Név:	
Neptun-kód:	
Eredmény:	

1. feladat

n mol, f szabadsági fokú ideális gázt izoterm módon V_1 térfogatról V_2 térfogatra tágítunk. Határozd meg a folyamat során bekövetkező entrópiaváltozást! *(4 pont)*

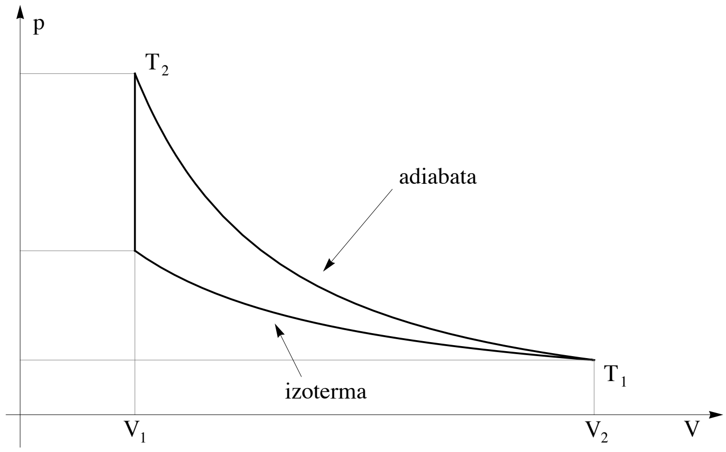
Megoldás

izoterm $\Longrightarrow dT = 0$ és ideális gáz: $U = \frac{f}{2}nRT \Longrightarrow 0 = dU = TdS - pdV \Longrightarrow dS = \frac{p}{T}dV \Longrightarrow \Delta S = \int_{V_1}^{V_2} \frac{p}{T}dV$

állapotegyenlet: $pV = nRT \Longrightarrow \Delta S = nR\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = nR\ln\frac{V_2}{V_1}$

2. feladat

n mol, f szabadsági fokú ideális gázzal az ábrán látható körfolyamatot végezzük.



a) Rajzold be a folyamat irányát, hogy az egy hűtőgépet modelezzen! *(1 pont)*

b) Határozd meg a részfolyamatok során a gázzal közölt hőt a T_1, T_2, V_1 és V_2 függvényében! (Az izoterm esetben segítségedre lehet az 1. feladat megoldása!) *(3 pont)*

c) A hőelvonás hatékonyságának mértéke az ún. teljesítménytényező, mely

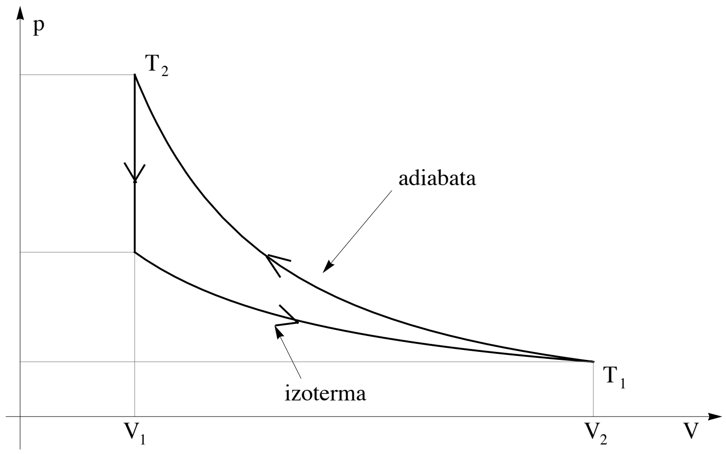
$$\varepsilon = \frac{\text{a hidegebb tartályból felvett hő}}{\text{felhasznált munka}} = \frac{Q_{\text{fel}}}{W}$$

összefüggés segítségével definiálható. Határozd meg a teljesítménytényezőt a T_1, T_2, V_1 és V_2 paraméterek segítségével! *(2 pont)*

d) Az adiabatikus állapotváltozásra felírt összefüggés felhasználásával határozd meg a teljesítménytényezőt a T_1 és T_2 paraméterek segítségével! *(1 pont)*

