

Sugárzás és anyag kölcsönhatása

előadó: Jakabcsák Antal (3.51)

aj. irodalom: → Barabási A., Polonyi J.: Sugárzás és részecskék (egyetemi tankönyv, Typotex, 2000)

→ H. Fritzsche: Kvantum (Gondolat, 1987)

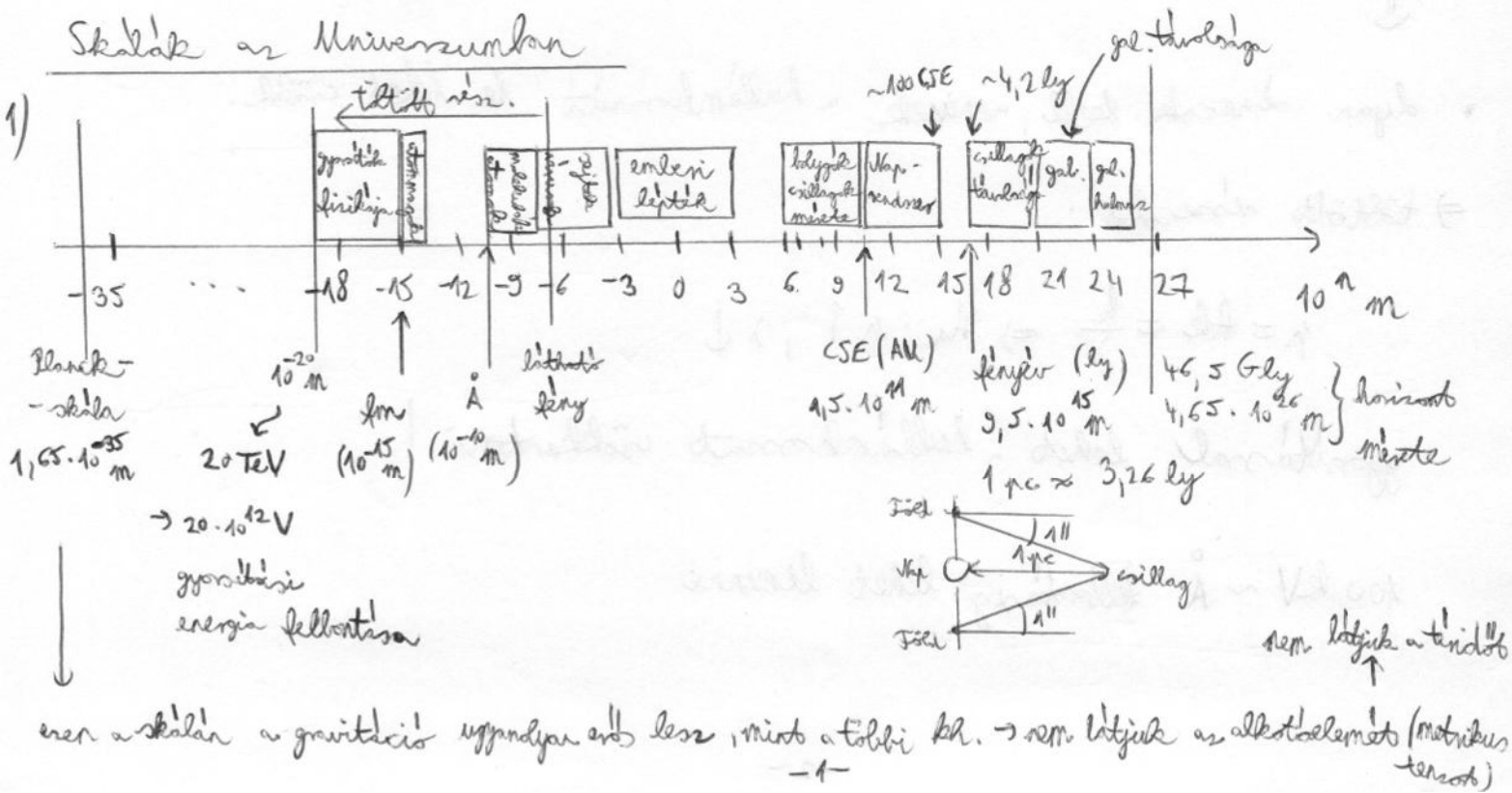
→ Leon Lederman: Az isteni atom (Typotex, 1995)

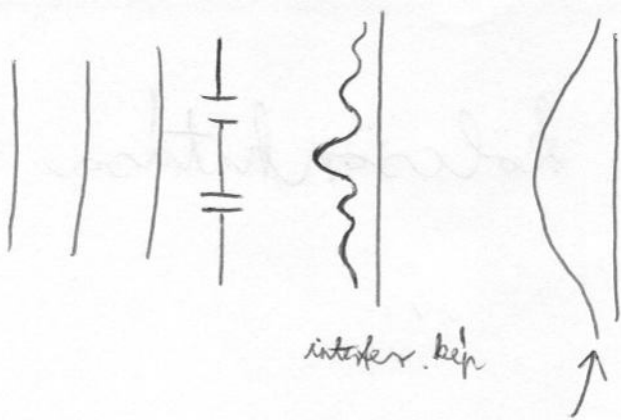
→ Bird Tombs: Bevezetés a fizikailag (Műeg. kiadó, 2002)

→ M.E. Peskin, V. Schröder: An introduction to QFT (Westview Press, 1995)

1. óra

Skálák az Univerzumban





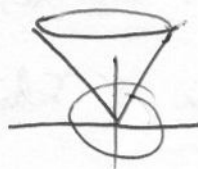
pontradi huzak esten, ha körelőjük a részeket

is nem különböztethető meg attól az esettől, hogy 1 részes van

$d > \lambda$ kell ahhoz, hogy meg tudjuk különböztetni a két pontot

$$R = \frac{\lambda}{2n \sin \theta} : \text{felbontóképesség}$$

$$\tan \theta = \frac{D}{2f} \quad \begin{array}{l} D: \text{lencse átmérője} \\ f: \text{fókusz} \end{array}$$



n : törésmutató

⇓

látható fényre λ alatt nem lehet vizsgálódni

⇓

• olyan energiák kell, aminek a hullámhossza le lehet csökkenni.

⇒ töltött részecskék:

$$p = hk = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \text{ha } p \uparrow, \lambda \downarrow$$

gyorsítással lehet a hullámhosszat csökkenteni!

100 kV ~ Å felbontásig lehet lemereni

$\Rightarrow$ skála $\sim$ feszültség

q : elemi töltés $= 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

1 elektron 1V feszültségen gyorsulva $\underbrace{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ J}}_{= 1 \text{ eV}}$ energiát nyer

$\lambda = 10^{-18} \text{ m} \rightarrow v = ?$

$p \approx 0,66 \cdot 10^{-15} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$

$p = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$

$\frac{p}{m_0 c} = \frac{v/c}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 2,42 \cdot 10^6$

$v \approx c \quad v < c$

$\frac{v}{c} = 1 - 8,4 \cdot 10^{-14}$

$\Rightarrow$ nagy sebességekre van szükség $\Rightarrow$ a sebességgel nem lehet jól jellemezni a mozgást

ultrarelat. mozgás $\Rightarrow$ új mértékegys.

$\rightarrow t = \frac{x}{v} \rightarrow \frac{x}{c}$ idő mértékegys m-ben: $1 \text{ m} \Leftrightarrow 0,33 \cdot 10^{-8} \text{ s}$
($c = 1$ méterke. egységben)

$\rightarrow E = mc^2$ tömeg mértékegys energiában $1 \text{ kg} \Leftrightarrow 9 \cdot 10^{16} \text{ J}$
 $1 \text{ eV} \Leftrightarrow 1,78 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$

$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \Rightarrow 511 \cdot 10^3 \text{ eV} = 511 \text{ keV}$
 $\approx 0,5 \text{ MeV}$

$\rightarrow E^2 = m_0^2 c^4 + p^2 c^2 \rightarrow pc$ dim $E \Rightarrow p$ mértékegys eV-ban

$\lambda = \frac{h}{p} \quad h = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{E}{pc} \quad (E = pc)$

$$r(m) = \hbar c R (eV^{-1})$$

$$1 \frac{\hbar c}{eV} = 0,197 \cdot 10^{-6} m \approx 0,2 \mu m$$

→ $\hbar c$ is felbátokép. konstansdata

$$1 \frac{1}{MeV} \Leftrightarrow 197 fm \quad 1 GeV \Leftrightarrow 0,2 fm$$

2) ### töltés, br. erősege → 1 elemi töltés

→ ED, potenciális energia: $V = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} \cdot \frac{1}{R}$

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 \hbar c} = \frac{1}{137} = \alpha \quad (\text{finomszerk. áll.}) \quad \text{dim. -talan}$$

~ töltés ~ br. erőseget jellemzi $\Rightarrow \propto$ "br. erősege"

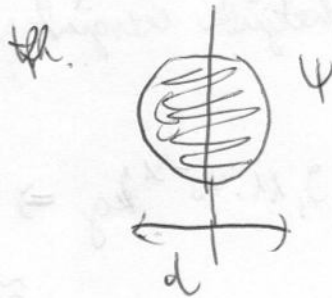
H-atom probléma

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \psi - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \psi = E \psi$$

díj
egységkód

$$-\frac{1}{2m} \Delta \psi - \frac{\alpha}{r} \psi = E \psi$$

↑
(m) = MeV



(virial tétel miatt)

$$E_{kin} \sim E_{pot}$$

alapáll. -ban)

$$\Delta \sim \frac{1}{d^2} \quad r \sim d$$

$$\alpha_{gr} = \frac{m^2}{M_{Pl}^2}$$

$$e^- \text{-ra } \alpha_{gr} = 0,18 \cdot 10^{-44} \quad (m_0 = 1)$$

$\Rightarrow$ gravitációs k. (kötött áll.) energiája $\ll m_{0e^-}$
 OE energiától függ:

$$e^- : 1,22 \cdot 10^{28} \text{ eV energián } (\text{K}_{EE}) \quad \alpha_{gr} = 1 \text{ lenne!}$$

$\Rightarrow$ részecske is tényleg keveredik (tényleg kötött állapot keletkezik)

Anyag alap építőkövei

$\sim 10^{-20} \text{ m}$ -nél indul

Standard Model (részecskefizikai)

- $\rightarrow$ fermionok ($\frac{1}{2}$ spin) $\leftarrow$ anyag
- $\rightarrow$ 1 spinű bozonok $\leftarrow$ méterközvetítők
- $\rightarrow$ 0 spinű bozonok $\leftarrow$ Higgs-bozon

1) anyag: 3 család (bizonyos lineárisan csak egymástól függetlenek)

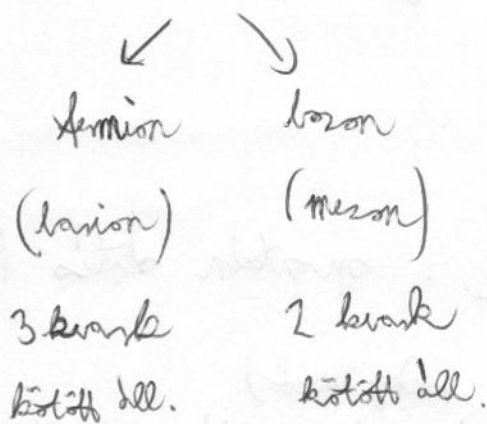
$$\begin{pmatrix} e^- & u \\ \nu_e & d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mu^- & c \\ \nu_\mu & s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau^- & t \\ \nu_\tau & b \end{pmatrix} \quad \begin{aligned} u, c, t &\rightarrow \frac{2}{3}e \\ d, s, b &\rightarrow -\frac{1}{3}e \\ \nu &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

ν : neutrínó

u, d, s, c, t, b : kvarkok

e^-, μ^-, τ^- : leptonok $\rightarrow e$ (elemi töltés)

→ kräftigste alle wechsel: hadron (p^+ , n^0 , π , ρ , Λ , Σ , ...)



2) metabolisme

különös¹ körveto¹ keskei ($\rightarrow$ Am. állalinos¹tsai)

photon $\rightarrow$ 1 spin

(3' allaprot $\rightarrow$ 2 transv. pol.
 $\rightarrow$ (aryaglan) 1 long.
 pol.)

- elektromos : foton : töltött részecskék
 hat: $e, \mu, \nu, \dots$
 $\alpha = \frac{1}{137}$ γ -ra nem!

• geringe kh. (p-bomben): $W, Z \rightarrow$ tönnereich $\approx 90 \text{ GeV}$

$$e, w, d, v \text{ - is lab}$$

(ha lenne olyan nő, ami nem hat kölcsön gyengén → nem látványos)

a) fugg az energiatól:

3. a) füge an energietafel:
p. 3 MeV γ nach 1. u. 2. = 150 fänger

↑
maghasadadól adóó energia

- elb. bz. gluon (g): 8-fache Tauglichkeit $\alpha_s = \mathcal{O}(1)$

$\alpha: z^0$ energian $\sim 0,2$

α lacry energiakon divergal (nincs értelme)

mérték - elv nem enged meg nem 0 tömegű boszonsát,
mégis van

↓

$W^\pm, Z^0$ tömeg: spontán szétválás (az alapállapot szét van szimmetrizálva)

(pl. Pauli-mágnesség: irányított, de
ferromágnesben van irányítás a spinek közt ki miatt)

↓

akkor kell valami mesó, amivel ki van szimmetrizálva az alapállapot

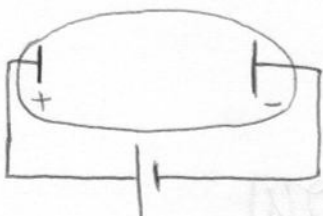
Higgs-mesó $\sim 125 \text{ GeV}$, Higgs-észlelés

2. óra

Leptonok, elektromos és gyenge kr.

I) 1. csatlakozási kísérlet:

1) elektron: kifelé áramlás ~ katódsugár



E, B térben elmozdítás

Thompson, 1894 → új részecske, $\frac{e}{m} \leftarrow B$

(e- b nagyjából ismerték elektrolízis kísérletekben) + Millikan-kís. később

$m_e = 511 \text{ keV} \ll$ bár tömeg $\sim m_p (1 \text{ GeV})$

2) fény természete

hullám

rezekcia

Huygens

↔ Newton

Maxwell: $\underline{E}, \underline{B}$
(t, x)

skete test sugárzás

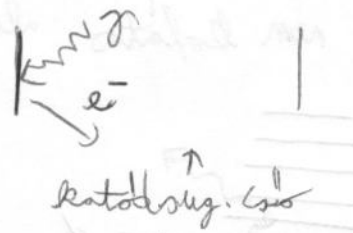
→ elektromágneses hullám

Planck → fény kvantumok
tíz (Planck ^{teszt és anyag} ~~alk.~~ ^{gondolta kvantumok})

1888 Hertz

1902: Hertz, Genard

1895 Röntgen



e^- spektrumanalízis vizsgálata

1905: Einstein: fotoeffektus

1921: Nobel-díj

3) pozitron: kvantummechanika & spec. rel. → problémák

Schr. egyenlete ^{elképezése} ~~rel. egyenlete~~ ⇒ $E^2 = p^2 + m^2$
(rel. egyenlete)

$$(\gamma_\mu \partial_\mu - m) \psi = 0$$

(kausalitáshoz ütközik
a megoldás)



(Schr. óta kel, de kisebb Klein is
gondol sokat fogl. vele)

→ relativat. eset

1928: Dirac → elektronok leírására kellene

$$\gamma^\mu \rightarrow (i \not{\partial} \gamma^\mu - m) \psi = 0$$

4x4-es
mátrixok

kausalitás, spin $\Rightarrow g=2$ ✓

gyomagneses faktor $\propto \underline{M} = g \underline{L} \underline{\mu}$

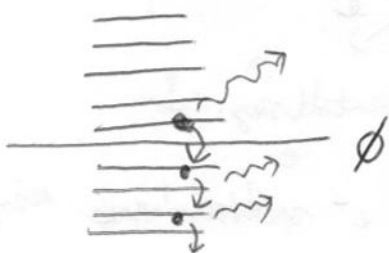
↑
forrás teszt $g=1$

1915: Einstein - de Haas kísérlet

elektronra $g=2$

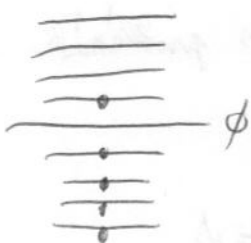
foszlat: negatív energiájú állapotok

$\hat{H}$ nem korlátos alulról $\Rightarrow \hat{H} |v\rangle = -|E| |v\rangle$



Mindenki folyamatosan ~~zuhanyoz~~ ^{zuhanyoz} leve $\rightarrow$ vagy nem leve stabil

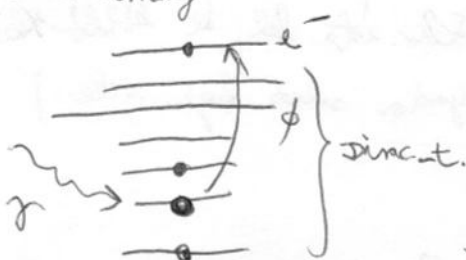
Dirac magyarázata:



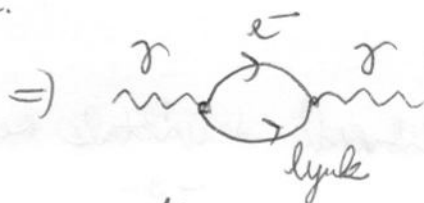
↑
hő: ∞ tömegű ~~levegő~~ leve a vákuum

Dirac-tenger: az alsó állapotok $\forall$ be vannak töltve

kiegészítendő



nincs 1 részecske QM
(csak ~~levegő~~ ^{vákuum})



ez látható
keletkezés

szó elöladulhat



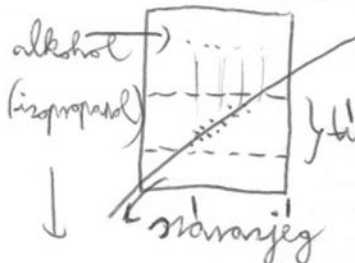
e^+ pozitron ~ lyuk

✓ tul.-a ugyanaz, mert az e^- -nak, csak a töltése más

• 1932: Anderson → 1936: Nobel-díj

kísérleti eszköz: Wilson-kamera

szóhom.

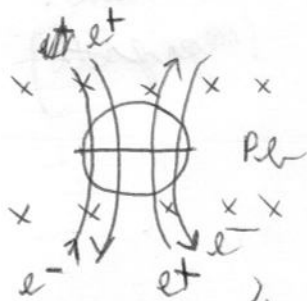


hűtő, de nem tud reppé válni (kondenzálódni) mert van egy energiáját (krit. seppmérték)

DE ionizáló sugárzás → ionok a levegőben ⇒ kondenzációs

magbelső reppel → jeli a sug. hatását

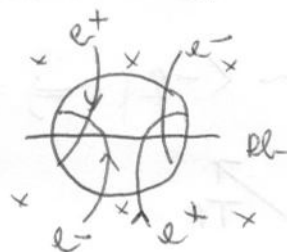
+ vagy - töltés volt? → mágntér



→ kondenzáció nélkül nem tudnánk megkülönböztetni, mert nem tudjuk, melyek balra

$P_z \rightarrow$ lelassulnak a részecskék

→ lefedettség a $e^+ - b!$
(Kornikus sug.-ból)



• Negatív energiájú állapot:

$$\text{időfüggés} \quad e^{-iEt} = e^{i|E|t} = e^{-i|E|(-t)}$$

↑
pozitron
"időfelőle"

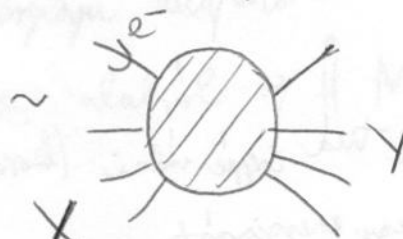
↑
elektron
időben visszafelé
haladása

↑ antikus.
 $|\uparrow\rangle \sim \langle -\uparrow|$

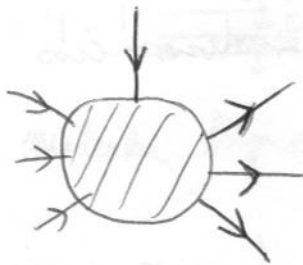
bemenő ill. kimenő áll.



has. van: $\langle \uparrow | \sim | -\uparrow \rangle$



kimenő e^+ ~ bemenő $e^- \Rightarrow$ keresztelési szim.



$\Rightarrow e^+$ időbeli fordulása e^+ : kimenő e^+

~~keresztelés~~ e^- : bemenő e^-

C : töltéskeresztelés
 $|\psi\rangle \rightarrow |\bar{\psi}\rangle$

$|\psi(p)\rangle \xrightarrow{P} |\psi(-p)\rangle$ térkép

simmetria!
(megengedett)

$|\psi(p)\rangle \xrightarrow{T} \langle \psi(p)|$ időkép.

$|\uparrow\rangle \sim \langle -\uparrow| \Rightarrow C \sim T, P \quad \underline{CTP \sim 11}$

$C \uparrow$
 $(\uparrow) \nearrow T, P$

$\Rightarrow$ CTP "minder" rendszer szimmetriája $\Leftrightarrow$ CTP ~ 1

$\hookrightarrow$ CTP-tétel

4) Sugárzások

• 1896: Becquerel $\rightarrow$ nem EM sug. is létezik
radioaktív sug.

• 1898: Rutherford: két sugárzás α $\rightarrow$ He^{++}
elektronok $\leftarrow \beta$ $\rightarrow$ β -bomlás

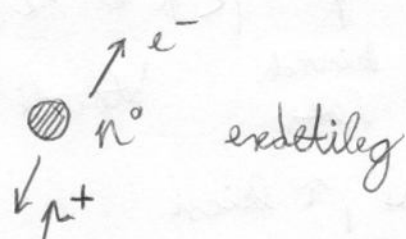
• 1900: Villard: γ sug. $\rightarrow$ el. mág.

nagyenergiájú fotonok: ($\sim \text{MeV}$) $\Rightarrow$ atomi kötési energiák
($\sim \text{eV}$)

• 1907: β -bomlás e^- -jének E-eloszlása



Miért megfigy? n^0



n^0 lényegében ll (kis Róm.)

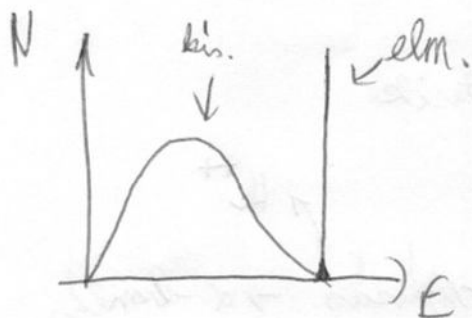
$c=1$

$E_{p+} = -E_{e-}$ imp. megmaradás
 $m_n = E_{p+} + E_{e-}$

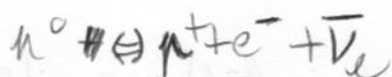
$p(\text{imp.}) \ll m_{\text{ny}} \Rightarrow E_{p+} = \sqrt{p^2 + m_p^2} \approx m_p$

$$E_{e^-} = m_n - m_p \quad (\text{a proton is lényegesen 'súlyosabb'})$$

DE az az jelentése, hogy (közelítés nélkül is) 1 vonalat látnánk $\sim E$ spektrumnak.



