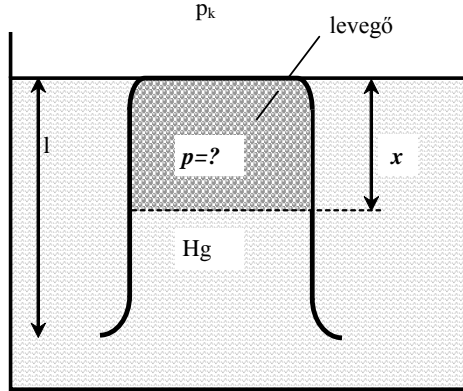


Termodinamika
I. Fizika BSC 2010-2011 II. félév
Zárthelyi dolgozat I.

I.) Egy mérőhengert nyitott végénél fogva talpig a **Hg**-ba nyomunk az ábra szerint.



Mekkora lesz a levegő nyomása a mérő-
 hengerben ($p = ?$) ?
 (A mérőhengerből nem távozik el levegő, a
Hg-ba merítéskor; a mérőhenger hossza:
 $l=19\text{cm}$; $\rho_{\text{Hg}}=1,36 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$; $p_k=10^5 \text{ Pa}$).

30 pont

Megoldás:

A **kezdeti** hossza a gáznak: l ; a végső hossza x .

a **kezdeti** térfogata: $V_0 = l \cdot A$; a végső gáz térfogat : $V_{\text{gáz}} = x \cdot A$.

Kezdetben a nyomás p_k ; végállapotban a p nyomás a Hg szintek különbségével, h -val több,

azaz: $p = p_k + \rho_{\text{Hg}} g h$

A h azonban nem l , hanem az ismeretlen x /közlekedő edény/!

Tehát: $p = p_k + \rho_{\text{Hg}} g x$

Az összenyomás izoterm folyamat, azaz T -nem változik, használható a Boyle Mariotte törvény

(A -val egyszerűsítés után): $p_k l = p x$; $p_k l = (p_k + \rho_{\text{Hg}} g x) x$, azaz

$$x^2 \rho_{\text{Hg}} g + x p_k - p_k l = 0$$

$$\text{Így : } x = \frac{-p_k \pm \sqrt{(p_k)^2 + 4 p_k l (\rho_{\text{Hg}} g)^2}}{2 \rho_{\text{Hg}} g} \quad (\text{csak a pozitív gyök felel meg!})$$

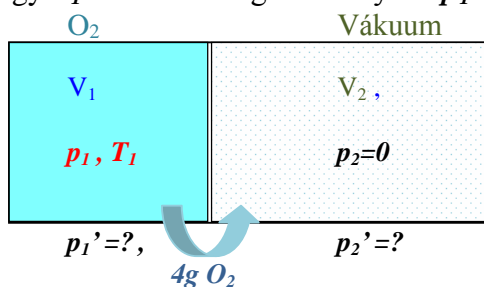
$$\text{Tehát } p = p_k + \left(\frac{-p_k + \sqrt{(p_k)^2 + 4 p_k l (\rho_{\text{Hg}} g)^2}}{2 \rho_{\text{Hg}} g} \right) \rho_{\text{Hg}} g$$

$$p = \frac{p_k}{2} + \frac{\sqrt{p_k^2 + 4 p_k l (\rho_{\text{Hg}} g)^2}}{2}$$

$$\text{Numerikusan: } p_k = 4 l (\rho_{\text{Hg}} g) = 76 \text{ Hgcm, tehát } p = \frac{1 + \sqrt{2}}{2} p_k = 91 \text{ Hg cm} = 1.205 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

. 30 pont

2.) Egy $V_1 = 4 \text{ dm}^3$ térfogatú edényben $p_1 = 3 \times 10^5 \text{ Pa}$ nyomású, $t_1 = 20 \text{ C}^\circ$ hőmérsékletű



oxigén gáz van. A mellette levő tartály teljesen üres, térfogata: $V_2 = 3 \text{ dm}^3$ ($p_2 = 0$). Mekkora lesznek a nyomások az egyes tartályokban ($p_1'=?$; $p_2'=?$), ha $m = 4 \text{ g}$ -nyi gázt hirtelen átengedünk egy áteresztő csapon keresztül balról jobbra? ($M_{O_2} = 32 \text{ g/mol}$; $R = 8,31 \text{ J/molK}$)
(Lásd: Gay-Lussac kísérlet!) **30 pont**

Megoldás:

A Gay-Lussac folyamatban a belső energia nem változik ($\Delta U = 0$, mert $Q = 0$ és $W = 0$), ez azt jelenti, hogy ugyan az a hőmérséklet a végén, mint kezdetben volt ($T_1' = T_1 = T_2' = 293 \text{ K}$).

(A folyamat nem izoterm folyamat, mert a beeresztés közben nincs egyensúlyi nyomás egyik oldalon sem! Az általános gáztörvényben szereplő kezdeti és vég hőmérsékleteket azonban tudjuk.)