Megoldás

a)



b) izochor: $\Delta U_{dV=0} = \frac{f}{2} nR(T_1 - T_2)$, $W_{dV=0} = 0 \Longrightarrow Q_{dV=0} = \Delta U_{dV=0} - W_{dV=0} = \frac{f}{2} nR(T_1 - T_2) = -\frac{f}{2} nR(T_2 - T_1) < 0$

izoterm: $Q_{dT=0} = T_1 \Delta S_{dT=0} = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} > 0$

adiabatikus: $Q_{\delta Q=0} = 0$

c) $\varepsilon\left(T_1, T_2, V_1, V_2\right) = \frac{Q_{\text{fel}}}{W} = \frac{Q_{dT=0}}{-Q} = \frac{Q_{dT=0}}{-(Q_{dT=0} + Q_{dV=0})} = \frac{nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}{\frac{f}{2} nR(T_2 - T_1) - nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}{\frac{f}{2}(T_2 - T_1) - T_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}$

d) adiabata: $pV^\kappa =$ áll., állapotegyenlet: $pV = nRT \Longrightarrow p = \frac{nRT}{V} \Longrightarrow$ adiabata: $\frac{nRT}{V} V^\kappa =$ áll. $\Longrightarrow TV^{\kappa-1} =$ áll.

az adiabata két végpontjára: $T_2 V_1^{\kappa-1} = T_1 V_2^{\kappa-1} \Longrightarrow \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}} \Longrightarrow \varepsilon\left(T_1, T_2\right) = \ldots$

3. feladat

Fejezd ki az ideális gáz reverzibilis, adiabatikus kompresszibilitási együtthatóját a p, V, T, β, κ_T, C_p és C_V mennyiségek segítségével! *(4 pont)*

Segítség:

$$\left.\frac{\partial X}{\partial Y}\right|_Z = \frac{1}{\left.\frac{\partial Y}{\partial X}\right|_Z} \qquad \left.\frac{\partial X}{\partial Y}\right|_Z = \frac{\left.\frac{\partial X}{\partial W}\right|_Z}{\left.\frac{\partial Y}{\partial W}\right|_Z} \qquad \left.\frac{\partial X}{\partial Y}\right|_Z = -\frac{\left.\frac{\partial Z}{\partial Y}\right|_X}{\left.\frac{\partial Z}{\partial X}\right|_Y}$$

Megoldás

$$0 \overset{\text{adiabatikus}}{=} \delta Q \overset{reverzibilis}{=} TdS \Longrightarrow dS = 0$$

$$\kappa_S = -\frac{1}{V} \left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_S = \frac{1}{V} \frac{\left.\frac{\partial S}{\partial p}\right|_V}{\left.\frac{\partial S}{\partial V}\right|_p} = \frac{1}{V} \frac{\frac{\kappa_T C_V}{T\beta}}{\frac{1}{TV}\frac{C_p}{\beta}} = \kappa_T \frac{C_V}{C_p}$$

$$\left.\frac{\partial S}{\partial V}\right|_p = \frac{\left.\frac{\partial S}{\partial T}\right|_p}{\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_p} = \frac{1}{TV} \frac{T\left.\frac{\partial S}{\partial T}\right|_p}{\frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_p} = \frac{1}{TV} \frac{C_p}{\beta}$$

$$\left.\frac{\partial S}{\partial p}\right|_V = \frac{\left.\frac{\partial S}{\partial T}\right|_V}{\left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_V} = \frac{1}{T} \frac{T\left.\frac{\partial S}{\partial T}\right|_p}{\frac{\beta}{\kappa_T}} = \frac{\kappa_T C_V}{T\beta}$$

$$\left.\frac{\partial p}{\partial T}\right|_V = -\frac{\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_p}{\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_T} = \frac{\frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_p}{-\frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial p}\right|_T} = \frac{\beta}{\kappa_T}$$

4. FELADAT

a) Írd fel a szabadentalpia (G) definícióját és természetes változóit! *(2 pont)*

b) Vezesd le a szabadentalpiából származtatott Maxwell-relációt! *(3 pont)*

Megoldás

a) $G = U - TS + pV$, $dU = TdS - pdV$, $dG = -SdT + Vdp \Longrightarrow G = G(T, p)$

b) $\left.\frac{\partial G}{\partial T}\right|_p = -S$ és $\left.\frac{\partial G}{\partial p}\right|_T = V$, Young-tétel: $\frac{\partial^2 G}{\partial p \partial T} = \frac{\partial^2 G}{\partial T \partial p} \Longrightarrow -\left.\frac{\partial S}{\partial p}\right|_T = \left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_p$