• Pauli (1927): 3 test bomlás $\leftarrow$ Fermi: γ (neutrino)



$$(E_\nu) + E_e = m_n - m_p \rightarrow m_\nu \text{ nagyon kicsi (elhanyagolható)}$$

Miért nem fogadhat el ^{csak} γ a magyarázatot?

$\hookrightarrow$ Milyen esetben hat kölcsön $\alpha \gamma$?

$$\bullet \text{ } n^0 \text{ élettartama } \tau = K \cdot \frac{1}{|\langle p^+ e^- \bar{\nu}_e | n^0 \rangle|^2}$$

$$\tau : 14,8 \text{ perc}$$

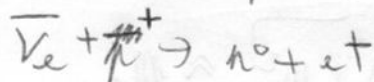
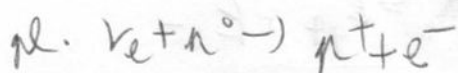
$\Rightarrow$ gyenge kh.

kinemat.
faktor

átmeneti mősz.

ha ebben hat kölcsön, τ kicsi

• γ kölcsönhatásai $\rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} \rightarrow$ lehet mérni (sűrűsi hatáskeresztmetszet)

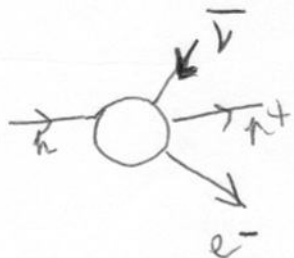


$\downarrow$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = K' |\langle n^+ e^- | \gamma_e n^0 \rangle|^2 \sim K' \cdot \frac{1}{\pi}$$

$$\Downarrow$$

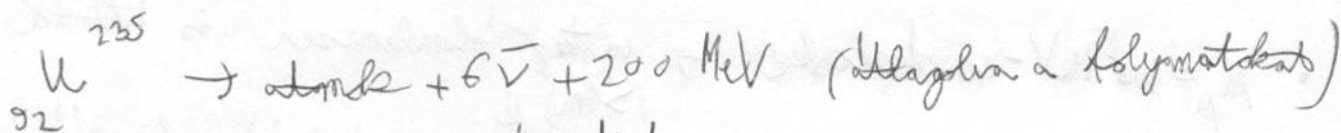
$$|\langle n^+ e^- | \gamma_e n^0 \rangle|^2 \sim |\langle n^+ e^- \bar{\nu}_e | n^0 \rangle|^2$$



$\Rightarrow$ (93kW): szabad neutron ~ 150 fényév

$\rightarrow$ m-erő 10^{-18} s kh. val.

$\rightarrow$ kis hatáskeresztmetszet $\rightarrow$ sok kísérlet kell (néhány)



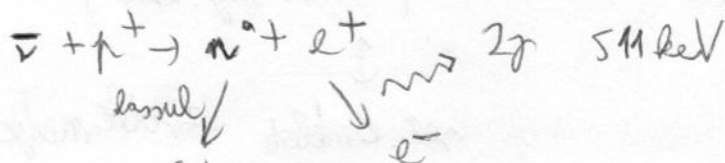
$$N_\nu = 6 \frac{P_{\text{reaktor}}}{200 \text{ MeV}} \leftarrow \text{teljesítmény} \frac{1}{s}$$

Paks: 1 egység (blokk): 1375 MW $\rightarrow$ 4 blokk: 5500 MW

$$1 \text{ MW} = \frac{1}{1.6 \cdot 10^{-9}} \frac{\text{MeV}}{\text{sec}} \rightarrow N_\nu = 10^{21} \text{ db } \frac{\bar{\nu}}{\text{sec}} !$$

m-erő $10^{21} \cdot 10^{-18} = 10^3 \text{ v}$ hat kölcsön!

$\rightarrow$ (enne a folyamata)



Col-la

→ befogódik → foton

↓
ezt a mérték végezték el

1953: Reines
Cowan

$\rightarrow$ Höl-ly

$$= n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

nem elektromágneses fotonok (n^0 semleges)

$\Downarrow$

gyenge kh.

II) 2. család részecskéi:

1) müon

1938: kosmikus sug. vizsgálata Wilson-kamrával

$m_\mu = 105 \text{ MeV}$ -es részecske $\rightarrow$ vastag ionizáción és lassú ($> 1m$) $\Downarrow$

nagyon gyengén hat

kölcsön, mert a

p^+ és e^- tömege

kisebb a tömege $\rightarrow$ egyikkel sem tud rezonánsan kh.-ni

~~$m_\mu = 105$~~

$\tau_\mu = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{ sec} \approx 660 \text{ m}$ $\leftarrow$ hogy láthatjuk, ha 10 km

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

magasán keletkezik

(korm. sug. köl.) ?

$\Downarrow$

rel. elmélet következménye

(a félti megfigyelések tovább

el $\leftarrow$ eltartható időtartam

von.)

2) μ -neutrínó (ν_μ)

$$\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$

nincs ilyen fotonok

$$\rightarrow \nu_e \leftrightarrow e^-, \nu_\mu \leftrightarrow \mu^-$$

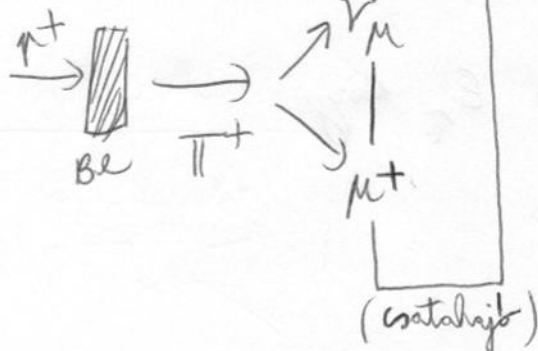
e^- -szem

μ^- -szem

$\rightarrow$ mindezt megmarad

1988: Nobel-díj

ν -nyaláb mérése



$$\nu_\mu + n^0 \rightarrow p^+ + (?)$$

ha $\nu_\mu = \nu_e$ lenne, e^- is keletkezne
de csak μ keletkezik!



$\exists \nu_\mu$ is a leptonok között
megmaradnak!

3. óra

o) Ism: leptonok ("lepton" = könnyű részecske)

$e^- - \nu_e \rightarrow$ gyenge k.h.

$\downarrow \quad \downarrow$
 $e^+ \quad \bar{\nu}_e \rightarrow$ erős + gyenge: antileptonok: lyuk

$$|\bar{\psi}\rangle \sim |\psi\rangle \Rightarrow TCP$$

$\mu^- \rightarrow \nu_\mu \rightarrow$ neutrínó-nyaláb mérése

III) 3. család részecskéi:

1) τ^- -lepton

$\rightarrow$ neutrínó

$$e^- + e^+ \rightarrow e^- + \mu^+ + (\text{hosszú energia})$$

nagy hatáskeresztmetszet!

$$\Rightarrow \exists \text{ új részecske } \tau^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\tau$$

$$\tau^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_\tau$$

-H-

erék gyenge kh. -> valószínű

↓
a gyenge kh. erőssége energiától függ

⇓
ami volt nagy a hatáskör., mert E_τ nagy

$$m_\tau = 1777 \text{ MeV} > m_{p^+}$$

$$\tau_\tau = 291 \cdot 10^{-15} \text{ sec}$$

(élettartam)

2) ν_τ : 2001-ben fedezték fel (Fermilab)

→ neutrínó - nyaláb módszer (mint ν_μ -nél)

Leptonszám:

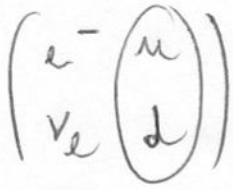
$$e^-, \mu^-, \tau^-, \nu, \dots \rightarrow L=1$$

$$e^+, \mu^+, \tau^+, \bar{\nu}, \dots \rightarrow L=-1$$

$$\text{többi} \rightarrow L=0$$

~ megmarad (szaporulat) (valószínűként is)

Hadronok és az erős kölcsönhatás

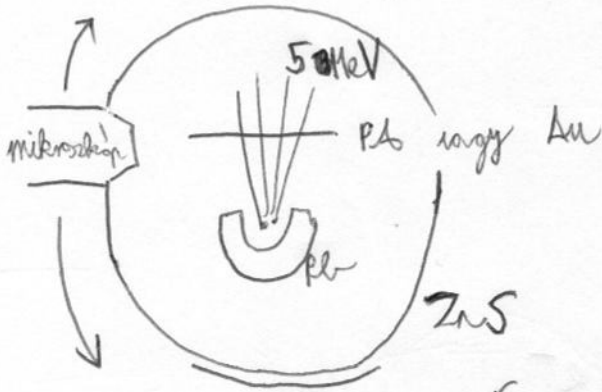


← mindegyik valós kvarkok

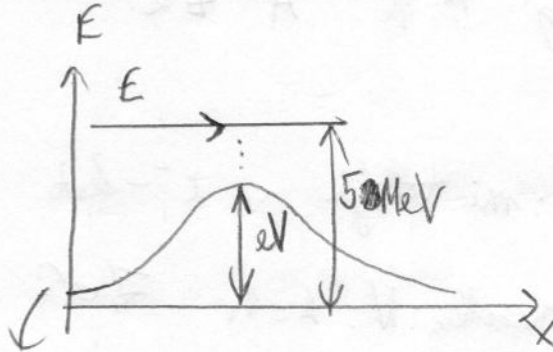
→ kötött állapotokat alkotják!
" hadron

1/ Atommag, Rutherford-kísérlet

$\alpha \rightarrow \text{ZnS} \text{ emyő} \Rightarrow \text{felvillanás}$



puha k.h.



A csak elektronos k.h. van, nem látnak visszavetést
(csak nagyon kis sz.-el)

tapasztalat:

Pb: 1:8000

Au: 1:20000

} visszavetést
α részecske aránya

visszavetés

→ kemény mag → 34 fm (ma 7 fm)

atommag H-atommag: p^+

$$E \approx 5 \text{ MeV} \quad p^+ \rightarrow \text{tömeg} \approx 1 \text{ GeV}$$

$$\alpha \rightarrow \text{tömeg} \approx 4 \text{ GeV} \rightarrow \text{He}^{++}$$

$$p = \sqrt{2mE} \approx 200 \text{ MeV} \rightarrow \sim 1 \text{ fm} \text{ felbontóképesség}$$

(ha nem ilyen energiát használt volna, nem látta volna
~ atommagot)

↑ de azért volt elektron az energia, mert ~
ebből kb. energiája ~ mágneses kölcsön. ~~adj~~ adj

2) neutron felkutatása:

- tömegszám $A \rightarrow A \cdot m_p$
rendszám Z

$$\rightarrow \text{atommag} \quad A \quad p^+ \quad A-Z \quad e^-$$

- problémák:

• Q M: mi tartja ~ e^- -ket a magban?

• N-módszer: $N: A=14 \quad Z=7 \rightarrow 21$ részecske

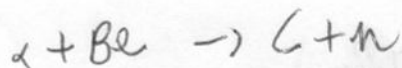
$\Rightarrow$ fél egész spin

kísérletileg (hipotézisom kll.): $\sigma_N = 1$

$\Rightarrow \sim 1920$: $\exists$ semleges részecske: n^0

$\Rightarrow$ Chadwick 1932

Wilson-kamera



ilyen anyagot látott

Miért különleges ez?



ez maggyorsítótól úgy is
bejön egy ion, és megáll

DE



=> renkegcs kocska

jön le, ütközik => ion => megáll

$$\rightarrow m_n = 939,565 \text{ MeV}$$

$$m_p = 938,27 \text{ MeV}$$

töltés ϕ

$\Downarrow$

$p^+ - n^0$ kölcsönhatása nem el. mágneses

$\rightarrow$ magion, erős kh.

3) Pion lefedése:

Yukawa: $ED \rightarrow \gamma$ foton: ∞ hatótáv

magion $\rightarrow \pi$ pion: véges hatótáv $\sim 1 \text{ fm}$

$$V_{ed}(r) \sim \frac{1}{r} \Leftrightarrow \Delta\phi = \phi \quad (\text{fotonok nélkül})$$

$$\hookrightarrow \text{dinamika: } \Delta \rightarrow \square = \Delta - \partial_t^2$$

$$\phi \rightarrow A_\mu$$

$$\square A_\mu = \phi \Rightarrow \text{Fourier tr}$$

$$\underline{\partial} \rightarrow i\underline{k} \quad \underline{\partial}_t \rightarrow -i\omega$$

$$(\omega^2 - k^2) \cdot A_\mu = \phi \Rightarrow \omega = ck$$

$$c=1 \quad \hbar\omega = \hbar k \Rightarrow E = p \Rightarrow m_\gamma^2 = E^2 - p^2 = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r} \text{-es potenciál} \Rightarrow m_\gamma = 0$$

nagy töm. ra. ≈ 0
↓
konverzió

$$\text{Yukawa: } V_Y(r) \sim \frac{e^{-r/R}}{r} \Rightarrow \Delta \phi_Y = \frac{1}{R^2} \phi_Y \text{ (konverzió)}$$

hisz $(\Delta - \partial_t^2) A_{\mu Y} = \frac{1}{R^2} A_{\mu Y}$
F. tr.

"konverzió"

$$(\omega^2 - k^2 - \frac{1}{R^2}) A_{\mu Y}(\omega, k) = 0 \Rightarrow \omega^2 = k^2 + \frac{1}{R^2}$$

$$(\hbar\omega)^2 = (\hbar k)^2 + \frac{\hbar^2}{R^2} \Rightarrow E^2 = p^2 + \frac{\hbar^2}{R^2} \Rightarrow m_\pi^2 = E^2 - p^2 = \frac{1}{R^2}$$

$\hbar=1$

$$\sim R = 1 \text{ fm} \rightarrow 200 \text{ MeV} \Rightarrow m_\pi \approx 200 \text{ MeV} \quad \text{Yukawa szerint}$$

$$1938: 105 \text{ MeV} \rightarrow \mu!, \text{ nincs } \pi$$

$$\Rightarrow \pi \text{ bomlik} \quad \mu^+ \downarrow \text{ korm. sug.}$$

$$\begin{array}{c} \mu^+ \Rightarrow \pi^+ \\ \swarrow \quad \searrow \\ \mu^+ \quad \gamma_\mu \end{array}$$

~ pionokat is lehetne megfigyelni, ahol ~ korm. sug. keletkezik

→ fotomulszió a magas légkörben!

↓
1947. kimutatták a π^+ !

$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$ gyenge br.

1950: kimutatták a π^0

$\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ elektrom. br.

$\pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma$

π adatai:

$m_{\pi^\pm} = 140 \text{ MeV} \rightarrow \tau_{\pi^\pm} = 2,6 \cdot 10^{-8} \text{ sec} \rightarrow 7,8 \text{ m}$

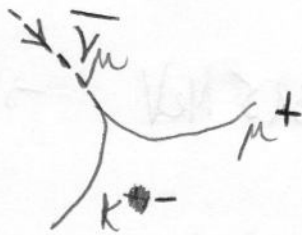
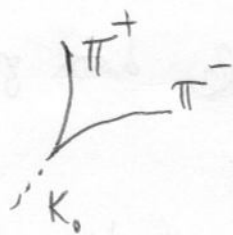
$m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}$

↳ már nem volt akkor a π részecske,
hogy a relativ. idődil. -ról elbeszéljen
a felszíni

$\tau_{\pi^0} = 8,4 \cdot 10^{-17} \text{ sec} \rightarrow 25 \text{ nm}$

$\pi = \phi$

4) Kaon:



$K^\pm$ és $K^0, \bar{K}^0$

(pionnal ugyanaz
volt)

$K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$

$K^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$

$\pi = \phi$



$$m_{K^\pm} = 493 \text{ MeV} \quad \tau_{K^\pm} = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ sec} = 3,7 \text{ m}$$

$$m_{K^0} = 498 \text{ MeV}$$

$$? \left[\begin{array}{l} \hookrightarrow \text{long: } \tau_{K_L(\text{long})} = 5,18 \cdot 10^{-8} \text{ sec} = 15,5 \text{ m} \\ \hookrightarrow \text{short: } \tau_{K_S} = 9 \cdot 10^{-11} \text{ sec} = 27 \text{ cm} \end{array} \right]$$

→ valami faj van a gyenge bh. -al

mindkettő K^0 és $\bar{K}^0$ kvantummechan. állapotok

→ hogy van ez?

5) Egyszerű hadronok: → 1950': több részecskegyártó is épült

• 1952: BNL (Brookhaven)

Cosmotron

• 1954: Berkeley ~~1954~~

Beratron

$$\Lambda^0: m_\Lambda = 1116 \text{ MeV}$$

Λ : hiperon

$$\Sigma^\pm: m_\Sigma = 1189 \text{ MeV}$$

$$\Xi^\pm: m_\Xi = 1315 \text{ MeV}$$

→ particle data group
pdg

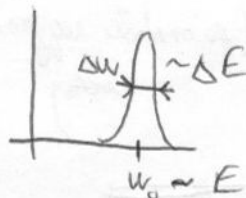
~ 1000 részecske
(és rezonancia)

$$\Delta E \sim 0,1 \text{ GeV}$$

(erős bh. -al
lombik)

π^+ méret alatt elbomlik
→ bizonyítjuk, hogy vannak?

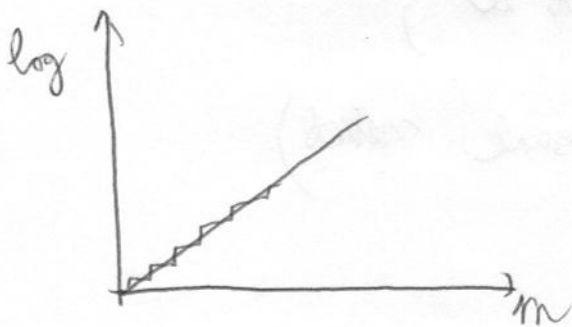
- 24 -



$$\Delta E \Delta t \sim \hbar$$

(relativitás)

→ limitálva az energiájuk pontoságát



$$\rho \sim e^{\frac{m}{T_H}}$$

a tömeg kv.-ellen expon.-an
emelkedik a kötött állapotok
számra

Szprototípus:

→ egész spinűek → meson
félégész — " — → barion

B: barionszám (operátor)

barion → 1
anti " → -1
többi → 0

barionszám megmarad

(lehetne mesonszám is, de a mesonszám nem marad meg!)

B megmarad ⇒ legkönnyebb barion stabil
($i=b$)

(ha a mesonszám is megmaradna, a pion is stabil lenne,

de az ellentéte)

ha legkönnyebb barion
 $\sqrt{B}$ ellentéte:

$$b \rightarrow b' + X$$

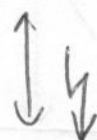
↑ ↑ ↑

$$B=1 \quad B=1 \quad B_X \neq 0$$

keletkezik egy barion és a barionszám megm. miatt!
DE energia is megmarad: $m_b = E_{b'} + E_X > E_{b'} > m_{b'}$

$$\text{de } m_b < m_{b'} \quad \forall b'$$

$$B_{b'} = 1$$



$\Rightarrow$ a legkönnyebb lepton nem bomolhat el,

$\sim -11-$ $\sim p^+$ (Hidrogénnek seint)

$\Rightarrow p^+$ stabil $\rightarrow \tau_{p^+} > 10^{30}$ év

$$\tau_{\text{univ}} = 1,3 \cdot 10^{10} \text{ év}$$

A Földön csak anyagot látunk!

Antitralis. $\rightarrow$ nincs sehol nagyobb antilepton csopotosulás!
(antianyag)

$\Downarrow$

hova tűnt az antianyag?

Elvileg (stand. modell alapján)

$\sqrt{\text{micsoda}}$ unk feltételezni, hogy mds arányban keletkeztek

DE véletlenszerűen mégis ~~keletkeztek~~

a horizont nem korszakos
képesedőben lévő körök is csak anyag van!

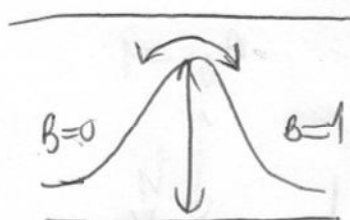
(kausalitást ~~sejt~~ sejt ez a magyarázat, ha feltesszük,

hogy véletlenszerű az anyag-antianyag páros)

$\Downarrow$

van ami folyamat

barionogenesis $\rightarrow$ B nem megmaradó!



$\sim 100 \text{ GeV}$

$\rightarrow$ magas hőm.-en ez átjárható volt

$\rightarrow$ alacsony hőm.-en
ez nem átjárható

harmadik generis $\rightarrow$ $\begin{cases} B \text{ nem megmaradó} \\ C (CP) \text{ enélkül } P^+, P^- \text{ dinamika} \text{ja} \text{ ellen} \\ \text{nemegyensúlyi} \end{cases}$

$\rightarrow$ a standard modell ezt nem tudja le!

Rendszerezés

Rendszerezés $\rightarrow$ szimmetriák

$\swarrow$ belső $\searrow$ tényleg
 $\downarrow$ $\rightarrow S, P, T$
 - itt is idejelerőlt π .

$\hat{Q}, [\hat{Q}, \hat{H}] = 0 \Rightarrow$ megmaradó mennyiség

$\leadsto \exists$ közös fr. vektor $|E, Q\rangle$ energia sajátállapot

$$\hat{H} |E, Q\rangle = E |E, Q\rangle \rightarrow E\text{-sajátok}$$

$$\hat{Q} |E, Q\rangle = Q |E, Q\rangle \quad \text{elfajultok}$$

$$E = \sqrt{m^2 + p^2} \rightarrow p=0 \text{ is elfajult } E=m$$

$\rightarrow$ ugyanolyan tömeggel több részecske!

tömeg - multiplettok

$\Rightarrow$ ha látunk $-||-$ $\Rightarrow$ belső szim.

d) Sm.

