

Név:	
Neptun-kód:	
Eredmény:	

1. FELADAT

n mol, f szabadsági fokú ideális gázt izoterm módon V_1 térfogatról V_2 térfogatra tágítunk. Határozd meg a folyamat során bekövetkező entrópiaváltozást! (4 pont)

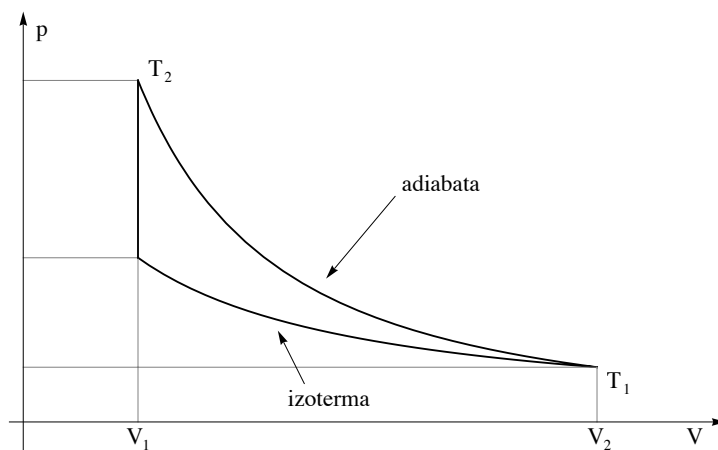
MEGOLDÁS

izoterm $\implies dT = 0$ és ideális gáz: $U = \frac{f}{2}nRT \implies 0 = dU = TdS - pdV \implies dS = \frac{p}{T}dV \implies \Delta S = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p}{T}dV$

állapotegyenlet: $pV = nRT \implies \Delta S = nR \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR \ln \frac{V_2}{V_1}$

2. FELADAT

n mol, f szabadsági fokú ideális gázzal az ábrán látható körfolyamatot végezzük.



a) Rajzold be a folyamat irányát, hogy az egy hűtőgépet modellezzen! (1 pont)

b) Határozd meg a részfolyamatok során a gázzal közölt hőt a T_1 , T_2 , V_1 és V_2 függvényében! (Az izoterm esetben segítségedre lehet az 1. feladat megoldása!) (3 pont)

c) A hőelvonás hatékonyságának mértéke az ún. teljesítménytényező, mely

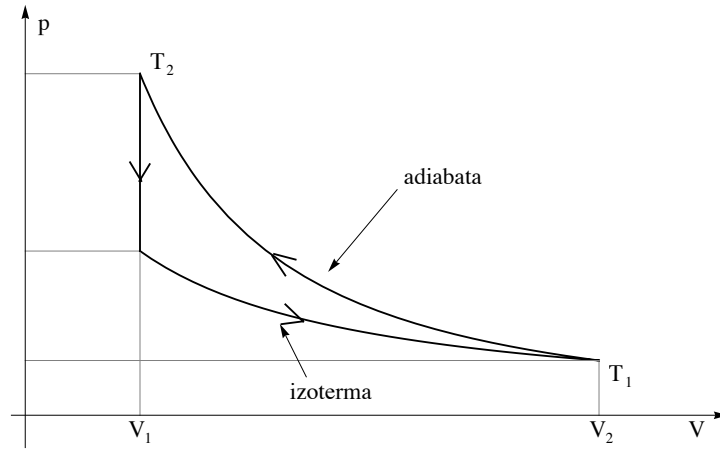
$$\varepsilon = \frac{\text{a hidegebb tartályból felvett hő}}{\text{felhasznált munka}} = \frac{Q_{\text{fel}}}{W}$$

összefüggés segítségével definiálható. Határozd meg a teljesítménytényezőt a T_1 , T_2 , V_1 és V_2 paraméterek segítségével! (2 pont)

d) Az adiabatikus állapotváltozásra felírt összefüggés felhasználásával határozd meg a teljesítménytényezőt a T_1 és T_2 paraméterek segítségével! (1 pont)