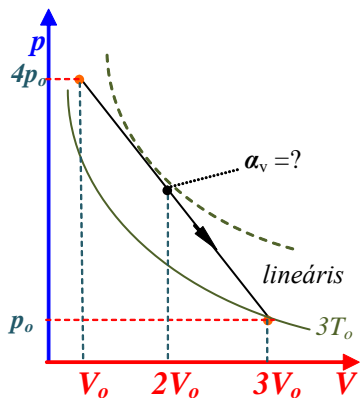
Kezdetben: $p_1 V_1 = n_1 R T_1$. Innen adódik az oxigén móltörtje $n_1 = 0,5 \text{ mol}$, azaz $m_1 = 16 \text{ g}$.

Ebből $m_2 = 4 \text{ g}$ -t átengedve, marad a baloldalt $m_1' = 12 \text{ g}$. Tehát

$$p_1' V_1 = n_1' R T_1, \text{ azaz } p_1' = n_1' \frac{R T_1}{V_1} = \left(n_1 - \frac{m_2}{M} \right) \frac{R T_1}{V_1} = \left(\frac{p_1 V_1}{R T_1} - \frac{m_2}{M} \right) \frac{R T_1}{V_1} = \frac{9}{4} * 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_2' = n_2' \frac{R T_2'}{V_2} = \left(\frac{m_2}{M} \right) \frac{R T_1}{V_2} = 1 * 10^5 \text{ Pa} \quad : \quad \mathbf{30 \text{ pont}}$$

3.) Egy mólnyi kétatomos ideális gázzal végezzünk egy lineáris folyamatot ($4p_o, V_o, 4T_o$) kezdeti és a ($p_o, 3V_o, 3T_o$) végpont között!



a) Határozza meg a gáz folyamatbani térfogati hőtágulási együtthatóját közepén ($\alpha_v(2V_o)=?$) a $2V_o$ -térfogatnál!

25 pont

b) Mekkora a munkavégzés ($W=?$) és a hőközlés ($Q=?$) a kezdeti és a végpont között?

25 pont

Definíció: $\alpha_v = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{\text{folyamat}}$; $R = 8,31 \text{ J/molK}$

Megoldás:

a) A definíció szerinti derivált **nem** az izobár hőtágulási együttható! $\alpha_v = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_{\text{folyamat}}$,

Hiszen a folyamat egyenlete: $p(V) = -\frac{3p_o}{2V_o} V + \frac{11}{2} p_o$ nem vízszintes egyenest ír le.

A dV és a dT differenciák hányadosait az általános gáztörvény és a folyamat egyenletének

szimultán deriválásával határozhatjuk meg: $df(p, V) = \left(\frac{\partial f}{\partial p} \right)_V dp + \left(\frac{\partial f}{\partial V} \right)_p dV$,

$V dp + p dV = nRdT$; és $dp = -\frac{3p_o}{2V_o} dV$. A dp -t kiküszöbölve:

$$V \left(-\frac{3p_o}{2V_o} dV \right) + p dV = nRdT ; \left(-\frac{3p_o}{2V_o} V + p \right) dV = nRdT$$

$$\frac{dV}{dT} = \frac{nR}{-\frac{3p_o}{2V_o} V + p} = \frac{nR}{-\frac{11}{2} p_o + 2p}$$

$$\text{Általában tehát: } \frac{1}{V} \left(\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial T} \right)_{\text{folyamat}} = \frac{nR}{-\frac{11}{2} p_o V + 2pV}$$

$$\text{Konkrétan, közepén } (2V_o, 5/2 p_o): \alpha_V^{2V_o, 5/2 p_o} = \frac{nR}{\left(-\frac{11}{2} + 5 \right) p_o (2V_o)} = -\frac{1}{T_o} : \quad \mathbf{25 \text{ pont}}$$

b) A munkavégzés folyamat egyenese alatti (trapéz) terület -1 szerese!

$$W = - \int_{\text{kezd}}^{\text{vég}} p dV = - \int_{V_o}^{3V_o} \left(-\frac{3p_o}{2V_o} V + \frac{11}{2} p_o \right) dV = \left[-\frac{3p_o}{2V_o} V^2 + \frac{11}{2} p_o V \right]_{V_o}^{3V_o}$$

$$W = -\frac{(4p_o + p_o)}{2} (3V_o - V_o) = -\left(\frac{5}{2} p_o \right) (2V_o) = -5nRT_o$$

$$Q = \Delta U - W$$

$$\Delta U = |U|_{\text{kezd}}^{\text{vég}} = |U|_{4T_o}^{3T_o} = nC_V (3T_o - 4T_o) = -\frac{5}{2} nRT_o$$

ahol $C_V = 5/2 R$.

$$Q = -\frac{5}{2} nRT_o + 5nRT_o = \frac{5}{2} nRT_o$$

15 pont

Maximális pontszám: **110 pont**

-Ponthatárok: **2:** 40 pont-; **3:** 55 pont-; **4:** 70 pont-; **5:** 85 pont

Budapest, 2011. Április 3.

dr. Kojnok József