Hadronok:

- $n^0 \Rightarrow$ magtalan (erős köl.)
- Yukawa - részecskék erős köl. közvetítő részecskéje: π^+, π^0
- egyéb részecskék: $K^+, K^0, \bar{K}^0 \rightarrow$ gyengék: $\Lambda, \Sigma, \Xi, \Delta, \dots$
- Barionsok (B): $\frac{n}{2}$ spinű hadronok ± 1 , töltés: ϕ

1) Szimmetria és kölcsönhatások

rendszer állapotai: Hilbert-tér $\ni |\psi\rangle$ $(\hat{A}, H) = \phi$
 $(\mathcal{H})$ $\rightarrow$ szimmetria
 $\langle \psi | \psi \rangle = 1$ (normált)

$\mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$ lineáris operátor $\rightarrow$ unitár: rendszer transzformációja
 $\rightarrow$ hermitikus: mérés

- Unitár operátorok: (Schrödinger - kép)

rendszeren megtehető tr.: $|\psi\rangle' = U|\psi\rangle$

$$1 = \langle \psi' | \psi' \rangle = \langle \psi | U^\dagger U | \psi \rangle \quad \forall \psi \in \mathcal{H}$$

$$\Rightarrow U^\dagger U = \mathbb{1} \quad U \text{ unitár (antiunitár)} \\ \text{pl. időtükrözés}$$

Heisenberg-kép: $\hat{O}: \mathcal{H} \rightarrow \mathcal{H}$

$$\langle \psi | \hat{O}' | \psi \rangle = \langle \psi | \hat{O} | \psi' \rangle = \langle \psi | U^\dagger \hat{O} U | \psi \rangle \Rightarrow \hat{O}' = U^\dagger \hat{O} U$$

Funktor aus: Feynman parameter (elliptic) flügge transf. -supg $\rightarrow$

$$\rightarrow \underbrace{\mathbb{1}, U^{-1}, U_1, U_2}_{\text{pl. elliptisch}} \quad \text{die -logarithm}$$

pl.

$$U(a_1) : 1D \text{ elliptisch}, a_1 - \text{ell}$$

parameterisiert: Feynman $U(c + \gamma c)$
 kernel von $U(c)$ -les, raggis

$$\|U(c + \gamma c) U^{-1}(c)\| = 1 + O(\gamma c)$$

Standard parameterisiert: 1D

~~elliptisch~~

$$U(0) = \mathbb{1}$$

$$U(\gamma c) = \mathbb{1} + i T \gamma c + O(\gamma c^2)$$

$$U(\gamma c) = \mathbb{1} - i T \gamma c + O(\gamma c^2)$$

$$U^+ = U^{-1}$$

$$\Rightarrow U^+ = \mathbb{1} + i T^+ \gamma c = U^{-1} = \mathbb{1} - i T \gamma c$$

T : infinitesimal generator

$$U(c) = U(n \gamma c) \stackrel{\text{stand. par. isoter}}{\equiv} (\mathbb{1} - i T \gamma c)^n = \left(\mathbb{1} - \frac{i T c}{n} \right)^n \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{} e^{-i T c}$$

$$i \hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle = -i \hbar H |\psi\rangle \Rightarrow |\dot{\psi}\rangle = -i H |\psi\rangle$$

(Schrödinger-egyenlet)

$\Rightarrow$ is megoldható nem egy dir. reláció, hanem transzformáció

$$\hat{O}(t) = e^{i H t} \hat{O} e^{-i H t}$$

$$\hat{O} = i [H, \hat{O}]$$

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i H t} |\psi(0)\rangle$$

$$\rightarrow \text{ter-eltolás: } 1D \quad U(q) = e^{-i \hat{p} q}$$

p megmaradt : def: U -eltolás megmaradt mennyiség
az impulzus

$\hat{q}$: hely-mérés operátora

U -eltolás: dx

$$L \hat{q} = dx \cdot 1 = i [\hat{p}, \hat{q}] dx$$

$$[\hat{p}, \hat{q}] = -i 1$$

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i 1$$

Heisenberg-féle
kvant. reláció is
a summ. elvekből jön ki!

$$U(c), \hat{H} = 0$$

$$\hat{H} |n\rangle = E_n |n\rangle$$

$$U(c) \hat{H} |n\rangle = E_n (U(c) |n\rangle) \Rightarrow U(c) |n\rangle \text{ is } \hat{H} \text{ sajátáll.}$$

$$\hat{H} (U(c) |n\rangle) = E_n (U(c) |n\rangle)$$

E_n energia!

1. alter: $\forall |\psi\rangle \in \Lambda \exists c |\psi\rangle = U(c) |\psi_0\rangle$
 $\downarrow$
 $|n, \sigma\rangle$ basis (minimális alter)

$$\hat{H} |n, \sigma\rangle = E_n |n, \sigma\rangle$$

$$U(c) |n, \sigma\rangle = \sum_{\sigma'} D(U)_{\sigma\sigma'} |n, \sigma'\rangle \leftarrow \text{inéd. alld. / inéd. reprezentáció}$$

$$U_1 U_2 = U_3$$

$\Downarrow$

$$\Rightarrow \sum_{\sigma'} D(U_1)_{\sigma\sigma'} D(U_2)_{\sigma'\sigma''} = D(U_3)_{\sigma\sigma''}$$

ha van egy szim. tráf, akkor
 eltagult energiaszintek vannak!

$\Downarrow$

eltagult E -szinteket látunk

$E = mc^2 \Rightarrow$ azaz tömegű részecskék ($n = \phi$ esetek)

tapasztalat: sokféle rendszer most ~ szimmetriák tükrözi

hely-eltolás, idő-eltolás

forgás, boost (ell. seb. mozg. von. rendszerre való
 áttérés)

$\Rightarrow$ téridő szimmetriái

$\rightarrow$ első az új $\hat{H}$ -k konstruálására
 (eltagulás)

→ ellajulások: p irány
spin irány

→ azonos részecskék különböző állapotai
(kül. spinu ~~az~~ elektronok ugyanolyan részecskék)

$$|E, \uparrow, z\rangle$$

Hermitikus operátorok $A^\dagger = A$

$$A|h_i\rangle = h_i|h_i\rangle \quad A^\dagger h_i = h_i$$

$$\langle h_i | h_j \rangle = \delta_{ij}$$

Méresek:

$$\text{ha } (\hat{A}, \hat{H}) = 0$$

$$\hat{A}|h\rangle = h|h\rangle$$

$$|h'\rangle = e^{-iHt} |h\rangle$$

$$\hat{A}|h'\rangle = \hat{A} e^{-iHt} |h\rangle = e^{-iHt} \hat{A} |h\rangle = h e^{-iHt} |h\rangle = h|h'\rangle$$

$$\hat{A}|h'\rangle = h'|h'\rangle \quad \rightarrow h'=h \quad (\text{ajánlati értékek megmaradnak})$$

$$\text{pl. } \hat{p} \Rightarrow \text{imp. megmaradás} \quad \hat{L} \Rightarrow \text{imp. mom. megmaradás}$$

diszkrét szimmetriák pl. $\hat{P}$ tükrözés

$$\begin{aligned} x &\xrightarrow{P} -x \Rightarrow P^2 = id \\ p &\xrightarrow{P} -p \end{aligned}$$

QK: $\hat{P}|\psi\rangle = |\psi\rangle \quad P^2 = \mathbb{1}$

sajátállapotok $P|\psi\rangle = \alpha|\psi\rangle \Rightarrow \alpha^2 = 1$

10: $\hat{P}$ szimmetria $(\hat{H}, \hat{P}) \xrightarrow{\text{ha}}$ $(\hat{P}, \hat{P}) = \delta$ $\alpha = \pm 1$

$$V(x) = V(-x)$$

$\Rightarrow$ energia sajátállapotok: páros vagy páratlan fr. ek

3D: $V(r)$ centrális pot. $\Rightarrow E \sim l \sim Y_{lm}$ (A gömbtr.)

$$Y_{lm}(-\underline{r}) = (-1)^l Y_{lm}(\underline{r}) \Rightarrow |E, l, m\rangle \text{ pártas } (-1)^l$$

$|\underline{r}\rangle \xrightarrow{P} \alpha|-\underline{r}\rangle \rightarrow$ leest pártas (térközös)
(~~totál. diszkrét szim.~~)
(~~csak egy hányalék~~)

$$|r_1, \dots, r_n\rangle \xrightarrow{P} \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_n |r_1, \dots, r_n\rangle$$

Kar $(\hat{P}, \hat{H}) = 0$ ~~de a m.~~
 $\Rightarrow$ pártas megmarad (de pl. a részecske nem változik)

$\Rightarrow |r_1, \dots, r_n\rangle \xrightarrow{\text{itt}} |r_1, \dots, r_n\rangle \Rightarrow \alpha_1 \dots \alpha_n = \alpha_1 \dots \alpha_n$

Részekhez tartozó: p^+, n^0, e^- paritása 1
(ezeket minden megváltoztatjuk)

pl. π paritása: $0^+ + \pi^- \rightarrow 2n^0$

$$\text{deutérium } L=0, \quad \rightarrow 1 \\ L=1, \quad \rightarrow 1$$

paritás:

$$\alpha_p \alpha_\pi = -1 \\ \parallel \\ \alpha_{p^+} \alpha_{n^0} \alpha_\pi = -1 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\alpha_\pi = -1}} \\ (\rightarrow \pi \text{ pseudoskalar})$$

$$\rightarrow \text{foton } \alpha_\gamma = -1$$

tűtűkérés invarianciára nincs követelmény taparthatat!
(a töltés egyéb szimm.-ira van)

1953: két részecskéket találtak ϱ^+, τ^+

• minden $\uparrow$ tulajdonságuk azonos
mekanikus (tömeg, ~~spin~~ töltés, ...)

OE megfigyelt bomlások:

$$\varrho^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 \quad \rightarrow \alpha_\varrho = +1$$

$$\tau^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0 \quad \rightarrow \alpha_\tau = -1$$

$\rightarrow$ akkor küls. sz. - nek kell lenniük, de mégis van a tömegük

1956: Lee, Yang $\rightarrow$ testükörös nem szimmetria!!

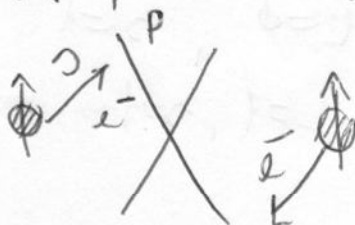
eldin, erős kh. $\rightarrow$ p-szimmetrikus
gyenge kh.?

~~tesztükörös~~ tesztükörös: p-bombák mag, beállított spirál

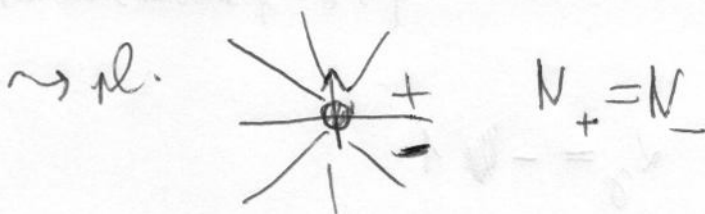
testükörös



spirál
nem hatja



$\Rightarrow [H, P] = 0$: két kölcsönhatás (ellentétes irányba való kölcs.) val.-e egyenlő?



Mu: $Co^{60} \rightarrow$ erős mágneses térben kitér

1957 $\rightarrow$ igen erős szimmetria látszik!

$\Downarrow$

a paritás a gyenge kh.-ban sérül

Lee, Yang; Landau, Salam

$\Rightarrow$ csak "balkezesek" lehetnek!!

$\rightarrow$ $\Rightarrow$ ~~in~~ in egyenlő spirál $\rightarrow$ jól definiált, ha $m_s = 0$

$\nexists P | \nu_L \rangle \rightarrow 100\%$ -ban sérül a paritás
(mire jöbbszes)

Tölthetőkés: $e^- \xrightarrow{C} e^+$
 $C | \Phi \rangle = \alpha_c | \bar{\Phi} \rangle$

$P C | \nu_L \rangle \rightarrow | \bar{\nu}_R \rangle$ ilyen van

$$CP \begin{cases} K^0 \rightarrow e^+ + \pi^- + \bar{\nu}_e \\ \bar{K}^0 \rightarrow e^- + \pi^+ + \nu_e \end{cases}$$

$$\frac{\sigma(K^0 \rightarrow e^+ + \pi^- + \bar{\nu}_e)}{\sigma(\bar{K}^0 \rightarrow e^- + \pi^+ + \nu_e)} = 1,003 \rightarrow \text{nagy} \text{ szerül a } CP \text{ paritás}$$

$\Rightarrow e^-$ és e^+ között lehet (elvégre) különböztes tenri

$\rightarrow TCP$ szim. (l. előző óra) $\Rightarrow T$ is szerül

$= T, CP$ kicsit szerül

P 100%-ban szerül

5. ór

Szimmetriák

d) sm.:

- pontos : gyenge kh.-ban megsejtül

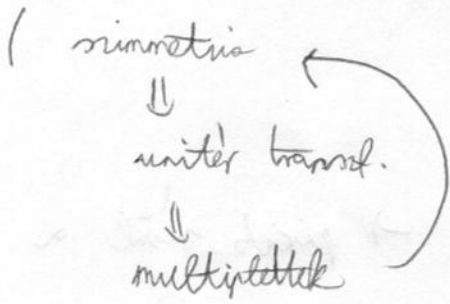
$$P|K\rangle = \alpha_p |K\rangle$$

$$P \rightarrow |V\rangle \in \mathbb{V}$$

CP kicsit szűk

→ gyengén szűk kvantumok
→ erős kh.-ban (dm.) hasonlított

Hadronok rendszerezése



1) p^0, n^0 tömeg közel egyenlő $\leftarrow H = H_{\text{erős}} + H_{\text{em}} + H_{\text{gyenge}}$

$\Rightarrow$ multiplet

$$|p^+\rangle, |n^0\rangle$$

$$H_{\text{erős}} |p^+\rangle = m_N |p^+\rangle$$

$$H_{\text{erős}} |n^0\rangle = m_N |n^0\rangle$$

$$E \rightarrow \text{főleg } \langle H_{\text{erős}} \rangle$$

$$E^2 = m^2 c^4 + p^2 c^2 \Rightarrow m \rightarrow \langle H_{\text{erős}} \rangle$$

($\rightarrow$ azami erős kh.-ra megmarad)

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} |p^+\rangle \\ |n^0\rangle \end{pmatrix} = |N\rangle \Rightarrow H_{\text{erős}} \Big|_N = m_N \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ha nem lenne megmarad
ld. nem igazán
értékelne mindezt

mennyiség!

ami megmarad

a $|p^+\rangle$ és $|n^0\rangle$ áll. között

$$U \text{ unitár: } |n'\rangle = U|n\rangle \Rightarrow |n'\rangle = U_{11}|n^+\rangle + U_{12}|n^0\rangle$$

$$|n'\rangle = U_{21}|n^+\rangle + U_{22}|n^0\rangle$$

$$H' = U^\dagger H U = H \quad \text{mert } m_N \ll$$

$$\leadsto [H, U] = 0 \quad \text{even az } H \text{ is}$$

$$\text{globális basis } (e^{i\psi}|n^+\rangle, e^{i\psi}|n^0\rangle)$$

$$\text{nem függhet meg } (\langle e^{i\psi}\psi | \hat{A} | e^{i\psi}\eta \rangle = \langle \psi | \hat{A} | \eta \rangle)$$

$$\rightarrow \det U = 1$$

$$U: SU(2) \quad (\text{csoporthalmozás})$$

$$\mathbb{1} \checkmark$$

$$U \Rightarrow U^{-1} \in SU(2)$$

$$U_1, U_2 \in SU(2)$$

$$\begin{matrix} \uparrow \\ \text{speciális} \\ (\det=1) \end{matrix} \quad L(2), O(2), U(2)$$

$$\uparrow$$

$$O^{-1} = O^T \quad U^{-1} = U^\dagger$$

$$SL(2, \mathbb{R}) \rightarrow SL(2, \mathbb{C})$$

$$\Downarrow$$

$$SU(2) \quad \text{a } n^+ \text{ } n^0 \text{ összetett állapotoknak is szimmetriájuk van}$$

$$\Rightarrow \text{Heisenberg: } \underline{\text{izospin}}$$

$$(n^+, n^0 \text{ úgy ismétlődnek egymáshoz, mint egy } n^+ \text{ és } n^0 \text{ spin elektron})$$

b) többi hadron! $\rightarrow$ tapasztalatot igazolja, hogy az isospin szim. teljesül

pion: π^+, π^-, π^0 $\rightarrow I=1$ ~~triplet~~
 $\sim 135 \text{ MeV}$ $\sim 140 \text{ MeV}$
 $I_3: (\pi^-, \pi^0, \pi^+)$
 $-1 \quad 0 \quad +1$

kaonok: $K^+, K^-, K^0, \bar{K}^0$
 K^-, K^0 dublett
 $K^+, \bar{K}^0$ —||— $\Leftarrow$
 $\begin{pmatrix} K^+, K^0 \\ K^-, \bar{K}^0 \end{pmatrix}$
 $\uparrow$ ha mi dublettet alkot,
 akkor az antikvarkokéja

$N = \{p^+, n^0\}$ $\sim 940 \text{ MeV}$ $I = \frac{1}{2}$

$\pi^\pm$ $\sim 140 \text{ MeV}$ $I=1$

$K^\pm, K^0, \bar{K}^0$ $I = \frac{1}{2}$

Λ^0 barion 1116 MeV $I=0$

η meson 540 MeV $I=0$

DE az isospin nem megmaradó mennyiség, ha van τ kv. is más (nem kv.)

Hem, Higgs - nek nem szim. az isospin
 $\downarrow$
 töltések elbontak $\rightarrow \beta$ -bontás: $n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$
 $-40 - I_3: 1/2 \quad 1/2$ nem marad meg

↓
gyenge külső szimmetria

2) Λ^0, K vizsgálata

$$\boxed{\Lambda^0 \rightarrow p^+ + \pi^-} \text{ bomlás}$$

$$\rightarrow \pi^0 + \pi^0$$

előállítás

$$\boxed{p^+ + \pi^- \rightarrow \Lambda^0 + K^0} \text{ tapasztalat}$$

lehetik $p^+ + \pi^- \rightarrow \Lambda^0 \rightarrow$ nagyon kis
hat. ker.

hosszú
életidő

$\Lambda^0 \rightarrow p^+ + \pi^- + K^0$ nem megy energiamegmaradás
miatt!

$$(m_{\Lambda} < m_p + m_{\pi} + m_{K^0})$$

$\parallel$
 m_{K^0}

$\rightarrow$ nagy $\sigma_{tot} \Rightarrow$ erős kh.

kis $\sigma_{tot} \Rightarrow$ gyenge kh. $\rightarrow$ erős kh. $\rightarrow$ megtiltja ami

$\Rightarrow$ Ritkaság: 5

$$S_{\Lambda} = -1$$

$$S_{K^0} = +1$$

$$p^+, \pi^-, n, \dots \rightarrow \emptyset$$

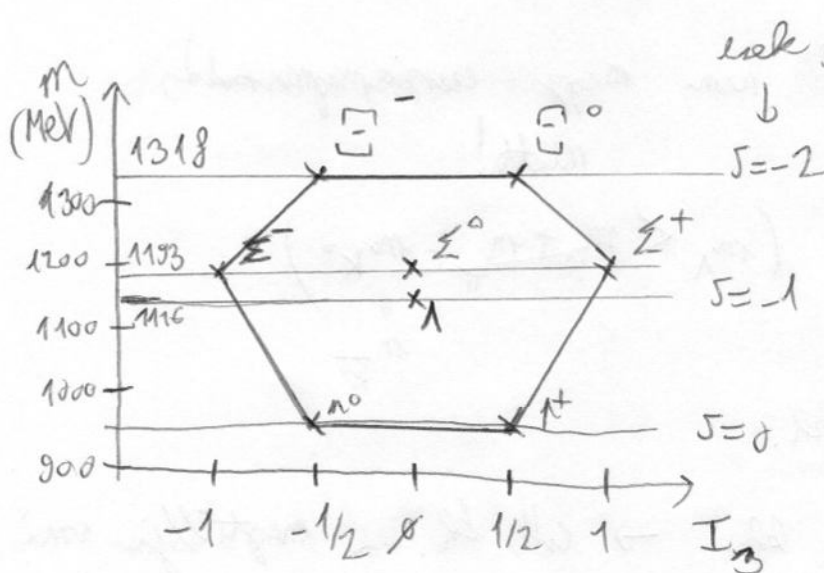
erős kh. -nak szimmetriája $\Rightarrow 5$ megmarad

többszörös kiképzés: $Q = I_3 + \frac{B+S}{2}$ barionszám (B=1 ha barion, 0 ha nem)

	I_3	B	S	Q
$\uparrow^+$	1/2	1	0	1
$\uparrow^0$	-1/2	1	0	0
$\uparrow^-$	0	1	-1	-1
K^+	1/2	0	1	1

$$Q = I_3 + \frac{B+S}{2} \text{ teljesül a fenti hadronra is}$$

→ már mi a határ!?



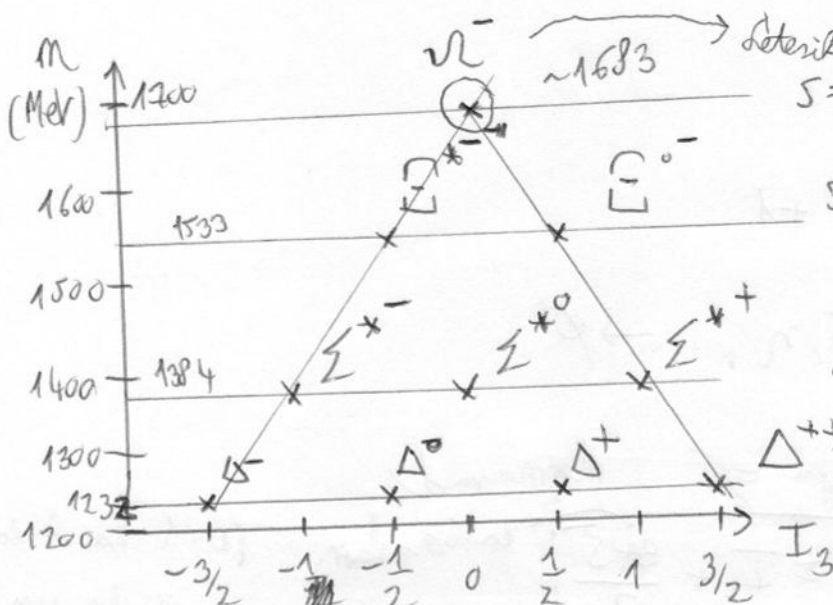
ezek kijöttek, nem voltak bele az alába!

barionok

hisz jöndelattak ezek is tekintetjük azonos

állapotok ($m \approx$ meggyezik)

állapotok ($m \approx$ meggyezik)



$S=-3$

$S=-2$

$S=-1$

$S=0$

$\eta^- (1361) \rightarrow 1364$ -ben megtalálható (1672 MeV)

149 MeV

152 MeV

↓

Thyler van simmetria a m. mögött

↳ a ~~ritkaságot~~ és az isospin egy rész. hadron

1964: Gell-M, Zweig: hadronok összetett

krak-modell (krak nemetül isé + faros force
reszéből)

↓
hány krak kell?