MEGOLDÁS

a)



b) izochor: $\Delta U_{dV=0} = \frac{f}{2}nR(T_1 - T_2)$, $W_{dV=0} = 0 \implies Q_{dV=0} = \Delta U_{dV=0} - W_{dV=0} = \frac{f}{2}nR(T_1 - T_2) = -\frac{f}{2}nR(T_2 - T_1) < 0$

izoterm: $Q_{dT=0} = T_1 \Delta S_{dT=0} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$

adiabatikus: $Q_{\delta Q=0} = 0$

c) $\varepsilon(T_1, T_2, V_1, V_2) = \frac{Q_{\text{fel}}}{W} = \frac{Q_{dT=0}}{-Q} = \frac{Q_{dT=0}}{-(Q_{dT=0} + Q_{dV=0})} = \frac{nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}{\frac{f}{2}nR(T_2 - T_1) - nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}{\frac{f}{2}(T_2 - T_1) - T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$

d) adiabatika: $pV^\kappa = \text{áll.}$, állapotegyenlet: $pV = nRT \implies p = \frac{nRT}{V} \implies \text{adiabatika: } \frac{nRT}{V} V^\kappa = \text{áll.} \implies TV^{\kappa-1} = \text{áll.}$

az adiabatika két végpontjára: $T_2 V_1^{\kappa-1} = T_1 V_2^{\kappa-1} \implies \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \implies \varepsilon(T_1, T_2) = \dots$

3. FELADAT

Fejzd ki az ideális gáz reverzibilis, adiabatikus kompresszibilitási együtthatóját a p , V , T , β , κ_T , C_p és C_V mennyiségek segítségével! (4 pont)

Segítség:

$$\left. \frac{\partial X}{\partial Y} \right|_Z = \frac{1}{\left. \frac{\partial Y}{\partial X} \right|_Z} \qquad \left. \frac{\partial X}{\partial Y} \right|_Z = \frac{\left. \frac{\partial X}{\partial W} \right|_Z}{\left. \frac{\partial Y}{\partial W} \right|_Z} \qquad \left. \frac{\partial X}{\partial Y} \right|_Z = - \frac{\left. \frac{\partial Z}{\partial Y} \right|_X}{\left. \frac{\partial Z}{\partial X} \right|_Y}$$

MEGOLDÁS

$0 \stackrel{\text{adiabatikus}}{=} \delta Q \stackrel{\text{reverzibilis}}{=} T dS \implies dS = 0$

$$\kappa_S = - \frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial p} \right|_S = \frac{1}{V} \frac{\left. \frac{\partial S}{\partial p} \right|_V}{\left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_p} = \frac{1}{V} \frac{\frac{\kappa_T C_V}{T \beta}}{\frac{1}{TV} \frac{C_p}{\beta}} = \kappa_T \frac{C_V}{C_p}$$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial V} \right|_p = \frac{\left. \frac{\partial S}{\partial T} \right|_p}{\left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_p} = \frac{1}{TV} \frac{T \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right|_p}{\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_p} = \frac{1}{TV} \frac{C_p}{\beta}$$

$$\left. \frac{\partial S}{\partial p} \right|_V = \frac{\left. \frac{\partial S}{\partial T} \right|_V}{\left. \frac{\partial p}{\partial T} \right|_V} = \frac{1}{T} \frac{T \left. \frac{\partial S}{\partial T} \right|_p}{\frac{\beta}{\kappa_T}} = \frac{\kappa_T C_V}{T \beta}$$

$$\left. \frac{\partial p}{\partial T} \right|_V = - \frac{\left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_p}{\left. \frac{\partial V}{\partial p} \right|_T} = \frac{\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_p}{-\frac{1}{V} \left. \frac{\partial V}{\partial p} \right|_T} = \frac{\beta}{\kappa_T}$$

4. FELADAT

a) Írd fel a szabadentalpia (G) definícióját és természetes változóit! (2 pont)

b) Vezesd le a szabadentalpiából származtatott Maxwell-relációt! (3 pont)

MEGOLDÁS

a) $G = U - TS + pV$, $dU = TdS - pdV$, $dG = -SdT + Vdp \implies G = G(T, p)$

b) $\left. \frac{\partial G}{\partial T} \right|_p = -S$ és $\left. \frac{\partial G}{\partial p} \right|_T = V$, Young-tétel: $\frac{\partial^2 G}{\partial p \partial T} = \frac{\partial^2 G}{\partial T \partial p} \implies -\left. \frac{\partial S}{\partial p} \right|_T = \left. \frac{\partial V}{\partial T} \right|_p$