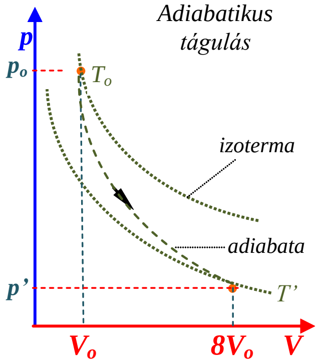
$2x(x-2) = 2 - (x-2)^2$, rendezve $3x^2 - 8x + 2 = 0$

$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{8^2 - 4*2*3}}{6} = \frac{4 \pm \sqrt{10}}{3}$ ahol a pozitív gyök a jó megoldás:

$x = \frac{V_m}{V_o} = \frac{4 + \sqrt{10}}{3} \cong 2.387$, $\frac{p_m}{p_o} \cong 1.85$ az izoterma $\frac{T_m}{T_o} \cong 4.41$ ***30 pont***

:

4. Egyatomos ideális gázzal végzünk adiabatikus (kvázisztatikus) nyolcszoros tágítást.



A kezdeti állapot (p_o, V_o, T_o), a végállapot (p', $8V_o$, T').

a) Mekkora lesz a tágítás után a gáz hőmérséklete? (***T'=?***)

b) Mekkora tágítás közben a munkavégzés (***W=?***)

c) Mekkora lesz a tágítás után a gáz nyomása? (***p'=?***)

d) Hányszor nagyobb lenne a nyomás, ha <u>nem</u> kvázisztatikusan, hanem vákuumba, hirtelen tágulva, munkavégzés nélkül (***W=0***) tágítanánk a gázt? (***$p^{G.L.}$/p'=?***)

(A *d)* pontban *lásd Gay – Lussac tágulás!*;
A $\boldsymbol{p_o}$, a $\boldsymbol{V_o}$ és a $\boldsymbol{T_o}$ adott; $\boldsymbol{f^{1\ atomos}}$***= 3***; ***R= 8,31 J/molK***)

Megoldás:

Az adiabata egyenletei:

$$pV^{\gamma} = \acute{a}lland\acute{o}\text{, illetve } TV^{\gamma-1} = \acute{a}lland\acute{o}\text{, ahol } \gamma = \frac{f+2}{f} = 5/3$$

a) Az adiabatikus tágítás után a hőmérséklet:

$$T_o(V_o)^{2/3} = T'(8V_o)^{2/3} \text{ alapján } T' = \frac{T_o}{4}$$ ***5 pont***

b) Tágítás közben a gázon végzett munka (W) egyenlő a belső energia megváltozásával (ΔU):

$$\Delta U = \left|U\right|_{kezd}^{v\acute{e}g} = \left|U\right|_{T_o}^{1/4 T_o} = nC_V\left(\frac{1}{4}T_o - T_o\right) = -\frac{3}{4}n\left(\frac{f}{2}R\right)T_o = -\frac{9}{8}nRT_o = -\frac{9}{8}p_oV_o$$ ***15 pont***

c) Az adiabatikus tágítás után a nyomás:

$$p_o(V_o)^{5/3} = p'(8V_o)^{5/3} \text{ alapján } p' = \frac{p_o}{32}$$ ***5 pont***

d) A vákuumba tágulás az izotermán jelent egy ugrást (ideális gáznál) (***$T^{G.L.}$=T_o***):

$$p_oV_o = p^{G.L.}(8V_o) \text{ azaz } p^{G.L.} = \frac{p_o}{8}\text{, tehát } p^{G.L.}/p' = 4\,.$$ ***15 pont***

A vákumba ugró (G.L.) tágulás a végén **négyszer** nagyobb hőmérsékletet és nyomást eredményez, mint a lassú, adiabatikus (kvázisztatikus) tágulás esetén.

A G.L. tágulásnál nem végeztetünk munkát a gázzal, nem csökkentjük a belső energiáját.

Maximális pontszám: ***110 pont***

-Ponthatárok (módosultak): **2**: ***40*** pont-; **3**: ***55*** pont-; **4**: ***70*** pont-; **5**: ***85*** pont

Budapest, 2012. Március 27.

dr. Kojnok József