• $\rightarrow$ strange: $S = -1$

• $u, d \rightarrow$ (up, down) ~~isospin~~
 $\begin{matrix} +\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ \text{isospin} \end{matrix}$

hadron multiplettok tömege közel azonos

$$(m_u \approx m_d, m_s \approx m_u + 150 \text{ MeV})$$

↑
isospin szim.

↑
ez nem
az erős
ka. -ból ered

(valami más törli a szimmetriát)

$$H_{\text{erős}} |u\rangle = m_u |u\rangle$$

$$H_{\text{erős}} |d\rangle = m_d |d\rangle$$

$$H_{\text{erős}} |s\rangle = m_s |s\rangle$$

$\Rightarrow m_u = m_d = m_s$ az erős ka. járuléka
köl!

$$\begin{pmatrix} |u\rangle \\ |d\rangle \\ |s\rangle \end{pmatrix} = |q\rangle \quad \text{állapotok} \quad H_{\text{eff}} \sim \mathbb{1}$$

$$|q'\rangle_a = U_{ab} |q\rangle_b \quad U: 3 \times 3 \text{ unitár}$$

$$a = 1, 2, 3$$

$$H' = U^\dagger H U = H$$

$$[H, U] = 0$$

$\Rightarrow$ "szimmetrikus" állapotok is látható a szim.!

$$\boxed{SU(3)}$$

$$(\det U = 1 \leftarrow \text{globális fázis})$$

$$|q'\rangle = U |q\rangle$$

Antikvarkok hogyan transz.? $|\bar{q}\rangle \sim \langle q| \sim |q\rangle^\dagger$

komponensekre

$$\begin{pmatrix} |q'\rangle_a \end{pmatrix}^* = (U_{ab} |q\rangle_b)^* \Leftrightarrow |q'\rangle_a^\dagger = |q\rangle_b^\dagger U^\dagger = U^* |q\rangle_b^\dagger \quad (U_{ab}^\dagger = U_{ba}^*)$$

$\Rightarrow U^*$ szintén transz. -nak az antikvarkok

Elvileg $SU(2)$ -ben is máshogy transz. ~ kvarkok és antikvarkok,
de $SU(2)$ esetén $\exists$ unitár transz. $\exists U^* \rightarrow U$

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$E_{ij} = \varepsilon_{ij}$$

$$E^2 = -1$$

$$E \text{ unitár}$$

$$E^T = -E \Rightarrow E^\dagger E = 1$$

$$-44- \quad E^\dagger$$

~~def~~
 $\det U = ? \quad \epsilon_{ij} U_{ip} U_{jq} = \epsilon_{ipq} \det U \rightarrow$

Abel. definition: $\epsilon_{i_1 i_2 \dots i_n} U_{i_1 j_1} U_{i_2 j_2} \dots U_{i_n j_n} =$
 $= \epsilon_{j_1 \dots j_n} \det U$

$U_{ip}^T \cdot \epsilon_{ij}^* U_{jq} = \epsilon_{ipq}$ $SU(2)$

$U^T E U = E$

$U^\dagger = U^{-1} = (U^T)^*$

$(U^*)^{-1} E U = E$

$U^T = (U^*)^{-1}$

$E U = U^* E$

$U = E^\dagger U^* E$

$\Rightarrow |q\rangle' = E |q\rangle$ antisymmetrisch

$\Downarrow$
 U^*

$\Downarrow$
 U

$\Rightarrow SU(2)$ setzen nur Spin, antispin darstellen,
erster Teil, $SU(3)$

$|q\rangle \Rightarrow 3$

$|\bar{q}\rangle \Rightarrow \bar{3}$

II

Kögy tr.-nek a hadronok?

↳ kevésbé köztölt állapot

$|q q\rangle = 3 \otimes 3$ állapotok, de nem irreducibilis

(~~mag~~ ^{altér} ~~altér~~ ^{altér} köztölt
a fiz. tul.-ok elterjednek)



$$\mathcal{H} \times \mathcal{H} \ni Q$$

~~$Q_{ab} = q_a q_b$~~ (diadikus szorzat is lehet)

$$|Q\rangle = Q_{ab} |q_a\rangle \otimes |q_b\rangle$$

~~Q_{ab}~~

$$|Q\rangle = |q_1\rangle \otimes |q_1\rangle$$

$$|Q\rangle' = |q\rangle' |q\rangle' = (\underline{U} |q\rangle) \otimes (\underline{U} |q\rangle)$$

$$Q'_{ij} = U_{ii'} U_{jj'} Q_{i'j'}$$

(mindkét "spin" ugyanúgy fordul)

Tfh.: $Q'_{ij} = Q_{ji}$ szimmetrikus

$Q'_{ij} = U_{ii'} U_{jj'} Q_{i'j'} = U_{ii'} U_{jj'} Q_{j'i'} = Q_{ji}$
 alapobjektum ^{permutáció} szimmetrikus. ^{teljesítmény} "öröklődnek!"

pl.

$2 \times \frac{1}{2}$ spin: 2×2 Hilbert - $\frac{1}{2}$

basisa $\{ |\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle, |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle \}$

szimmetrikus kombinációk:

3D alter $\left\{ \begin{array}{l} |\uparrow\uparrow\rangle \\ |\uparrow\downarrow\rangle \xrightarrow{\text{perm.}} |\downarrow\uparrow\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \\ |\downarrow\downarrow\rangle \end{array} \right.$ invariáns

antiszimmetrikus: $\frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$

↓
 attól még lehetne kisebb az invar. alter, mint a szimmetria
 alter

all: invar. alterek megkezdődnek a szimmetria tal. alapján

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 1 + 0$$

$$(2 \times 2 = 3 + 1)$$

↑
 2 fel lehet osztani
 az altereket a
 szimmetrikus, antiszimmetrikus.

Kvarkok: $q \bar{q} \rightarrow 3 \times 3$

• basisa:

$(|uu\rangle, |ud\rangle, |du\rangle, |dd\rangle, |dd\rangle, |du\rangle, |du\rangle, |du\rangle)$

szimmetrikus: $|uu\rangle$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|ud\rangle + |du\rangle)$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|us\rangle + |su\rangle)$$

$$|dd\rangle$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (|ds\rangle + |sd\rangle)$$

$$|ss\rangle$$

6 db

antiszimmetrikus: $\frac{1}{\sqrt{2}} (|us\rangle - |su\rangle), \frac{1}{\sqrt{2}} (|ud\rangle - |du\rangle)$

3 db $\frac{1}{\sqrt{2}} (|ds\rangle - |sd\rangle)$

→ Multiplét 6, 3 eleműek → illyet nem lehetünk

az egyedülálló krak is illyet lehet lenni

⇒ Sem egyedülálló krak,

sem "likrak" sincsen!

→ 30 antiszimmetrikus állapotok melyek közül 6 db lehet

$$|Q\rangle_i = \epsilon_{ijk} |q_j\rangle \otimes |q_k\rangle$$

$$Q_i = \epsilon_{ijk} U_{ii'} U_{jj'} \epsilon_{i'j'k'} Q_{k'} = Q_k$$

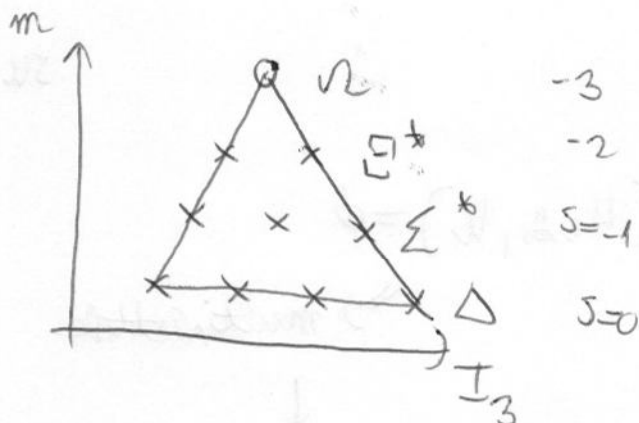
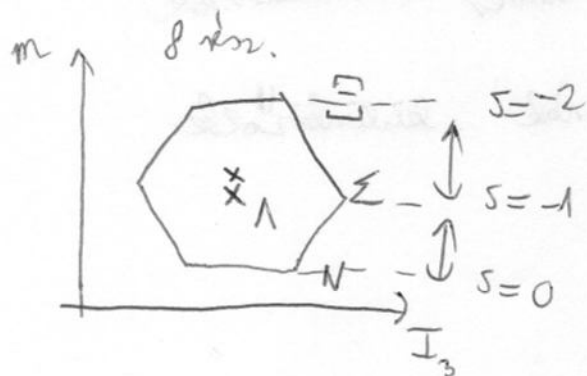
⇒ antikrak
ilyen módon
transzfo: 3

let $U=1 \Rightarrow \epsilon_{ijk} U_{ii'} U_{jj'} U_{kk'} = \epsilon_{i'j'k'}$

$$U_{kk'}^* = \epsilon_{ijk} U_{ii'} U_{jj'} \epsilon_{i'j'k'}$$

$$3 \times 3 = 6 + 3$$

(3m.) Hadronok rendszerezése $\rightarrow$ multiplett



$\Rightarrow$ $SU(3)$ szimmetria $\rightarrow$ kvarkok: $u, d, s \leftarrow "1/2"$ (erős kölcsönhatásban)
 $\downarrow$
 $SU(N): N^2 - 1$ paraméter

$N \times N$ komplex $2N^2$ valós paraméter

$+ U^\dagger U = 1$ hermitikus kényszer

N^2 db
 db egyenlet

$+ \det U = 1$ 1 db feltétel

$\Rightarrow N^2 - 1$ paraméter

$N=3: 8$ paraméter

$$U = e^{-i c_a T_a} \quad a = 1 \dots 8$$

$$T_a = \frac{\lambda_a}{2} \quad \lambda_a: \text{Gell-Mann-matrixek}$$

$$(SU(3) \rightarrow e^{-i \frac{w_i \sigma_i}{2}} \quad \sigma_i: \text{Pauli-matrixek})$$

antikelektronok ~~transf.~~-ja

$$\sim q^* \Rightarrow U_{ij}$$

$$q_i^\dagger = U_{ij} q_j$$

$\hookrightarrow SU(2)$ -nél ezek
unitér ekvivalensek

$SU(3)$ -nál különbségek

$$(H_{\text{erős}}, U) = \emptyset$$

$\Rightarrow$ multiplikatív

$\downarrow$

összetett objektumok (kötött állapotok)

barion: kvark-barionok diadikus sorozata

$$|q_i\rangle \otimes |q_j\rangle \quad (\text{másik jelölés: } |q_i\rangle \otimes |q_j\rangle)$$

hullámf.:

$$Q = \sum_{ij} q_i^{(1)} q_j^{(2)} \quad \leftarrow 2 \text{ kvark áll.}$$

csopotszámok: $Q_{ij}^\dagger = \sum U_{ii}^\dagger q_i^{(1)} U_{jj}^\dagger q_j^{(2)}$

permutációk

$\Rightarrow$ Szimmetria-tulajdonságokat nem változtatja

$$1 \leftrightarrow 2$$

$\Rightarrow$ invar. alrendszerek $\equiv$ adott permutációk szim.-jü kombinációk

pl. 2 db $\frac{1}{2}$ -es spin ($SU(2)$)

$$|\uparrow\uparrow\rangle \quad |\uparrow\downarrow\rangle \quad |\downarrow\uparrow\rangle \quad |\downarrow\downarrow\rangle$$

→ antisymm: $|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle$ 1db

symm: $|\uparrow\uparrow\rangle, |\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle, |\downarrow\downarrow\rangle$ 3db

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \cancel{0+1} \quad 0+1$$

dim. n: $2 \times 2 = 1+3$

• hasonbaar: 2db krak

$|\mu u\rangle, |\mu d\rangle \dots |\mu 0\rangle \rightarrow 9$

→ antisymm: $\left. \begin{array}{l} |\mu d\rangle |d u\rangle \\ \vdots \end{array} \right\} 3db$

symmetris

→ 6 db

$$3 \times 3 = \bar{3} + 6$$

↓
elek

maskepp
transf.-nak!

$$Q_i = \varepsilon_{ijk} \overset{(1)}{q}_j \overset{(2)}{q}_k \xrightarrow{SU(3)} Q_i' = \varepsilon_{ijk} U_{il} \overset{(1)}{q}_l U_{km} \overset{(2)}{q}_m = \textcircled{*}$$

$$\varepsilon_{ijk} U_{jl} U_{km} = U_{im}^* \varepsilon_{ijl'k'}$$

(det U = 1)

$$\textcircled{*} = U_{il}^* \varepsilon_{ijl'k'} \overset{(1)}{q}_{j'} \overset{(2)}{q}_{k'} = U_{il}^* Q_{j'}$$

→ krak-antikrak rendszer: $\bar{3} \times 3$

$|\bar{u}u\rangle, |\bar{u}d\rangle, |\bar{u}0\rangle, |\bar{t}u\rangle, |\bar{t}d\rangle, |\bar{t}0\rangle, |\bar{s}u\rangle, |\bar{s}d\rangle, |\bar{s}0\rangle$

technikailag egyszerű $\bar{3} \equiv 3 \times 3$ antiszimmetria

(ennek fizikailag nincs értelme, de matematikailag így van)

$$\bar{3} \times 3 = \bar{3} \times 3 \Big|_{\text{antiszimmetria}} \times 3$$

$\Rightarrow$ antiszimmetria + kombináció $\equiv 3 \times 3 \times 3$ teljes antiszimmetria.
 $\downarrow$ kombinációja!

csak egyféle van

Eijk $\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ k \end{pmatrix}$

① db

$\Rightarrow$ szimmetria kombináció $\Rightarrow$ a-többi ⑧ db

$$\bar{3} \times 3 = 1 + 8$$

Ha lenne:

• szabad kvark: 3 -as multiplett $\rightarrow$ illyet nem látunk

• 2 kvark: $\bar{3}, 6 \rightarrow$ illyet sem látunk

• leterülő multiplettek: $1, 8, 10 \leftarrow$ barion
 $1, 8 \leftarrow$ mezon

nincs $3, 6 \Rightarrow$ nincs szabad kvark, nincs stabil

2 ~~kvark~~ kvark vs. (dikvark)

$8 \rightarrow \bar{3} \times 3$ leterül $\Rightarrow \bar{q}q$ kötött állapot leterül

$\Downarrow$ egész spin $\Rightarrow$ mezon

$$\Rightarrow \boxed{\text{meson} \equiv \bar{q}q}$$

$\rightarrow$ 3-krakle lapp: $3 \times 3 \times 3$

- teljesén antiszimmetrik: 1 db (l. első old.)
- 1-2-ben antiszimmetrik & 3-ban szimmetrik: 8 (l. első old.)
- 1-3-ban ——— & 2-ben szimmetrik: 8 $(3 \times 3 \times 3 \text{ szimmetrik})$
- mindhárom szimmetrik: 10

$$\Rightarrow 3 \times 3 \times 3 = \underline{1 + 8 + 8 + 10} \quad \checkmark$$

↑
megfigyelt barión multiplett

~~barion~~ $\Rightarrow \boxed{\text{barion} \equiv qqq}$

3-krakle kvantum számok

$$\text{barion} = 3 \text{ krakle} \Rightarrow B_q = \frac{1}{3} \quad (\text{barionszám})$$

(lepton szám = 0)

$$u, d \rightarrow \text{izospin: } I = \frac{1}{2} \quad \left. \begin{array}{l} I_3 = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \\ u \quad d \end{array} \right\} \text{spin} = \frac{1}{2}$$

$$S = \phi$$

$$s \rightarrow I = 0 \quad I_3 = \phi, \quad S = -1$$

töltés: 4 multiplettben

$$Q = I_3 + \frac{B+S}{2} \quad \downarrow \quad (Y = B+S) \text{ hipertöltés}$$



töltes r.

$$Q_u = \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{3} + 0}{2} = \frac{2}{3}$$

$$Q_d = -\frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{3} + 0}{2} = -\frac{1}{3}$$

$$Q_s = 0 + \frac{\frac{1}{3} + 1}{2} = -\frac{1}{3}$$

töltes töltes



hadronok egész

töltésűek

erős kölcsönhatás a megjelenő állapotok (hadronok) egész töltésűek!

~~(spin = 1/2)~~

hadronok kvark-összetétele

- mezonok: $\bar{q}q$

• $q = u, d$

$$I = \frac{1}{2}$$

→ szimmetrikus: $\bar{u}u, \bar{d}d, \bar{u}d, \bar{d}u$

→ antiszimmetrikus: $\bar{u}d - \bar{d}u$

spin = 0

spin = 1 : ρ mezon

ω -mezon

η mezon

az erős $3 \times 3 = 1 + 8$

felosztás csak az

~~kvarkok~~ isek (isospin, ritkaság)

szimmetria,

+ szimmetria spin

• egyik $\bar{s}s \rightarrow \eta'$ mezon

- π_4

→ keverednek

π^0 π^- π^+ ← pionok
 $\bar{u}u, \bar{d}d, \bar{u}d, \bar{d}u$ → $I=1$

~~$\bar{u}u, \bar{d}d, \bar{u}d, \bar{d}u$~~

~~$\bar{u}d + \bar{d}u$~~ $\bar{u}u + \bar{d}d \rightarrow I=0$

$$\downarrow \quad \overline{u}u, \overline{s}s, \overline{u}s, \overline{s}u \rightarrow \text{barionok } (I = \frac{1}{2})$$

magasabb pályamom., ~~fl~~ kvantumszám $\rightarrow$ nagyobb energia

$$(\text{pl. } m_{\pi} \approx 400 \text{ MeV} \quad (s=0))$$

$$\text{de } m_{\rho} \approx 700 \text{ MeV} \quad (s=1)$$

ami a H atomnál csak hiperfinom felhasadás volt, itt lényegesen különbséget ad

- barionok: qqq

$$\bullet \text{ nukleonok: } \underbrace{uud}_{p^+}, \underbrace{udd}_{n^0} \leftarrow I = \frac{1}{2}$$

$$\bullet \Delta^{++} = uuu \rightarrow \underbrace{uud}_{\Delta^+}, \underbrace{udu}_{\Delta^0}, \underbrace{duu}_{\Delta^-}$$

$$I = \frac{3}{2}$$

$$\bullet \Lambda^0 = uds$$

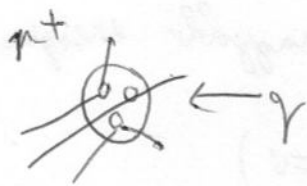
$$\bullet \Sigma = uus, + uds, dds \quad S = -1$$

$$\bullet \Xi = uss, dss \quad S = -2$$

$$\bullet \Omega = sss \quad S = -3$$

$\downarrow$
+ gyorstérsik

Kísérleti bizonyítékok



↳ kéne "világítani" a kerneleket
→ röntgénnyel "világítjuk"

1969: Stanford

SLAC: Stanford Linear Accelerator

e^- gyorsító: 30 GeV-ig

⇒ megerősítette a kernelek | létezését /
töltését

előzetes egyéb eredmények

• tömeg: $m_u \approx 4 \text{ MeV}$ $m_d \approx 8 \text{ MeV}$ $m_s \approx 150 \text{ MeV}$

→ baryon-krak tömeg

• konstituens krak tömeg: $m_u \approx m_d \approx 300 \text{ MeV}$
 $m_s \approx 450 \text{ MeV}$

⇒ tömeg: függ a mérési definíciótól

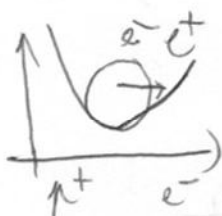
his energiai mérés $\Rightarrow$ konst.

nagy —||— $\rightarrow$ arány

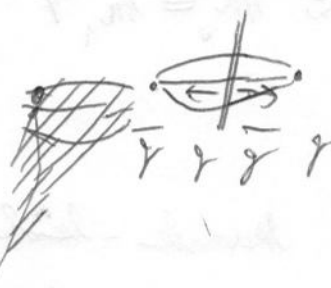
krakkok köcsökhöz : erőse :

~~(Hagyj)~~

δ szabad kvark (bezárt, confinement) $\Rightarrow$ alacsony $E-n$



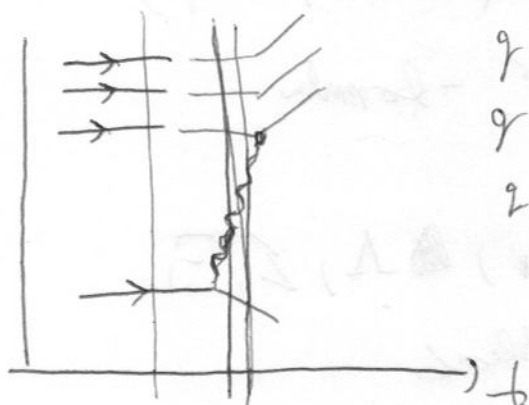
nagyon erős
hatás kölcsön



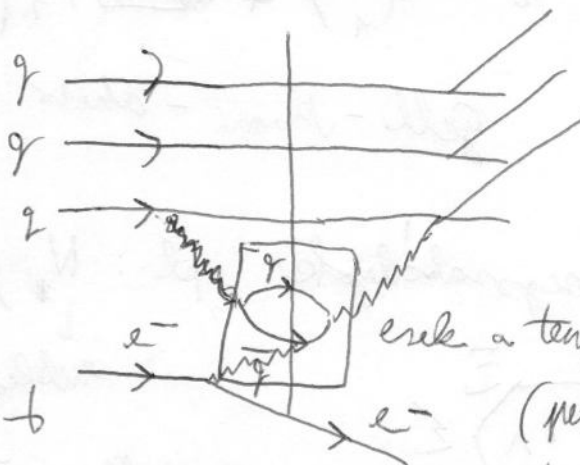
~~nagyon~~ nagy energián gyenge hatás kölcsön (kicsit)

$\rightarrow$ aszimptotikus szabadság

(Megj.: tengerkvarkok)



"teljes mért.
beszűrés"



erős a tengerkvarkok
(perturbatív szám.
többi energi)

$\downarrow$
erős is szabadság
az $e^- - k$

hadron tömeg:

q -tömeg mérése (operator) $\begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix}$

$$= \frac{1}{3}(m_u + m_d + m_s) + (m_u - m_d) I_3 + \frac{1}{2}(m_u + m_d - m_s) \cdot (B + S)$$

$\approx m_s = m_1 \checkmark \leftarrow$ tömegmérés operator
 $\rightarrow$ független kvarkok

kvark - kölcsönhatás?

$\sim$ kiszelektárisi kh. $\sim \begin{pmatrix} \lambda_a^{(1)} & \lambda_a^{(2)} \end{pmatrix} \quad \underline{(\sim 5^{(1)} \cdot 5^{(2)})}$
 q -pár

$$\Rightarrow M = M_0 - M_1 Y + M_2 (I(I+1) - \frac{Y^2}{4})$$

Gell-Mann - Okubo - formula

$\rightarrow$ összehasonlítások pl.: N, Λ, Σ, Ξ
 $\downarrow$
 nukleonok



rem
 asonosság $\rightarrow$ itt fontos

$\sim q-q$ kh.

$$m_N + m_{\Xi} = \frac{1}{2}(3m_{\Lambda} + m_{\Sigma})$$

$\nearrow$ 2258 MeV 2250 MeV
 $\downarrow$

itt a kiszelektárisi kh. $\checkmark$

7.óra

0) hm.

$$\rightarrow 3 \times 3 = 1 + 8$$

mesonok

$$3 \times 3 \times 3 = 1 + 8 + 8 + 10$$

baryonok

$$\rightarrow Q_u = \frac{2}{3} \quad | \quad Q_d = Q_s = -\frac{1}{3}$$

$$\text{spin: } \frac{1}{2}$$

$$I_{u,d} = \frac{1}{2} \quad I_s = 0$$

$$B_q = \frac{1}{3}$$

$\rightarrow$ SLAC kísérlet $\rightarrow$ kvark aszimptotikus szabadsága

• kvark tömeg (kis energián: nagy tömeg
nagy - : kis tömeg)

$$\rightarrow \text{hadron tömegek: } M = M_0 - M_1 Y + M_2 \left(I(I+1) - \frac{Y^2}{4} \right) \quad Y = B + S$$

$$\rightarrow m_N + m_{\Xi} = \frac{1}{3} (3 m_\Lambda + m_\Sigma)$$

1) Kiányosságok

$\rightarrow$ $\bar{q}$ szabad kvark, antikvark?

$\rightarrow$ beszárs, aszimptotikus szabadság?

$\rightarrow$ p^+ impulzus (SLAC) $\rightarrow$ kvarkok össierp. $\sim$ felelő adjók

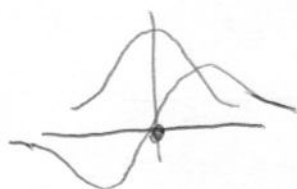
$$\rightarrow \Delta^{++} : |u \uparrow u \uparrow u \uparrow\rangle$$

$3/2$ OE kvarkok fermionok $\Rightarrow$ kvarkok felosztása antiszim.

$\Rightarrow$ tabeli hulladékr. antiszim.

(fermionok)

DE az alapállapotból megosztjuk, hogy szim. (l. oszcillációs tétel)



→ QM elveivel ellentétben

⇒ a kvarkok kl.-a nem olyan, mint az ED!

→ Gell-Mann, Fritzsche (1972)

→ töltés kvark-töltés: szín

→ szín - kölcsönhatás nagyon erős

⇒ minden megfigyelhetőség objektum szintjén → csoport-struktúra alapján kombinálhatók

szintjén: 10 ábrázolás → melyen csoport?

SU(3) esetén:

$$\bar{3} \times 3 = (1) + 8 \quad 3 \times 3 \times 3 = (1) + 8 + 8 + 10$$

$$(3, \quad 3 \times 3 = \bar{3} + 6)$$

van benne:

$$\left. \begin{array}{l} \bar{3} \times 3 \rightarrow 1 \\ 3 \times 3 \times 3 \rightarrow 1 \end{array} \right\} \text{jelölt}$$

⇒ színek kl.-a: SU(3) szimmetrikus (valójában csak SU(3) szimmetriája csak közelítőleg igazak)

kvantum-szín dinamika (quantum-chromodynamics, QCD)

→ $\delta^{++} |u \uparrow, u \uparrow, u \uparrow\rangle$
szín nem.: $3 \times 3 \times 3 \rightarrow 1$: teljesen antiszimmetrikus → hullámf. szimmetrikus
-60

→ hadronok kölcsönhatása mag'ik: QCD van der Waals erői

⇒ kvark hullámfüggvény $\psi(x)$
 i, c, x

i : index

u, d, s

(SM: u, d, s, b, t, c)

c : szín-index

1, 2, 3 → színek

$SU(3)$

leptonok

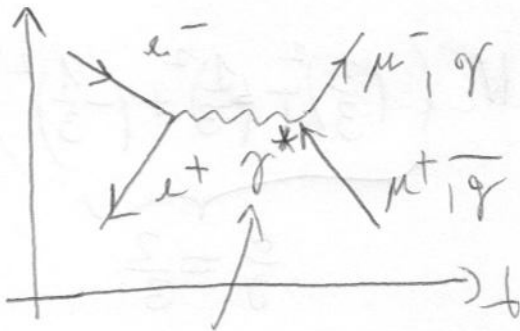
index: 1...4

$$\begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \hline \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} \begin{matrix} L \text{ (balkezes)} \\ R \text{ (jobbkezes)} \end{matrix}$$

→ szín töltésű lényegtelen

$$e^+ e^- \rightarrow \mu^- \mu^+$$

→ hadron



$$E_\gamma \neq \hbar \omega$$

$$E - \hbar \omega = \Delta E \sim \frac{\hbar}{\Delta \tau}$$



→ QCD követelték kvarkok: gluonok $\rightarrow N^2 - 1$ db
 g g

és nem kisebb
 ↓
 meg

leptonok val. számú: lényegesen

$$\begin{cases} \bar{u}, u - \text{be} \\ \bar{d}, d - \text{be} \end{cases}$$

→ ~~össze~~ összerakódhatnak

$$R = \frac{\sigma(e^-e^+ \rightarrow \text{hadronok})}{\sigma(e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+)} = \frac{\sigma(e^-e^+ \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^-e^+ \rightarrow \mu^-\mu^+)} \sim \text{kvark m\u00e9rt\u00e9k ar\u00e1nya}$$

e^-e^+ p\u00e1r γ^* k\u00e9. amplit\u00fddja

$$\langle e^-e^+ | \gamma^* \rangle \sim Q_e \text{ (t\u00edlt\u00e9s)}$$

$\Rightarrow$ folyamatos qM amplit\u00fddja $\sim Q_e Q_q$

$$Q_e Q_\mu$$

$$\text{val\u00f3sz.:} \sim Q_e^2 Q_q^2$$

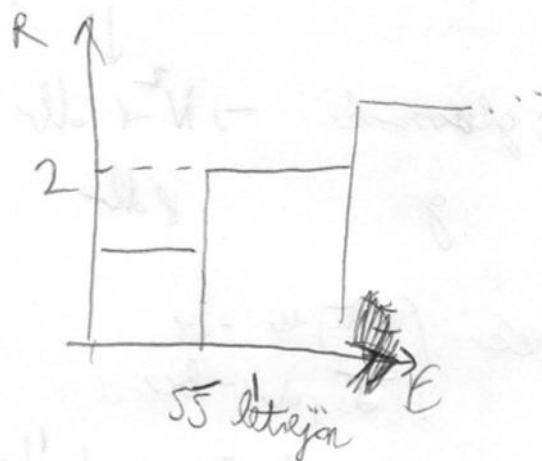
$$\sim Q_e^2 Q_\mu^2$$

t\u00f6bbi kinematikai faktor megegyez\u00e9s\u00e9k

$$\Rightarrow R = N_c \frac{\sum_{i,j} Q_i^2 Q_j^2}{Q_\mu^2 Q_e^2} = N_c \left(\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \right) = \frac{2}{3} N_c$$

$\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

sz\u00e9les m\u00e9rt\u00e9k



$$\Rightarrow N_c = 3$$

→ brutális gyenge köl. -a:

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$udd \rightarrow uud + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\Rightarrow d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\Lambda^0 \rightarrow \pi^0 + \pi^0 \text{ bomlásból} \rightarrow \text{ellomlik}$$

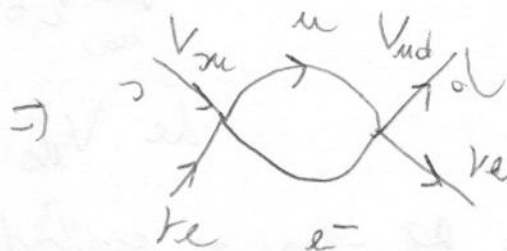
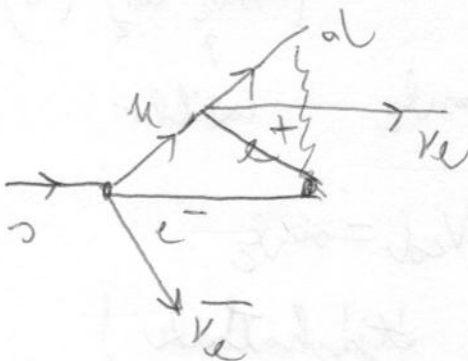
$$\text{FE}) \rightarrow \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\rightarrow \not\rightarrow d + \nu_e + \bar{\nu}_e \text{ (lehetne akár } \rightarrow d + \bar{e} + e \text{ is)}$$

↓
ilyen nincs! (kísérlet)

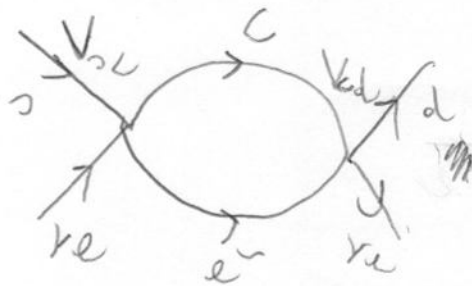
• invalit		gyenge áram	:	$\rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$
		semleges áram	:	$\rightarrow d + \nu_e + \bar{\nu}_e$

FCNC (flavor changing neutral current), azaz
invalit semleges ~~áram~~ áram nincs!



Miért nincs akkor ilyen
folyamat!

→ GIM mechanismus : QM interakció!



c : charm (bajo kárak)

ha $V_{ud} = V_{uc}$ de $V_{us} = -V_{dc}$

a 2 folyamatos körtől egyenlő

→ szimmetria

ha $V_{us} = V_{dc} = 0$ lenne

$\begin{pmatrix} u \\ e^- \end{pmatrix}$ DE akkor függetlenek lennének $\begin{pmatrix} \mu & c \\ \mu & s \end{pmatrix}$
 $u \leftrightarrow d$ → család $c \leftrightarrow s$

keveredő családok! : $(u \ c) \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$
 $V_{ud} = V_{cs} = \cos \theta_c$ Cabibbo

de $V_{us} = -V_{cd} = \sin \theta_c$

= gyenge köl. -ban a családok keverednek!

///

→ kísérlet: τc mész ~~meg~~ kereszt $\rightarrow$ rezonancia

határbeáratolások $s_{\text{uic}} - 2096 \text{ MeV}$

$$m_c \approx 1550 \text{ MeV}$$

1974

$\bar{F} \leftarrow \text{SLAC}$

$\psi \leftarrow \text{MIT}$

$$\Rightarrow \bar{F}/\psi \text{ kereszt} = (\bar{c}c) \quad \cancel{m_c \approx 1550 \text{ MeV}}$$

hatjak $\tau, u, c, d, \text{ stb. } \Delta \text{ lapotok}$

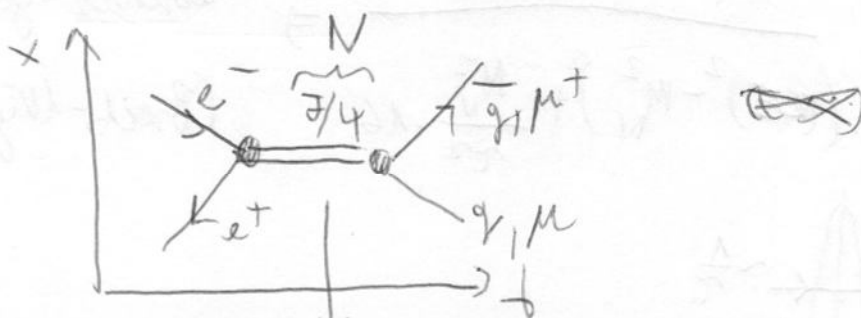
$\rightarrow \tau$ lepton felbontása $\Rightarrow$ kell 3. család

• 1976 Fermilab $\sim 9500 \text{ MeV}$ -nél
kerény rezonancia $\rightarrow d$ típusú ~~krak~~ ~~krak~~ ~~krak~~

• 1994: $11 - \text{top}$ krak $m_t \approx 4750 \text{ MeV}$

$$M_t = 172 \text{ GeV} = 172 \cdot 1000 \text{ MeV}$$

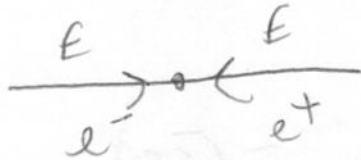
Rezonanciák



$\tau \sim 10^{-24} \text{ s} \Rightarrow$ nem látjuk!

- i) következtetés: e^-e^+ csak N állapotban keresztül tud annihilálódni (ez nem igaz, mert közvetlenül is tud γ -ra annihilálódni, de most ∇ .)

Ekkor TKP rendszerben

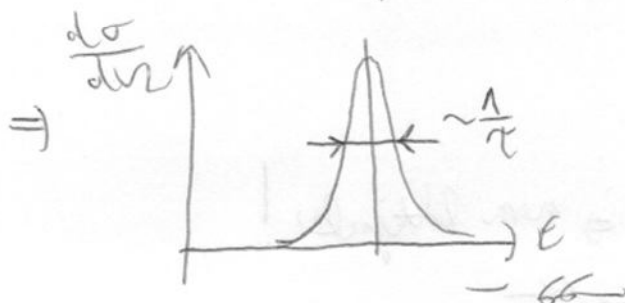


$2E = M_N$ energiamegmaradás $\Rightarrow$ csak ilyen az energián tudvának kölcsönhatni!

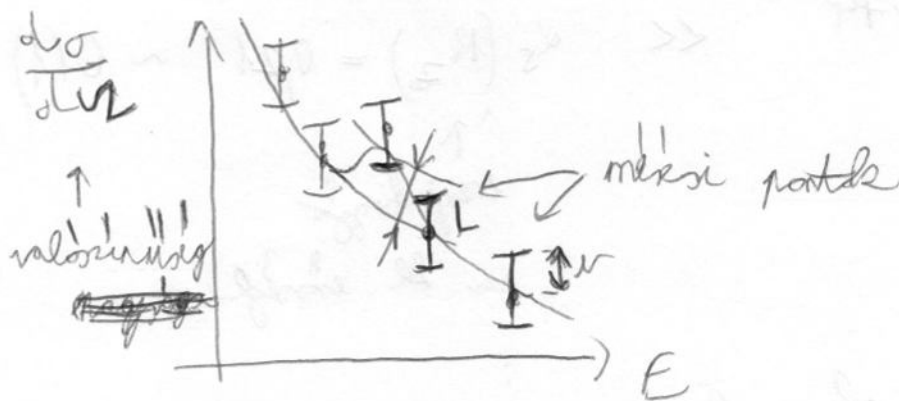
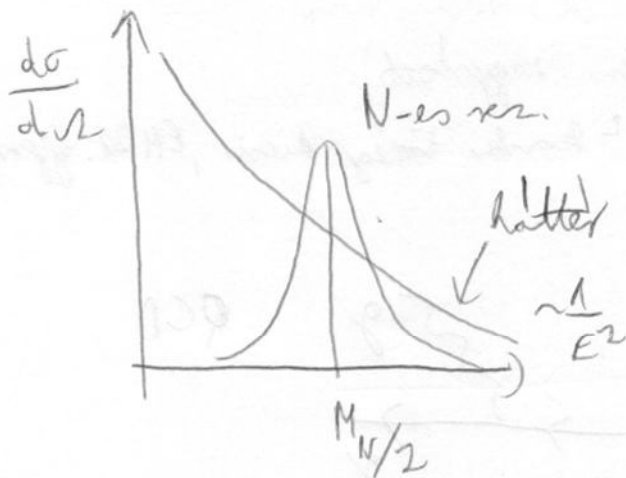


- ii) N részecské gyorsan bomlik $\Rightarrow \Delta E \Delta T \sim \hbar$
 $\Rightarrow$ csak ΔE bizonytalan sággal mérhető a tömeg
 $\rightarrow$ „komplex tömeg”

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{1}{(2E)^2 - M_N^2)^2 + \frac{M_N^2}{\tau^2} \cdot 16} \Rightarrow \text{Lorentz-göke (Breit-Wigner)}$$



iii) hatterfolyamatok: nem N -en keresztül megy (pl. 2γ keletkezik).
 o hatalos keresztmetszet $[\sigma] = m^2 \sim \frac{1}{E^2}$ $e^-p^+ \rightarrow \nu\bar{\nu}$



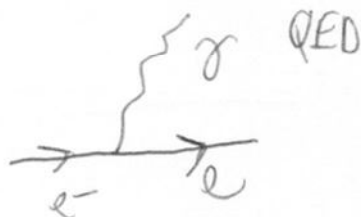
"latjuk ~ szűsöd", ha a jel $> 5\sigma$

12. elő. kh. sin-elmélete

(a látható tömeg az elő. kh. adja nagyságát)

↑ kvark tömeg kicsi, EMAR. gyengébb

→ gluon és kvark h.



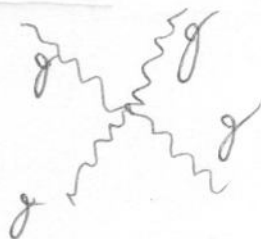
$$\alpha \sim 0,0074$$



$$\ll \alpha_s(M_Z) = 0,21 \sim O(1)$$

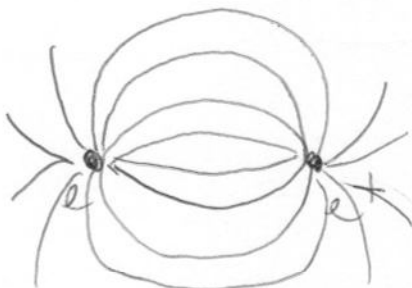
↑
energiafüggő
~ kh. erősség

→ körösörhöz gluonok



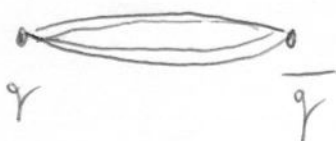
$$\alpha_s$$

→



QED

$r_{vir} \sim \sigma$ (húzóer., hosszú juttatás.)



$$E_{vir} \sim \sigma r$$

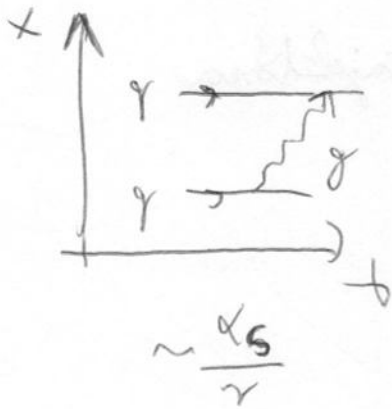
QCD

nincs szabad kvark!

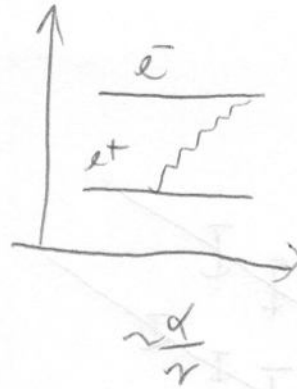
- q

húzóerővel, ha $E_{vir} > 2m_q$ $\boxed{r > \frac{2m_q}{\sigma}}$

→ quark-antiquark potential

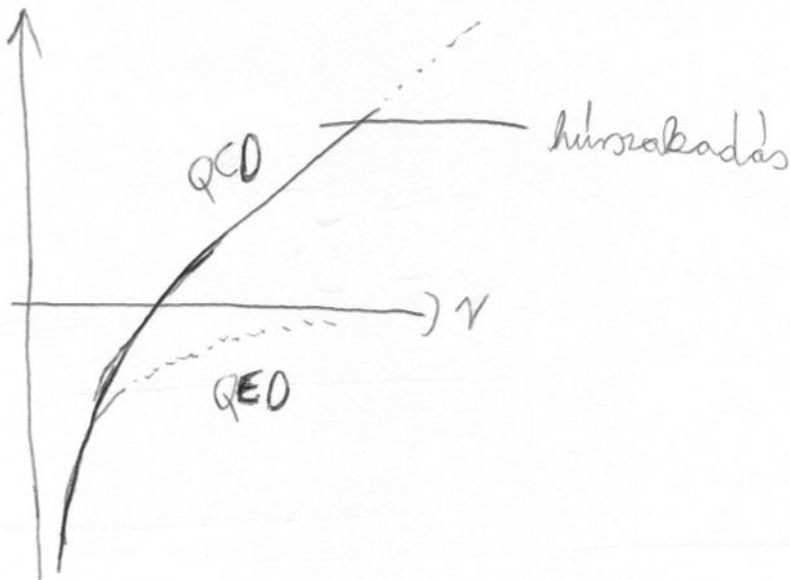


analog



Coulomb-sterke

$$\Rightarrow V_{q\bar{q}} = -\frac{\alpha_s}{r} + \sigma \cdot r \quad (\text{eleg jö közelítés})$$



lin. pot.: klassikus

központ

$$\sigma = \frac{mv^2}{r} \approx \frac{pc}{r} \quad \text{ultrarelat}$$

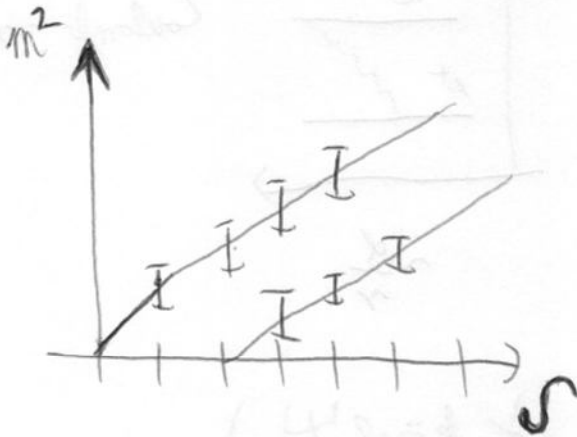
$$pc \approx \sigma r$$

$$\text{energia } E = mc^2 \approx pc \quad F = mvr = pr$$

↑
ultrarelat.

$$J = pr = \frac{p^2 c}{\sigma} = \frac{m^2 c^3}{\sigma} \Rightarrow m^2 \sim J$$

Regge-trajektorien



Kvantumtérelméleti alapok, II

Kvantálódás

Lagrange-sűrűség $\rightarrow$ Hamilton formalizmus, kanonikus impulzus

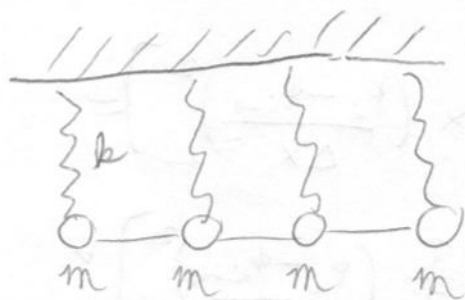
$\rightarrow$ Hamilton-sűrűség $\rightarrow$ klasszikusi $\rightarrow$ kvantizációs operátor $\rightarrow$

$\rightarrow$ Euler-Lagrange-egyenlet (Klein-Gordon) megoldása

$\rightarrow$ keltő-eltávolított op. $\rightarrow$ állapotok a Hilbert térben

$\rightarrow$ normál rendezés

1) Előzetesített húr



τ : húzfeszültség

• elmozdulás: $\phi_i = \phi(x_i)$

$\rightarrow$ kis kitéréseknel:

$$\cos \vartheta_i = \frac{AC}{AB}$$

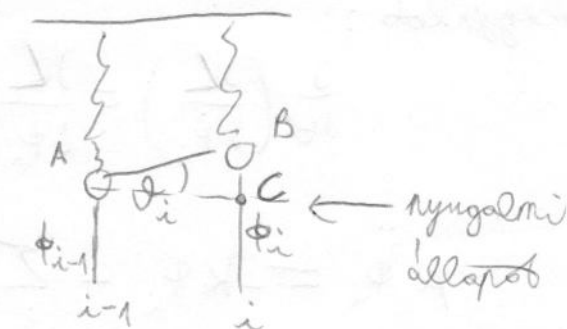
$$\tan \vartheta_i = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{ha } \vartheta_i \ll 1$$

$$\cos \vartheta_i \approx 1 - \frac{\vartheta_i^2}{2}$$

$$\frac{1}{\cos \vartheta_i} \approx 1 + \frac{\vartheta_i^2}{2}$$

$$\tan \vartheta_i \approx \vartheta_i$$



- a húr potenciális energiája:

$$V_{\text{húr}} = \sum_{i=1}^{N_i} \tau \Delta x \left(\frac{1}{\cos \theta_i} - 1 \right) \stackrel{\frac{AB-AC}{AC}}{=} \sum_i \tau \frac{\Delta x}{2} \tan^2 \theta_i \approx \sum_i \tau \frac{\Delta x}{2} \frac{(\phi_i - \phi_{i-1})^2}{\Delta x^2}$$

- a rugó potenciális energiája:

$$V_{\text{rugó}} = \sum_i k \frac{\phi_i^2}{2}$$

$$i = 1 \dots N$$

$$\phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$$

$$m = \mu \Delta x$$

$$k = K \cdot \Delta x$$

$$\Rightarrow L(\phi, \dot{\phi}) = T - V_{\text{húr}} - V_{\text{rugó}} =$$

$$= \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} m \dot{\phi}_i^2 - \frac{k \phi_i^2}{2} - \frac{1}{2} \tau \Delta x \left(\frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x} \right)^2 \right) =$$

$$= \sum_{i=1}^N \Delta x \left(\frac{\mu}{2} \dot{\phi}_i^2 - \frac{K}{2} \phi_i^2 - \frac{\tau}{2} \left(\frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x} \right)^2 \right)$$

$$\phi_i \rightarrow (\phi_i - \phi_{i-1})^2 \text{ és } (\phi_{i+1} - \phi_i)^2 \text{ -ben jelkenzi}$$

- mozgásegyenlet:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial \phi_i} \quad i = 1 \dots N$$

$$\mu \ddot{\phi}_i = -K \phi_i - \frac{\tau}{(\Delta x)^2} (\phi_i - \phi_{i-1}) - (\phi_{i+1} - \phi_i) \quad \phi_i = 0$$

- kontinuum limit: $N \rightarrow \infty, \Delta x \rightarrow 0$

$$i = 0 \dots N+1$$

$$\frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x} \rightarrow \left. \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \right|_{x=x_i}$$

$$\frac{\frac{\phi_i - \phi_{i-1}}{\Delta x} - \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta x}}{\Delta x} \rightarrow \frac{\frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_i} - \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_{i+1}}}{\Delta x} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} \Big|_{x=x_i}$$

• Mergőegyenlet lineárisban: $\mu \ddot{\phi}(x) = -K \phi(x) + \tau \frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2}$

2) Kontinuum egyenletben a Lagrange-sűrűség a hasznos mennyiség

$$L = \int dx \underbrace{\mathcal{L}(\phi, \dot{\phi}, \frac{\partial \phi}{\partial x})}$$

$$\frac{\mu}{2} \dot{\phi}^2 - \frac{K}{2} \phi^2 - \frac{\tau}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2$$

• határfeltételek:

1. $(-\infty, \infty)$ közötti hely az x : $\phi(x) \Big|_{\pm \infty} = 0$

2. $(-\frac{L}{2}, \frac{L}{2})$ periodikus határfelt.: $\phi(x+L) = \phi(x)$

• először $\mathcal{L}$ sűrűségről számolhatjuk a mergőegyenletet:

hatás (5) $\rightarrow$ variációs elv.

$\phi(x, t) \rightarrow$ így ϕ a rendszer sok rugó elhelyezett mozgását

tényleges mozgás $\rightarrow \phi(x, t)$ télen ami kielégíti a

mergőegyenletet

$$S = \int_{t_1}^{t_2} dt L = \int_{t_1}^{t_2} dt \int dx \mathcal{L}(\phi, \dot{\phi}, \frac{\partial \phi}{\partial x}) \quad \text{ahol } x^\mu = (t, x) \text{ függés}$$

relativisztikus invariancia miatt

- $\phi(t, x)$ tényleges mozgás körüli variációt vesszük:

$$\phi'(t, x) = \phi(t, x) + \delta \phi(t, x)$$

$$\delta \phi(t_1, x) = \delta \phi(t_2, x) = 0$$

$$\delta S = S' - S = \int_{t_1}^{t_2} dt \int dx \delta \mathcal{L} = 0 \quad \leftarrow A \left(\frac{\delta}{\delta S} B \right) = \frac{\delta}{\delta S} (AB) - \left(\frac{\delta A}{\delta S} \right) B$$

$$\delta \mathcal{L}(t, x) = \frac{\mathcal{L}}{\delta \phi} \delta \phi + \underbrace{\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\phi}} \delta(\dot{\phi})}_{\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta(\dot{\phi})}} + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)} \underbrace{\delta \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)}_{\frac{\delta}{\delta x}(\delta \phi)}$$

$$\mathcal{L}(\phi, \dot{\phi}, \nabla \phi) = \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) \quad (\text{relativisztikus felírás})$$

mozgásegyenlet $\frac{\delta}{\delta \phi} \left(\frac{\mathcal{L}}{\delta(\partial_\mu \phi)} \right) = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi}$

$$\text{ha } \boxed{\mu = \tau = 1, K = m^2} \rightarrow \boxed{p_0^2 = m^2 + \Delta^2} \quad \left(\overset{-\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \Delta}{\square} \phi + m^2 \phi = 0 \right)$$

(mivel ~~relativista~~ ~~egyenlet~~ hőmérsékleti egyenlete!
a fenti egyenlete a Klein-Gordon-egyenletet adja!

3) Hamilton - számítás

- diszkrét esetben: $p_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} = \Delta x \underbrace{\mu \dot{\phi}_i}_{\text{kanonikus impulzus}}$

$$\pi_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}_i}$$

$$H = \sum_i p_i \dot{\phi}_i - \mathcal{L} = \sum_i \Delta x \left[\frac{1}{2\mu} \pi_i^2 + \frac{K}{2} \phi_i^2 + \frac{\tau (\phi_i - \phi_{i-1})^2}{\Delta x^2} \right]$$

- kontinuum limit:

$$H = \int dx \left[\frac{1}{2\mu} \pi^2 + \frac{K}{2} \phi^2 + \frac{\tau}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 \right] \quad \pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}}$$

$$\mathcal{H}(\pi, \phi, \frac{\partial \phi}{\partial x}) = \pi \dot{\phi} - \mathcal{L}(\phi, \dot{\phi}, \frac{\partial \phi}{\partial x})$$

4) Noether-tétel:

helytörténeti szimmetriákhoz megmaradó mennyiség tétel

eltolási szim. eset $\rightarrow$ teljes energia és impulzus megmarad

$$\delta \mathcal{L} = \mathcal{L}|_{x+\varepsilon} - \mathcal{L}|_x = (\partial_\mu \mathcal{L}) \cdot \varepsilon^\mu$$

$$\delta \phi = \phi(x+\varepsilon) - \phi(x) = (\partial_\nu \phi) \cdot \varepsilon^\nu$$

$$\delta(\partial_\mu \phi) = \partial_\mu (\partial_\nu \phi(x)) \cdot \varepsilon^\nu$$

Lagr.-működés $\rightarrow$ kihasználva a megmaradást:

$$\delta \mathcal{L} = (\partial_\mu \mathcal{L}) \cdot g^\mu_\nu \varepsilon^\nu = \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \partial_\nu \phi \right] \cdot \varepsilon^\nu \leftarrow \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} \cdot \delta \phi = \delta \mathcal{L}$$

$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} \cdot \delta \phi = \delta \mathcal{L}$
 $\leftarrow$ ELE (Euler-Lagr.-egyenlet)

$$\partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \partial_\nu \phi - \mathcal{L} g^\mu_\nu \right] \varepsilon^\nu = 0 \quad \forall \varepsilon^\nu$$

$\rightarrow \partial_\mu T^{\mu\nu} = 0$ alakban (megmaradó áram), ahol:

$$T^{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \partial^\nu \phi - \mathcal{L} g^{\mu\nu}$$

$$\partial_0 T^{0\nu} = -\partial_i T^{i\nu}$$

Gauss-tétel

$$\frac{\partial}{\partial t} \int d^3x T^{0\nu} = \int d^3x \partial_0 T^{0\nu} = - \int d^3x \partial_i T^{i\nu} = - \oint_A d^2x_i T^{i\nu} = 0$$

$$P_i^\nu = \int d^3x \cdot T^{0\nu} \quad \nu=0, 1, 2, 3$$

határérték
minta

$$P^0 = \int d^3x T^{00} = \int d^3x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \dot{\phi} - \mathcal{L} \right) = \int d^3x \mathcal{H} = H \leftarrow \text{teljes energia megmarad}$$

$$P^i = \int d^3x T^{0i} = \int d^3x \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} \partial^i \phi \right) = \int d^3x \cdot \Pi \cdot \partial^i \phi = - \int d^3x \Pi \nabla_i \phi \leftarrow \text{teljes impulzus megmarad}$$

5) Klein-Gordon-~~egyenlet~~ ^{egyenlet (Hilr)} kvantálása $\mu = \tau = 1$, $K = m^2$

$$a) \mathcal{L}(\phi, \partial^\mu \phi) = \frac{1}{2} \left((\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi) - m^2 \phi^2 \right) = \frac{1}{2} \left(\dot{\phi}^2 - (\nabla \phi)^2 - m^2 \phi^2 \right)$$

$$0 = \partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = \underbrace{\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi}}_{-m^2 \phi} \rightarrow \boxed{(\partial^2 + m^2) \phi = 0}$$

Klein-Gordon-egyenlet

$$\pi(x) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\phi}} = \dot{\phi}$$

$$\Rightarrow \mathcal{H}(\pi, \phi, \nabla \phi) = \frac{1}{2} \left(\pi^2 + (\nabla \phi)^2 + m^2 \phi^2 \right)$$

$$b) \begin{cases} \phi(t, x) \rightarrow \hat{\phi}(t, x) \\ \pi(t, x) \rightarrow \hat{\pi}(t, x) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \phi^\dagger = \phi \\ \pi^\dagger = \pi \end{cases} \left. \vphantom{\begin{matrix} \phi(t, x) \\ \pi(t, x) \end{matrix}} \right\} \text{Kleinberg-képlek, hermitikus op.}$$

• diszkrét 1D eset:

$$\hat{p}_i = \Delta x \cdot \hat{\phi}_i(t) \quad \text{kanonikus reláció:}$$

$$[\hat{\phi}_i(t), \hat{\pi}_j(t)] = i \delta_{ij}$$

$$0 = [\hat{\phi}_i(t), \hat{\phi}_j(t)] = [\hat{\pi}_i(t), \hat{\pi}_j(t)]$$

• diszkrét kontinuum megnevezés:

$$\hat{\phi}_i(t) = \hat{\phi}(t, x_i)$$

$$\hat{p}_i(t) = \Delta x \cdot \hat{\pi}(t, x_i)$$

$$[\hat{\phi}(t, x_i), \hat{\pi}(t, x_j)] = i \frac{\delta_{ij}}{\Delta x}$$

$$\sum_i \Delta x [\hat{\phi}(t, x_i), \hat{\pi}(t, x_j)] = i \sum_i \delta_{ij} = i$$

-46-

$$\downarrow \\ N \rightarrow \infty, \Delta x \rightarrow 0 \quad \int dx \underbrace{(\hat{\phi}(t, x), \hat{\pi}(t, x))}_{i\delta(x-x')} = i$$

Kleinberg mozgásegyenletei

$$\begin{cases} -i\dot{\hat{\phi}}(t, x) = [\hat{H}, \hat{\phi}(t, x)] \\ -i\dot{\hat{\pi}}(t, x) = [\hat{H}, \hat{\pi}(t, x)] \end{cases}$$

$$\hat{H} = \int d^3x \mathcal{H}$$

+ kommutátorok eláncok:

$$\Downarrow \\ \boxed{(\nabla^2 + m^2) \hat{\phi}(t, x) = 0}$$

$$\dot{\hat{\phi}} = \hat{\pi}(t, x)$$

$$\dot{\hat{\pi}}(t, x) = \nabla^2 \hat{\phi}(t, x) - m^2 \hat{\phi}(t, x)$$

6) Klein-Gordon megoldása módszerrel:

• periodikus határfeltétel: $-\frac{L}{2} < x_i < \frac{L}{2}$

$$\hat{\phi}(t, x) = \sum_{\mathbf{k}} \hat{c}_{\mathbf{k}} \cdot e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \quad \mathbf{k} \text{ diszkrét}$$

$$\mathbf{k} = (n_x, n_y, n_z) = \left(\frac{2\pi n_x}{L}, \frac{2\pi n_y}{L}, \frac{2\pi n_z}{L} \right) \quad n_x, n_y, n_z \in \mathbb{Z}$$

- $e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}$ teljes orthonormált rendszer alkotnak

$$\int d^3x (e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}})^* e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}} \quad \begin{cases} \text{diszkrét: } V \cdot \delta_{\mathbf{k}-\mathbf{k}'} \\ \text{kontin.: } (2\pi)^3 \cdot \delta(\mathbf{k}-\mathbf{k}') \end{cases}$$

$$\sum_{\mathbf{k}} (e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}})^* e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{x}'} = V \delta^{(3)}(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = V \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x}'-\mathbf{x})}$$

$$\hat{\phi}^+(t, x) = \hat{\phi}(t, x)$$

$$\hat{c}_{-\mathbf{k}}(t) = \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger(t)$$

$$\sum_{\mathbf{k}} \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger(t) e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} = \sum_{\mathbf{k}} \hat{c}_{\mathbf{k}}(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}$$

$$\omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2} > 0$$

$$\downarrow \mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k} \\ \sum_{\mathbf{k}} \hat{c}_{-\mathbf{k}}^\dagger(t) e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}} \Rightarrow \hat{c}_{-\mathbf{k}}^\dagger(t) = \hat{c}_{\mathbf{k}}(t)$$

$$\hat{c}_p(t) := \hat{A}_p e^{-ip_0 t} + \hat{B}_p e^{ip_0 t} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \hat{A}_p^+ = \hat{B}_p \\ \hat{B}_p^+ = \hat{A}_p \end{array} \right. \quad \hat{c}_p^+(t) = \hat{c}_p(t)$$

$$\phi(t, x) = \sum_p (\hat{A}_p e^{-ip_0 t} + \hat{A}_p^+ e^{ip_0 t}) e^{ipx} = \sum_p (\hat{A}_p e^{-ip_0 t} + \hat{A}_p^+ e^{ip_0 t}) e^{ipx} \quad \leftarrow p \rightarrow -p$$

$$\hat{A}_p = \frac{d^3 p}{\sqrt{2p_0 V}} \hat{a}_p$$

$$\left(\hat{A}_p = \frac{d^3 p}{V \sqrt{2p_0}} \right)$$

$$\hat{A}_p^+ = \frac{d^3 p}{\sqrt{2p_0 V}} \hat{a}_p^+$$

↑
kreat operator

$$V \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} (\hat{A}_p \dots)$$

⇓

$$\phi(t, x) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2p_0}} (\hat{a}_p e^{-ip_0 t} + \hat{a}_p^+ e^{ip_0 t}) e^{ipx}$$

($p_0 = p_0'$)

$$\hat{\pi}(t, x) = \hat{\phi}(t, x) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} (i) \sqrt{\frac{p_0}{2}} (\hat{a}_p e^{-ip_0 t} - \hat{a}_p^+ e^{ip_0 t}) e^{ipx} \quad \text{ha } p^0 = p^0' \quad ?$$

• integral is lehet:

$$\hat{a}_p = \int d^3 x e_p^*(x) \cdot [p_0 \hat{\phi}(x) + i \hat{\pi}(x)]$$

$$\hat{a}_p^+ = \int d^3 x e_p(x) \cdot [p_0 \hat{\phi}(x) - i \hat{\pi}(x)]$$

ad:

$$e_p(x) = \frac{e^{-ipx}}{\sqrt{2p_0}} \quad \text{kontinuum}$$

$$e_p(x) = \frac{e^{-ipx}}{\sqrt{2p_0 x}} \quad \text{diszkrét}$$

⇓

kontinuum

$$[\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^\dagger] = (\pi)^3 \delta(k - k')$$

$$[\hat{a}_k^{(+)}, \hat{a}_{k'}^{(+)}] = 0$$

diszkrét

$$[\hat{a}_k, \hat{a}_{k'}^\dagger] = \delta_{k, k'}$$

olyan mint a kvantummechanikában
reszecske-sűrűség-operátor: (oscill.)

• részecske-sűrűség operátor:

$$\hat{N}_k = \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k$$

$$\hat{N}_k |n_k\rangle = n_k |n_k\rangle$$

$$\hat{N}_k (\hat{a}_k^\dagger |n_k\rangle) = (n_k + 1) (\hat{a}_k^\dagger |n_k\rangle)$$

$$|n_k\rangle \text{ állapot: } |n_k\rangle = \frac{(\hat{a}_k^\dagger)^{n_k}}{\sqrt{n_k!}} |0\rangle$$

$$|n_{k_1}, n_{k_2}, \dots, n_{k_i}, \dots\rangle = \prod_i |n_{k_i}\rangle_{k_i} = \prod_i \frac{(\hat{a}_{k_i}^\dagger)^{n_{k_i}}}{\sqrt{n_{k_i}!}} |0\rangle = |n\rangle$$

$$\text{ahol } |0\rangle = \prod_i |0\rangle_{k_i} \quad (\text{vakuum állapot})$$

• teljes részecske-sűrűség operátor:

$$\hat{N} = \sum_k \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k \xrightarrow{\text{kontinuum}} \hat{N} = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \hat{a}_k^\dagger \hat{a}_k$$

teljes energia-impulzus:

$$\hat{P}^\mu |n\rangle = \left(\sum_i n_{k_i} p_{k_i}^\mu \right) |n\rangle$$

$$\hat{N} |n\rangle = \sum_i n_{k_i} |n\rangle$$

teljes energia-impulzus:

$$\hat{P}^\mu = \sum_k p_k^\mu \hat{N}_k$$

$$\hat{p} = -\int d^3x \pi \nabla \phi$$

$$\hat{H} = \int d^3x \frac{1}{2} \left(\hat{\pi}^2 + \underbrace{(\nabla \phi)^2}_{\nabla(\phi \nabla \phi) - \phi \nabla^2 \phi} + m^2 \phi \right) = \int d^3x \frac{1}{2} \left[\hat{\pi}^2 - \hat{\phi} (\nabla^2 \phi - m^2 \hat{\phi}) \right] =$$

$$= \frac{1}{2} \int d^3x \left(\hat{\phi}^2 - \hat{\phi} \hat{\phi} \right) = \frac{1}{2} \int d^3x \hat{\phi} \overleftrightarrow{\partial}_0 \hat{\phi}$$

$$\text{wobei } A \overleftrightarrow{\partial}_0 B = A(\partial_0 B) - (\partial_0 A)B$$

$$\Rightarrow \hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{\vec{p}} \hbar \omega_{\vec{p}} \left(\hat{a}_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{p}}^{\dagger} + \hat{a}_{\vec{p}}^{\dagger} \hat{a}_{\vec{p}} \right)$$

$$\hat{H} = \sum_{\vec{p}} \hbar \omega_{\vec{p}} \left(\hat{a}_{\vec{p}}^{\dagger} \hat{a}_{\vec{p}} + \frac{1}{2} \right)$$

↑
Vakuumenergie divergiert (1. mißt)

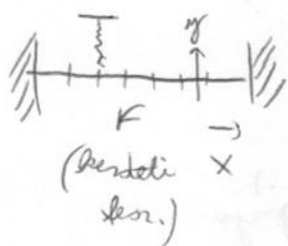
erst
• normal orders!

$$\hat{a}_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{k}}^{\dagger} \hat{a}_{\vec{k}} := \hat{a}_{\vec{k}}^{\dagger} + \hat{a}_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{k}} \quad \text{folgt aus den Vertauschungsrelationen}$$

$$\boxed{\hat{H} = \frac{1}{2} \sum_{\vec{p}} \hbar \omega_{\vec{p}} \left(\underbrace{\hat{a}_{\vec{p}} \hat{a}_{\vec{p}}^{\dagger}}_{2 \hat{a}_{\vec{p}}^{\dagger} \hat{a}_{\vec{p}}} + \hat{a}_{\vec{p}}^{\dagger} \hat{a}_{\vec{p}} \right)} = \boxed{\sum_{\vec{p}} \hbar \omega_{\vec{p}} \left(\hat{a}_{\vec{p}}^{\dagger} \hat{a}_{\vec{p}} \right)}$$

$$\left[\hat{q}, \frac{\partial \hat{q}}{\partial t} \right] = \hat{1}$$

0) Ism.: Kérjétek (2. előadás óra):



→ Lagrange-fv. = $\sum_i L_i = L$ (harm. osz. - de
össessége)

$$\Delta x \rightarrow \phi \Rightarrow L = \int dx \mathcal{L}(\phi)$$

$$\phi = \sqrt{F} \cdot y \quad \frac{F}{\rho} = c_s^2 \text{ (hangseb.) } \Rightarrow \text{t helyett } c_s \cdot t$$

$$\mathcal{L}(\phi) = \frac{1}{2} (\partial_t \phi)^2 - \frac{1}{2} (\partial_x \phi)^2 - \frac{M^2}{2} \phi^2$$

$$J = \int dx L$$

$$\phi = \int \frac{dk}{2\pi} \left(a_k e^{ikx} + a_k^\dagger e^{-ikx} \right) \frac{1}{\sqrt{2\omega_k}} \quad \begin{matrix} \text{(Fourier-ekv.)} \\ \text{(folyb. spektrum)} \end{matrix}$$

$$\omega_k^2 = k^2 + M^2$$

→ Kvantálás: $[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar \quad (\hbar=1)$

(x csak számszó az amplitúdó, az igazi test
 $y \leftrightarrow \phi$ jelenti)

$$\Rightarrow [\hat{\phi}(t, x), \hat{\pi}(t, y)] = i \delta(x-y)$$

$$(\hat{a}_k, \hat{a}_q^\dagger) = (2\pi) \delta(k-q) \quad (\hat{q}_i, \hat{q}_j) = \phi$$

→ kvantált spektrum

(klass. mech.: mennyiségek $\leftrightarrow$ objektumok)

kv. mech.: mérési utasítások (op.-k) $\rightarrow \phi$ a kísérés
mérésének utasítása)

$$\hat{H} = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \hat{H} \cdot w_p$$

ahol $\hat{N}_p = \hat{a}_p^\dagger \hat{a}_p$

E - sajátállapot:

$$|n_1, n_1; n_2, n_2, \dots, n_i, n_i, \dots\rangle$$

$$E = \sum_i n_i \underbrace{w_{p_i}}_{\text{i. módus energiája}}$$

betöltöttségi

$\Rightarrow$ kvadratikus Lagr.-fr. $\rightarrow$ kvantálás $\rightarrow$ Fourier-módusok:

$$E_p = \sqrt{p^2 + M^2} \quad \text{"relativisztikus" disp. reláció}$$

(ha c_0 helyett c van)

$\rightarrow$ részek $\Rightarrow$ függetlenek!

~~(=módusok)~~

$$(E = \sum_i E_i n_i)$$

$$(\alpha_p^\dagger, \alpha_q^\dagger) = 0$$

$$\alpha_p^\dagger \alpha_q^\dagger = \alpha_q^\dagger \alpha_p^\dagger$$

$$|\dots, n_i, \dots, n_j, \dots\rangle = \alpha_{p_i}^\dagger \alpha_{p_j}^\dagger |\dots, 0, \dots, 0, \dots\rangle =$$

$$= |\dots, n_j, \dots, n_i, \dots\rangle$$

$\Rightarrow$ a részek felcserélésével nem kapok új

állapotot $\Rightarrow$ bozonok $\rightarrow$ megkülönböztethetetlenek

Logika ~ tudások:

Kalodi világban megfigyelt részecskék leírásához $\rightarrow$

$\rightarrow$ "húr" módusai $\rightarrow 4$ mérték

$\swarrow$
5 (4) hatásv. kvadrátikus

Hogyan találjuk ki 5(4) alakját?

$\Downarrow$

szimmetriák!

$\swarrow$
"külső" tényleg szimmetriák

$\downarrow$
rel. részecskék: Loventz-tr.

$\downarrow$

$\searrow$ "belső" (és modellfüggő)

pl. hadronok SU(3)
szimmetriája

$\downarrow$

4-ből származó (hanyagolható,
melynek nyug. energiáján részecskék)

$\Downarrow$
alapmódus

1) Loventz-csoport tulajdonságai:

a) tényleg: M (Minkowski-ter) $\sim \mathbb{R}^4$

megfigyelt: $K: M \rightarrow \mathbb{R}^4$

$m \rightarrow (t, \underline{x})$

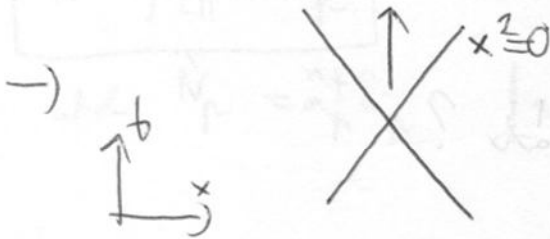
$\rightarrow$ skalárszorzat: $m_1, m_2 \in M: m_1 \cdot m_2 \in \mathbb{R}$

$\therefore M \times M \rightarrow \mathbb{R}$

$$x = K(m)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \sum_{\mu, \nu=0}^3 x_1^\mu x_2^\nu g_{\mu\nu} \quad \text{más bilineáris}$$

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix} \quad \text{diagonális} \quad x_1 \cdot x_2 = x_1^0 x_2^0 - x_1^1 x_2^1 - x_1^2 x_2^2 - x_1^3 x_2^3$$



az időnek van egy "nyíla",
egy irányba folyik ($\Leftrightarrow$ kauzalitás)

Szimmetria: ~~idő~~ - szimmetriája

$\Lambda: M \rightarrow M$, amely $\forall$ tulajdonságot invariánsan hagy

→ lineáris

→ skálársorozat invariancia

$$x \mapsto \Lambda x = x'$$

$$\{x^\mu\} \rightarrow \{\Lambda^\mu_\nu x^\nu\} = \sum_{\nu=0}^3 \Lambda^\mu_\nu x^\nu \quad (\text{Einstein-konvenció})$$

$$x' \cdot y' = x \cdot y \quad \forall x, y$$

$$\underbrace{\Lambda^\mu_\nu x^\nu}_{x'^\mu} \underbrace{\Lambda^\sigma_\rho y^\rho}_{y'^\sigma} \cdot g_{\mu\sigma} = x'^\nu y'^\sigma g_{\nu\sigma}$$

$$\Rightarrow \boxed{\Lambda^\mu_\nu \Lambda^\sigma_\rho g_{\mu\sigma} = g_{\nu\rho}} \Rightarrow \text{Lorentz-transzformáció}$$

$$\underline{\underline{\Lambda}}_{\mu\nu} := \underline{\underline{\Lambda}}^{\mu}_{\nu} \Rightarrow$$

$$\boxed{\underline{\underline{\Lambda}}^T \underline{\underline{g}} \underline{\underline{\Lambda}} = \underline{\underline{g}}}$$

Forgatások: $\underline{\underline{x}}' = \underline{\underline{O}} \underline{\underline{x}}$

$$\underline{\underline{x}}' \underline{\underline{y}}' = \underline{\underline{x}} \underline{\underline{y}}$$

$$\underline{\underline{x}} \underline{\underline{O}}^T \underline{\underline{O}} \underline{\underline{y}} = \underline{\underline{x}} \underline{\underline{y}}$$

Most

$$\underline{\underline{\Lambda}}^T \underline{\underline{g}} \underline{\underline{\Lambda}} = \underline{\underline{g}}$$

$$\underline{\underline{O}}^T \underline{\underline{O}} = \underline{\underline{1}}$$

$\Rightarrow \underline{\underline{\Lambda}}$: általánosított forgatás

pl.

$$\underline{\underline{\Lambda}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{\underline{\underline{O}}} \\ 0 & & & \\ 0 & & & \end{pmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{O}}^T \underline{\underline{O}} = \underline{\underline{1}}$$

$\Rightarrow$ Lorentz-transzformáció
a forgatás

pl.:

$$\underline{\underline{\Lambda}} = \begin{pmatrix} \boxed{\underline{\underline{\Lambda}}} & \boxed{\underline{\underline{O}}} \\ \boxed{\underline{\underline{O}}} & \boxed{\underline{\underline{1}}} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \cosh \eta & \sinh \eta \\ \sinh \eta & \cosh \eta \end{pmatrix}$$

Itt.: ez is Lorentz-transzformáció

$$\underline{\underline{\Lambda}}^T \underline{\underline{g}} \underline{\underline{\Lambda}} \stackrel{?}{=} \underline{\underline{g}} \Rightarrow \begin{pmatrix} \cosh \eta & \sinh \eta \\ \sinh \eta & \cosh \eta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh \eta & \sinh \eta \\ \sinh \eta & \cosh \eta \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \cosh \eta & \sinh \eta \\ \sinh \eta & \cosh \eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cosh \eta & \sinh \eta \\ -\sinh \eta & -\cosh \eta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \checkmark$$

Vagyis:

$$\begin{pmatrix} t' \\ x' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \eta & \sinh \eta \\ \sinh \eta & \cosh \eta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ x \end{pmatrix} \quad \text{is Lorentz-transzformáció}$$

(Ez ugyan, mint egy komplex szághú forgatás, komplex időben:
 $t \rightarrow i\tau \quad \eta \rightarrow i\varphi$)

K' közeppontja K -lól nézve: $x' = 0$ K -lól figyelve
 $\rightarrow 0 = \sinh \eta \cdot t + \cosh \eta \cdot x \Rightarrow$

$$\Rightarrow x = -v t \quad \text{ahol } \boxed{v = -\tanh \eta}$$

boost

$\Rightarrow$ Lorentz-transzformáció:

4 paraméter (3 boost)
 + 1 térbeli forg.

(egyenest vonalú egyenletes mozgást végző vz. -re való átlézés)

spec. Lorentz-transzformáció: $\Lambda = 1$ egyégyes

$\Lambda = -1$ tényleg tükr

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

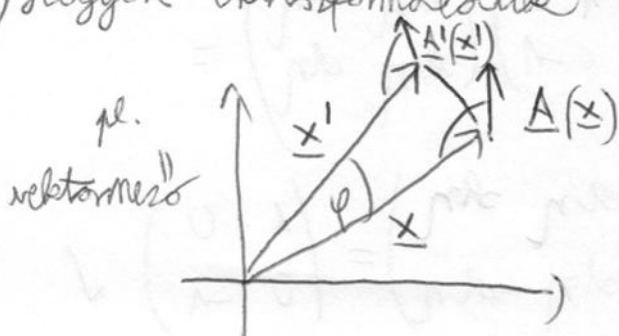
$\Lambda = g \quad (g^2 = 1)$ tértükr. (középpontos)

$\Lambda = -g$ időtükrözés

csoportstr.

(ezek fejtlen elemek)

h) Hogyan transformálódik egy méso?



forgatás:

$$\underline{x}' = \underline{O} \underline{x}$$

$$\underline{A}'(\underline{x}') = \underline{O} \underline{A}(\underline{x}) \rightarrow \text{de ez } \underline{x}' \text{ helyen van!}$$

$$\downarrow \underline{x}' := \underline{x} \Rightarrow \underline{x} = \underline{O}^{-1} \underline{x}'$$

$$\underline{A}'(\underline{x}) = \underline{O} \underline{A}(\underline{O}^{-1} \underline{x})$$

$\Downarrow$ alt. tr.

$$\boxed{\Psi'(\underline{x}) = D(\Lambda) \cdot \Psi(\Lambda^{-1} \underline{x})}$$

ahol $D(\Lambda)$ attól függ, hogy kompozíció a mero
 (ábrázolás)

$$\text{pl. } \Psi'_{\alpha}(\underline{x}) = D_{\alpha\beta}(\Lambda) \cdot \Psi_{\beta}(\Lambda^{-1} \underline{x})$$

ha igaz, hogy: $\underline{O}_1 \underline{O}_2 = \underline{O}_3 \Rightarrow$ végrehajtás is tükörszerű

$$\Lambda_1 \Lambda_2 = \Lambda_3 \Rightarrow D(\Lambda_1) D(\Lambda_2) = D(\Lambda_3) \Rightarrow \text{ábrázolás}$$

$\downarrow$ Lorentz-cso. invar. ábrázolást kell megkeresni

c) ~~(Lorentz)~~ Milyen ábrázolások vannak ~ Lorentz-tr. - ~~ak~~ rak?

$\rightarrow$ lehet $D(\Lambda) = \underline{1} \rightsquigarrow$ skalarmero
 (pl. Riggz-mero)

$\rightarrow M \rightarrow 2 \times 2$ hermitikus mátrixok ter (ábrázolás ter)

(Mink.-ter)

$\uparrow$
 abszolút tr

(4 paraméteres,
 pl. relativisztikus
 helyekérték itt vannak)

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a^* & c^* \\ b^* & d^* \end{pmatrix}$$

$\left. \begin{array}{l} a = a^* \\ b = c^* \\ c = b^* \\ d = d^* \end{array} \right\} 4 \text{ param.}$
 valósak, b komplex

Bázis a 2×2 mátrixok terében

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{2} \sigma_i = \sigma_{\mu} \quad (\text{Pauli-mátrixok})$$

σ_0

Leképezés: $x \rightarrow \sum_{\mu} x^{\mu} \sigma_{\mu} = A$

$$\boxed{x \rightarrow \sum_{\mu} x^{\mu} \sigma_{\mu} = A} \quad (\text{egyenlet})$$

$x \in M \quad A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$
(2×2 mátrix)

4 vektorkat 2×2 -es mátrixokká leképezünk

$$\det A = \begin{vmatrix} x^0 + x^3 & x^1 - ix^2 \\ x^1 + ix^2 & x^0 - x^3 \end{vmatrix} = (x^0 + x^3)(x^0 - x^3) - (x^1 + ix^2)(x^1 - ix^2) = x^0^2 - x^3^2 - x^1^2 - x^2^2 \equiv x^2$$

Loentz-
-cso. $\Lambda: M \rightarrow M, x^2$ invariáns

$\downarrow$ megfeleltetés

leképezés $\downarrow$ $L: A \rightarrow A$, amely $\det A \rightarrow \det A$ inv.-an hagyja

$$\Lambda \leftrightarrow L$$

$$(\cdot) \leftrightarrow (\cdot)$$

12. $\boxed{A' = L A L^+} \rightarrow (A'^+ = L A^+ L^+ = A') \Leftrightarrow$ (mert L ~~unitér~~ hermitikus)

$\Rightarrow \det A' = |\det L|^2 \det A \Rightarrow \underline{\underline{\det L = 1}}$ kell legyen

$2 \times 2, \det L = 1$ lin. tr. $\Rightarrow$ megfeleltethető egy Loentz-tr.-nek

$$\boxed{SL(2, \mathbb{C})} \xrightarrow{\text{isomorf}} \text{Loentz-csoport}$$

$\uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow$
 $\det=1$ lin. 2×2 komplex x tér

DE: $(L, -L) \rightarrow$ ugyanaz a $1 \Rightarrow 2$ -es $\text{SU}(2)$ csoport l. $\text{SU}(2, 0(3))$

$$(SL(2, \mathbb{C}) \text{ helyb. csop.} \rightarrow \begin{pmatrix} 11 & 4 \\ 8 & -11 \end{pmatrix})$$

az 11-es tartozik
évesegyetem felé le

$$\Lambda^\mu{}_\nu = \frac{1}{2} \text{Tr}(\sigma_\mu L \sigma_\nu L^\dagger) \quad \leftarrow \text{így kell utalni az ábrákra}$$

L paraméterezése

$$L := e^{-\frac{i\sigma_\mu}{2} (w^\mu + i u^\mu)} \rightarrow \ln L \in 2 \times 2$$

$$(u \text{ miter } u = e^{-i w_i T_i}) \quad \text{basis } \sigma_\mu$$

• Extra ördögös a $\det L = 1$ feltétel!

$$\det L = ? \rightarrow \ln \det L = \text{Tr} \ln L \quad (\text{belátás!})$$

$$\ln \det L \stackrel{!}{=} 0 = -\frac{i}{2} (w^\mu + i u^\mu) \text{Tr} \sigma_\mu =$$

$$\ll = 0 = -i (w^0 + i u^0)$$

$$\boxed{L = e^{-\frac{1}{2} \sigma_i (u_i + i w_i)}} \quad (i=1,2,3)$$

(csak a Pauli-mátrixok jöhetnek meg)

$\Rightarrow$ Lorentz-csoportot le tudjuk fejezni 2×2 mátrixokra,

(a 1 Lorentz-transzformáció pedig $L = x$)

csak 11-nek
van $\text{Tr} = e$
(és az $e=2$)

higiénor

d) ábrázolás: $\psi \in \mathbb{C}^2$

$$\psi'_{(R^+)} = L \psi_{(R)} (K^{-1} x) \rightarrow \underbrace{L, L^*, (L^T)^{-1}, (L^+)^{-1}}_{\text{ezek is ábrázolások}}$$

$SU(2)$ -nél láttuk, hogy 2×2 esetén $\det = 1$ miatt

$$\Rightarrow (L^T)^{-1} \sim L \text{ unitér ekvivalens } (\Rightarrow L^* \sim (L^+)^{-1})$$

$\Rightarrow$ DE maradt még 1 db:

$$\psi'_{(L)}(x) = (L^+)^{-1} \psi_{(L)}(K^{-1} x)$$

↑
elvezetés $\rightarrow$ (bal- és jobbszes részek)

$\Rightarrow$ 2 féle spinorábrázolást kaptunk 1-ra:

$$L = e^{-\frac{i}{2} \sigma_i (w_i + i u_i)}$$

$$(L^+)^{-1} = \left(e^{\frac{i}{2} \sigma_i (w_i - i u_i)} \right)^{-1} = e^{-\frac{i}{2} \sigma_i (w_i - i u_i)}$$

Miért "bal- és jobbszes" részeket (ábrázolást) kaptunk?

$$\rightarrow w_z = w \quad w_x = w_y = u_i = 0!$$

$$\underline{\Lambda} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{\begin{matrix} \cos w & -\sin w \\ \sin w & \cos w \end{matrix}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cos w & -\sin w \\ \sin w & \cos w \end{pmatrix}$$

$\Downarrow$

w forgatás

$$e^{-\frac{i}{2} \underline{\sigma} \underline{w}} \text{ spinorál}$$

$$\Rightarrow \psi_L, \psi_R \text{ forgatása ugyanúgy}$$

megy

$$\rightarrow u_x = u \quad u_z = u_y = u_x = \phi$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \square & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \cosh u & \sinh u \\ \sinh u & \cosh u \end{pmatrix}$$

↓

$$\eta = u$$

paraméterű boost

De a boost fordítva hat $\psi_L \rightarrow \psi_R$ és $\psi_R \rightarrow \psi_L$!

$$L \rightarrow e^{\frac{1}{2} \sigma u}$$

$$L^{+1} \rightarrow e^{-\frac{1}{2} \sigma u}$$



térükörzés!
($u \rightarrow -u$)
 $P =$

- térükörzés: elforgatás



$$u \rightarrow -u$$

• boost:



$$u = \tanh \eta$$

$$-u = \tanh(-\eta)$$

$$\Rightarrow u \rightarrow -u \quad (\eta \rightarrow -\eta)$$

$\Rightarrow$ térükörzés:

$$P \cdot \psi_L = \psi_R$$

Nem ábr.-hat

$$P \cdot \psi_R = \psi_L$$

külön!

(mert egymással
összefüggésben)

$$\Rightarrow \psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix}$$

spinor

$$P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

ezek csak
együtt értelmezendők

Relativitás és térelmélet

1) Lorentz-csoport ábrázolása:

$\psi(t, \underline{x}) \rightarrow$ valós függvény $\rightarrow$ részecske

$\downarrow$

$S[\psi] = \int d^4x \mathcal{L}(\psi, \partial_\mu \psi) \rightarrow$ simmetriák
hatás

$$\psi'(x') = \underline{\Lambda} \psi(x)$$

$\rightarrow$ Lorentz-transzformáció $\rightarrow$ Lorentz-invar.

$$\underline{x}' = \underline{\Lambda} \underline{x}$$

$\rightarrow$ Lorentz-tr. ábrázolása

$$S(\Lambda \psi) = S(\psi)$$

hatás nem
változik det.-tr.-m!

$\downarrow$

a) 1. ábrázolása:

• spinorok:

$M \rightarrow 2 \times 2$ hermitikus

$$x^\mu \rightarrow x^\mu \sigma_\mu \quad \sigma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \sigma_i \text{ Pauli}$$

basis

$$L: M \rightarrow M$$

$\rightarrow \underline{L}: 2 \times 2 \text{ herm.} \rightarrow 2 \times 2 \text{ hermitikus}$

• $A \in 2 \times 2 \text{ herm.}$

$$\underline{A}' = \underline{L} \underline{A} \underline{L}^\dagger$$

$$\underline{x}' = \underline{\Lambda} \underline{x} \Leftrightarrow x'^2 = x^2 \quad (\text{ekkor Lorentz-tr., ja invariancia } x^2)$$

$$\det A = \det x^\mu \sigma_\mu = x^2 \Rightarrow \det A' = \det A$$

$$\det L = 1$$

$$\underline{L} \in SL(2, \mathbb{C})$$

(2x2 ábrázolás)

trivialis: $\underline{\Lambda} = \underline{1}$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

ebben az ábr.-ban

$A = \underline{x}'' \in 2 \times 2 \text{ mátrix}$

$L = \underline{\Lambda}'' \in -11-$

de $\psi \in \mathbb{C}^2$ (2D)

vektor, mert

" Λ " ebben hat!!!

$$L \leftrightarrow \Lambda$$

$$A^{\mu\nu} = x^{\mu} x^{\nu} \sigma_{\nu} = \underbrace{\Lambda^{\nu}_{\mu} x^{\mu}}_{x^{\nu}} \sigma_{\nu} = L \Lambda L^{\dagger} = (\underbrace{x^{\mu}}_{\Lambda^{\mu}_{\nu}}) L \sigma_{\mu} L^{\dagger}$$

$$\Downarrow \quad \forall x^{\mu} \text{-axis}$$

$$L \sigma_{\mu} L^{\dagger} = \Lambda^{\nu}_{\mu} \sigma_{\nu} \Rightarrow \Lambda^{\nu}_{\mu} = \frac{1}{2} \text{Tr} \sigma_{\nu} L \sigma_{\mu} L^{\dagger}$$

$$L^{\dagger} \sigma_{\mu} L \stackrel{?}{=} \lambda_{\mu\nu} \sigma_{\nu} \text{ mer } \sigma_{\mu} \text{ basis}$$

Tr-rek a méré ~~permutáció~~ permutáció

$$\lambda_{\mu\nu} = \frac{1}{2} \text{Tr} \sigma_{\nu} L^{\dagger} \sigma_{\mu} L = \frac{1}{2} \text{Tr} \sigma_{\mu} L \sigma_{\nu} L^{\dagger} = \Lambda^{\mu}_{\nu}$$

$$\hookrightarrow L^{\dagger} \sigma_{\mu} L = \Lambda^{\mu}_{\nu} \sigma_{\nu} \quad \leadsto \quad \bar{\sigma}^{\mu} = (\sigma_0, \underline{\sigma})$$

$$L^{\dagger} \bar{\sigma}^{\mu} L = \Lambda^{\mu}_{\nu} \bar{\sigma}^{\nu} \quad \uparrow \text{ (invers)}$$

$$\hookrightarrow \text{másképp: } L^{-1} \sigma_{\mu} L^{\dagger -1} \rightarrow \sigma_{\mu} = \Lambda^{\nu}_{\mu} (L^{-1} \sigma_{\nu} L^{\dagger -1})$$

$$\Lambda^{\mu}_{\nu} \cdot \Lambda^{\nu}_{\mu} = \delta_{\nu}^{\nu} \Rightarrow \boxed{L^{-1} \sigma_{\nu} L^{\dagger -1} = \Lambda^{\mu}_{\nu} \sigma_{\mu}} \Rightarrow (L^{\dagger})^{-1} \text{ is 'ábrázolás'}$$

DE:

Spinorok: $\psi_R, \psi_L \in \mathbb{C}^2$ merő

Lorentz-trzf.: $\psi_R^{\dagger}(x') = L \cdot \psi_R(x)$

$$\psi_L^{\dagger}(x') = L^{\dagger -1} \cdot \psi_L(x)$$

$\rightarrow$ mindkettő 'ábrázolás'

$$L = e^{-\frac{i}{2}(\omega_i + i\alpha_i) \sigma_i}$$

$\Rightarrow \omega_i$ forgatás

$$L^{\dagger -1} = e^{-\frac{i}{2}(\omega_i - i\alpha_i) \sigma_i} \quad \left. \begin{array}{l} \omega_i \rightarrow \omega_i \\ \alpha_i \rightarrow \alpha_i \end{array} \right\} \begin{array}{l} \omega_i \text{ boost} \\ \alpha_i \text{ tükrözés} \end{array}$$

$\Downarrow$

11

$\Lambda \rightarrow \Lambda$

lorentz-tr. + tükrözés $\Rightarrow$ bispinor kell!

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} \quad P = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{tükrözés: } (\psi_L \leftrightarrow \psi_R)$$

$$L\psi = \begin{pmatrix} L^{+-1} \psi_L \\ L \psi_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L^{+-1} & 0 \\ 0 & L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} \quad (L: 2 \times 2 \text{ hermitikus})$$

4x4-es L

def.: $\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \rho$ ^{ez is kell!}
 $\gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^i \\ \sigma^i & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \sigma^\mu & 0 \end{pmatrix}$
^{↑ a bispinor}
^{↑ a Dirac}
^{↑ a spinor}

antikommutátor

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu}$$

Dirac-matrica
(Weyl-bázis)

megj.: $\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}$

4x4-es ábrázolás
(önábr.)

b) $S(\Lambda\psi) = S(\psi)$

↓
Mik lehetnek az invariánsok?

• $(\psi_L^* \psi_R)' = (L^{+-1} \psi_L)^* (L \psi_R) = \psi_L^* L^{-1} L \psi_R = \psi_L^* \psi_R$

• $\psi_R^* \psi_L$ is invariáns

$\Rightarrow \psi^* = \begin{pmatrix} \psi_L^* \\ \psi_R^* \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\psi^* \gamma^0 \psi} = \begin{pmatrix} \psi_L^* & \psi_R^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} =$
 $= \psi_L^* \psi_R + \psi_R^* \psi_L$ is invariáns

$$\bullet (\psi_R^\dagger \sigma^\mu \psi_R)' = \psi_R^\dagger L^\dagger (\sigma^\mu)' L \psi_R = \Lambda_\nu^\mu \psi_R^\dagger \sigma^\nu \psi_R$$

$$\boxed{j_R^\mu := \psi_R^\dagger \sigma^\mu \psi_R} \Rightarrow j_R^\mu = \Lambda_\nu^\mu j_R^\nu$$

j_R^μ négyesvektor, mert úgy transzformálódik hasonlóan

$$(\psi_L^\dagger \sigma^\mu \psi_L)' = \Lambda_\nu^\mu \psi_L^\dagger \sigma^\nu \psi_L$$

$$\boxed{j_L^\mu = \psi_L^\dagger \sigma^\mu \psi_L}$$

$$\Rightarrow \gamma^0 \gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \bar{\sigma}^\mu \\ \sigma^\mu & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma^\mu & 0 \\ 0 & \bar{\sigma}^\mu \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow (\psi_L^\dagger, \psi_R^\dagger) \begin{pmatrix} \sigma^\mu & 0 \\ 0 & \bar{\sigma}^\mu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} = j_R^\mu + j_L^\mu$$

$$\Rightarrow \psi^\dagger \gamma^0 \gamma^\mu \psi$$

négyesáram

(4-es vektorként transz.)

$$\bar{\psi} := \psi^\dagger \gamma^0$$

$$\Downarrow$$

$$= \bar{\psi} \cdot \psi \text{ invariáns}$$

$$\bar{\psi} \gamma^\mu \psi \text{ négyesáram}$$

$$\partial_\mu' = \Lambda_\nu^\mu \partial_\nu \text{ négyesvektorként tr.} \rightarrow \text{megmaradva } \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \text{ -vel}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\psi} i \not{\partial} \psi} \text{ invariáns}$$

$$(\Lambda_\mu^\nu \cdot \Lambda_\nu^\mu = \Lambda_\nu^\mu \cdot \Lambda_\nu^\mu = g_\mu^\mu)$$

• Be kell látni, hogy nincs több invariáns $\Downarrow$

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} i \partial_\mu \gamma^\mu \Psi - m \bar{\Psi} \Psi$$

Dirac -féle
Lagr. -fv.

1. egyenlet $\rightarrow \Psi$ normális kell

(ez az egyetlen invariáns
Lagrangé)

Mozgásegyenlet

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \Psi} = \partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \Psi)} = 0 \Leftrightarrow \text{igen tag nincs } \mathcal{L}\text{-ben}$$

$$(i \partial_\mu \gamma^\mu - m) \Psi = 0$$

Dirac - egyenlet

$\underbrace{i \partial_\mu \gamma^\mu}_{\text{négyes-impulzus}} = \not{p} \rightarrow$ Fourier - térben:
(p - slash)

$$\Psi(x) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{-ipx} \Psi(p)$$

$$i \not{\partial} \Psi(x) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} e^{-ipx} \not{p} \Psi(p)$$

$\Rightarrow$ Fourier - tr. -al

$i \not{\partial} \rightarrow \not{p}$

$$(\not{p} - m) \Psi(p) = 0$$

Dirac - egy. Fourier -
térben

2)

Lorentz - csoport vektor - ábrázolása

(egységár. és önábrázolás trivialis)

ha $\|x\| = x$ (önár.) akkor a kor. -tráf
 $\|A\| = 1$ jö ábrázolás $\Rightarrow \Psi$ négyesvektor (Négyesvektor)

$$\Psi'(x) = \underline{\Lambda} \Psi(x) \quad x' = \Lambda x$$

$\rightarrow \underline{\Lambda} = \underline{1}$ is jö le. (Négyesvektor)

$\Rightarrow \Psi \rightarrow A_\mu(x)$ négyesvektormező $\rightarrow$ (forrásmentes eldár.
leírása (fotomező))

$$S(A) = S(A) \Rightarrow \text{invariáns!} \quad A_\mu, \partial_\mu$$

invariáns:

↳ kvadrátikus alak $\leftrightarrow$ vektorok

$$A_\mu A^\mu, (\partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu), (\partial_\mu A_\nu) \cdot (\partial^\nu A^\mu), (\partial_\mu A^\mu) \cdot (\partial_\nu A^\nu)$$

DE

$$\int d^4x (\partial_\mu A_\nu) (\partial^\nu A^\mu) = \int d^4x \left[\partial^\nu \left((\partial_\mu A_\nu) A^\mu \right) - \underbrace{A^\mu \partial^\nu \partial_\mu A_\nu}_{\text{teljes div.} \Rightarrow \text{Gauss-tétel}} \right] = \int d^4x (\partial_\nu A^\nu) (\partial_\mu A^\mu)$$

$\Downarrow$

$$(\partial_\mu A_\nu) (\partial^\nu A^\mu) =$$

$$\text{ha } \infty\text{-ben } A \rightarrow 0 \Rightarrow \oint d^3x^V (\dots)$$

$$= (\partial_\mu A^\mu) (\partial_\nu A^\nu) \quad \text{teljes div. ejtő}$$

Lorentz-invariáns körüli

relativisztikus szep:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu})$$

$$\Rightarrow \boxed{\mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}$$

vektoranalízisben

ugyanis ez tudja

Biz:

$$\text{mértékinvariancia} \rightarrow \text{ED: } \phi' = \phi - \partial_\mu \psi$$

$\Downarrow$

$$\text{ha } \boxed{A^\mu = (\phi, \underline{A})} \quad (c=1)$$

$$\underline{A}' = \underline{A} - \nabla \psi$$

$\rightarrow$ (4 totál skalarmező)

akkor azonosítás eseten:

$$\Rightarrow A^\mu = A^\mu - \partial^\mu \psi$$

mértéktér. $\rightarrow$ (4-es alak)

ha azt akarjuk, hogy $\sim$ mértékinv. -t is tudjon a kagr.

~~$A^\mu = A^\mu$~~ erre a mértéktér. -re kell inv.-nak lennie

$$F'_{\mu\nu} = \partial_\mu A'_\nu - \partial_\nu A'_\mu = \partial_\mu (A_\nu - \partial_\nu \psi) - \partial_\nu (A_\mu - \partial_\mu \psi) = F_{\mu\nu}$$

$\rightarrow$ mértékinvariancia $\Rightarrow \mathcal{L}$ mértékinv. $\checkmark$
Lorentz-inv. $\checkmark$

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = -\frac{1}{2} (\partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu - \partial_\mu A_\nu \partial^\nu A^\mu)$$

$$F^{00} = 0 \text{ (mert } F_{\mu\nu} = -F_{\nu\mu})$$

$$F^{0i} = \partial^0 A^i - \partial^i A^0 = \partial_0 (A)_i + \partial_i \phi = -(\underline{E})_i$$

$$\varepsilon_{ijk} F^{jk} = \varepsilon_{ijk} (\partial^j A^k - \partial^k A^j) = 2 \varepsilon_{ijk} \partial^j A^k =$$

$$= -2 \varepsilon_{ijk} \partial_j (A)_k = -2 (\underline{B})_i$$

$$\Rightarrow \boxed{F^{\mu\nu} \text{ térféltér-tenzor}} \quad F_{ij} = -\varepsilon_{ijk} (\underline{B})_k$$

$$F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = F_{0i} F^{0i} + F_{i0} F^{i0} + F_{ij} F^{ij} =$$

$$= -2 \underline{E}^2 + \varepsilon_{ijk} (\underline{B})_k \varepsilon_{ijl} (\underline{B})_l = -2 (\underline{E}^2 - \underline{B}^2)$$

$\varepsilon_{ijl} \varepsilon_{ijk} = 2 \delta_{kl}$

$$\Rightarrow \mathcal{L} = \frac{1}{2} (\underline{E}^2 - \underline{B}^2) \Rightarrow \mathcal{H} = \frac{1}{2} (\underline{E}^2 + \underline{B}^2)$$

$\uparrow \quad \uparrow$
"K" "V"

$$(\mathcal{H} = K + V)$$

$$(L = K - V)$$

Moszkovits-egyenletek $\leftrightarrow$ Maxwell-egyenletek

$$\bullet \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\mu} = \partial^\nu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\nu A_\mu)} \Rightarrow \text{Maxwell: } \text{div } \underline{E} = \phi$$

$$\text{rot } \underline{B} = \partial_t \underline{E} \quad (c=1)$$

$$\bullet \tilde{F}^{\mu\nu} := \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\rho\sigma} \quad (\text{ahol } \varepsilon \text{ teljesén antiszimmetrikus})$$

$$\varepsilon^{0123} = 1$$

$$\underline{B} \rightarrow -\underline{E} \quad (\text{dualis tér})$$

$$\Rightarrow \partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = \varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} (\underbrace{\partial_\mu A_\sigma}_{\mu-\sigma \text{ szimmetrikus}} - \underbrace{\partial_\sigma A_\mu}_{\mu-\sigma \text{ antiszimmetrikus}}) = 0$$

$\partial_\mu A_\sigma = \partial_\sigma A_\mu$ azonosítóg

$$\Rightarrow \int_{\mu} \tilde{F}^{\mu\nu} = \phi \Rightarrow \operatorname{div} \underline{B} = \phi$$

$$\operatorname{rot} \underline{E} = -\partial_t \underline{B}$$

= Megvan az anyagter (vektorálr.) leírása és EM tér (skalár) leírása

3) Anyag és sug. kh. - a:

→ tapasztatok: ρ : töltéssűrűség (áll.)

akkor
kh.-i tag:

ϕ : potenciál

$$V = \int d^3x \rho(x) \phi(x)$$

→ 4-es

form.-ban:

$$j^{\mu} = (\rho, \underline{j}) \quad A^{\mu} = (\phi, \underline{A})$$

$$j + \operatorname{div} j = 0$$

$$\boxed{\partial_{\mu} j^{\mu} = \phi}$$

$$\Rightarrow V = \int d^3x j^{\mu} A_{\mu} \rightarrow L = K - V$$

$$S = \int d^4x L$$

megmaradó áram

$$\text{spinor: } j^{\mu} \sim \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi$$

$\Rightarrow$

$$S \sim -e \int d^4x \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi \cdot A_{\mu}$$

$$S \sim \int d^4x j^{\mu} A_{\mu}$$



(ez a kh.-i tag fenomenologikus
bevezetés → elméleti lev.: l. 20. oldal)

4) Elektrodinamika merőkel felírva:

$$\textcircled{4} \quad \mathcal{L} = \mathcal{L}_A + \mathcal{L}_{\text{Dirac}} + \mathcal{L}_{\text{kölcsönhatás}} =$$

es tudja így a
↑
töltés megm. +

$$= \mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \underbrace{\bar{\Psi} (i \not{\partial} - m) \Psi}_{\text{Dirac}} - e \bar{\Psi} \not{A} \Psi$$

5) KR.-i tag mátrix leírata:

es tudja a

töltésmegmar.

($\partial_{\mu} j^{\mu} = 0$)

globális
↑
tudja

$$\begin{cases} \Psi' = e^{-i\alpha} \Psi \\ \bar{\Psi}' = \Psi'^{\dagger} \gamma^0 = \Psi^{\dagger} \gamma^0 e^{i\alpha} = \bar{\Psi} e^{i\alpha} \end{cases}$$

$\bar{\Psi} (i \not{\partial} - m) \Psi$ tag

U(1) szimm. - b

(globális: α nem függ
x-től)

$$\bar{\Psi}' \dots \Psi' = \bar{\Psi} \dots \Psi$$

↑
ha α nem függ
x-től

DE ha $\alpha(x)$:

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}' (i \not{\partial} - m) \Psi' &= \bar{\Psi} e^{+i\alpha} (i \not{\partial} - m) e^{-i\alpha} \Psi = \\ &= \bar{\Psi} (i \not{\partial} - m) \Psi + \bar{\Psi} \not{\partial} \Psi \cdot \partial_{\mu} \alpha \end{aligned}$$

lokálisan ez nem invariáns

b) Módosítsuk úgy az egyenletet (deriválást), hogy
lokális U(1) szimm.-ja is legyen!

$$\not{\partial} \rightarrow \not{D} := \not{\partial} - e \not{A}_{\mu}$$

es a tag okozza a problémát

↑
(látani fogjuk, hogy $a_{\mu} = A_{\mu}$)

Mi kell ahhoz, hogy

$$\bar{\Psi}' i \not{D} \Psi' = \bar{\Psi} i \not{D} \Psi \text{ legyen?}$$

($\bar{\Psi}' i \not{\partial} \Psi'$ nem lok. inv.,
de $\bar{\Psi}' i \not{D} \Psi'$ legyen az!)

$$\bar{\Psi} i D_\mu^\dagger \Psi \stackrel{!}{=} \bar{\Psi} i D_\mu \Psi$$

$$\bar{\Psi} e^{i\alpha} i D_\mu^\dagger e^{-i\alpha} \Psi \Rightarrow e^{i\alpha} i D_\mu^\dagger e^{-i\alpha} = i D_\mu$$

$$e^{i\alpha} i D_\mu^\dagger e^{-i\alpha} - e^{i\alpha} i D_\mu^\dagger e^{-i\alpha} = i D_\mu - e^{i\alpha} i D_\mu^\dagger e^{-i\alpha}$$

$$D_\mu \alpha + i \cancel{D_\mu} - e^{i\alpha} i D_\mu^\dagger e^{-i\alpha} = i \cancel{D_\mu} - e^{i\alpha} i D_\mu^\dagger e^{-i\alpha}$$

a lokális inv. -hoz

$$\underline{\underline{a_\mu^\dagger = a_\mu + D_\mu \left(\frac{\alpha}{e} \right)}} \Rightarrow a_\mu \text{ lehet } A_\mu$$

ez olyan, mint egy Ψ -es glob. mértéktranszformációja

$\Rightarrow$ azért kell a mértékter (A_μ), hogy a Lagrange tudja a lokális U(1) szimmetriát!

$$\bar{\Psi} (i D_\mu \gamma^\mu - m) \Psi \rightarrow \bar{\Psi} (i D_\mu \gamma^\mu - m) \Psi = \bar{\Psi} (i D_\mu \gamma^\mu - m) \Psi - e \bar{\Psi} \gamma^\mu A_\mu \Psi$$

$\Rightarrow$ a lokális inv. feltévésevel a kölcsönhatási tag automatikusan kijön!

$$\Rightarrow [D_\mu, D_\nu] = ie F_{\mu\nu}$$

$$e^{i\alpha} [D_\mu^\dagger, D_\nu^\dagger] e^{-i\alpha} = [D_\mu, D_\nu] \leftarrow \text{felhasználva}$$

$$\boxed{e^{i\alpha} i D_\mu^\dagger e^{-i\alpha} = i D_\mu}$$

az EM ^{test} $\gamma^\mu \gamma^\nu$ tag is invariáns marad az új deriválttal

11. óra

o) ism.

$$\mathcal{L} = \bar{\Psi} (i \partial_\mu \gamma^\mu - m) \Psi \rightarrow U(1) \text{ szimmetria} \quad (\Psi'(x) = e^{-i\alpha} \Psi(x))$$

$\Psi = \Psi^\dagger \gamma_0$

→ globális ~~tróla~~ szim.

→ lokális is (l. előző óra), ha:

$$\alpha(x) \rightarrow \delta \mathcal{L} = \partial_\mu \alpha \bar{\Psi} \gamma^\mu \Psi$$

biztunk ki egy a $\mathcal{L}$ fr.-t, hogy invariáns legyen lokális $U(1)$

tróla is → "gauge-elés" ⇒ kovariáns derivált bevezetése

$$i \partial_\mu \rightarrow i D_\mu = i \partial_\mu - e A_\mu \leadsto e^{-i\alpha} i D_\mu e^{-i\alpha} \Rightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu \frac{\alpha}{e}$$

$$\text{ie } F_{\mu\nu} = (D_\mu, D_\nu)$$

ha ilyen A_μ ~~metrikával~~ segítjük ki

a deriváltat, lokális $U(1)$ szim. ja lesz ✓

$$\Rightarrow \mathcal{L} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \bar{\Psi} (i D_\mu \gamma^\mu - m) \Psi$$

= V kölcsönhatás ilyen elven működik, csak a szim. csoport má

• gyenge: $SU(2) \Rightarrow 3 A_\mu^a$

• erős: $SU(3) \Rightarrow 8 A_\mu^a$

• gravitáció: ~~Kovetz~~ -cso. ⇒ ...

részecskék ~ kvadrátikus elmélet módosai

1) Eddig ez klasszikus ~~elmélet~~ volt → kvantálás?

$$[\hat{q}, \hat{p}] = i\hbar \Leftrightarrow \text{eltolás op.: } \hat{p} \quad (\hat{\sigma} \hat{q} = +a \Leftrightarrow a\text{-al toljuk el})$$

$$\hat{\sigma} \hat{q} = \frac{i}{\hbar} [\hat{T}_{\text{eltolás}}, \hat{q}] a = a$$

eltolás generátora: szimmetriatranszformáció során megmaradt mennyiség

eltolás során mi a megmaradt mennyiség (generátor)?

↓

$$\hat{K}_i = \int d^3x \pi(x) \partial_i \psi(x) : \pi = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\psi}}$$

valóban megmarad?

$$\dot{\hat{K}}_i = \int d^3x (\dot{\pi} \partial_i \psi + \pi \partial_i \dot{\psi})$$

$$\partial_i \mathcal{L}(\psi, \partial_\mu \psi) = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \psi} \cdot \partial_i \psi + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \psi)} \cdot \partial_i (\partial_\mu \psi) = \dots$$

Morgan-egyenlet (Euler-Lagr.-egyenlet):

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \psi} = \partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \psi)} = \underbrace{\dot{\pi}}_{\partial_0 \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_0 \psi)}} + \partial_j \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_j \psi)} \right)$$

($\partial_0 \rightarrow$ idő szerinti derivált
 $\partial_j \rightarrow$ tér —)

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \psi} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \psi} \cdot \partial_i \psi = \underbrace{\dot{\pi} \partial_i \psi}_{\text{}} + \left(\partial_j \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_j \psi)} \right) \cdot \partial_i \psi + \underbrace{\pi \cdot \partial_i \dot{\psi}}_{\text{}} + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_j \psi)} \partial_i \partial_j \psi =$$

$$\partial_\mu \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \psi)} \right) = \left(\partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \psi)} \right) \cdot \partial_i \psi + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \psi)} \cdot \partial_\mu \partial_i \psi$$

teljes divergencia

$$= \underbrace{\dot{\pi} \partial_i \psi + \pi \partial_i \dot{\psi}}_{\downarrow} + \partial_j \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_j \psi)} \cdot \partial_i \psi \right) \xrightarrow{\int d^3x} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\hat{K}_i \text{ megmarad!}}}$$

$$\text{m2.: } \dot{\pi} \partial_i \psi + \pi \partial_i \dot{\psi} = \partial_j \left(\delta_{ij} \mathcal{L} - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_j \psi} \cdot \partial_i \psi \right) = \text{teljes div.}$$

$$\pi \cdot \partial_i \psi + \pi \cdot \partial_i \psi = \partial_j \left(\delta_{ij} \mathcal{L} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \partial_j \psi} \partial_i \psi \right) = \text{telj. div.}$$

$$\int d^3x \partial_j (\dots) = \oint d^2x_j (\dots) = 0$$

$\downarrow$ ∞ terület $\uparrow$ Gauss $\downarrow$ ∞ távoli gömb $\searrow$ 0 (készen ∞ -ben)

ψ ~~trans~~ ^{mero} eltolása: a -val $\rightarrow \psi'(x') = \psi(x) \quad x' = x + a$

$\begin{matrix} x' = x \\ x = x - a \end{matrix} \quad \psi'(x) = \psi(x - a) = \psi(x) + a_i \partial^i \psi + \dots$

$\Rightarrow \delta \psi = a_i \partial^i \psi$

kanonizálás:

$\psi(x)$ ~~hely~~ $\rightarrow \hat{\psi}(x)$: mérési eljárás $\times$ helyen megmérni $\psi \rightarrow \hat{\psi}$

$$\partial_i \hat{\psi} = c(\hat{\pi}_i, \hat{\psi}) a^i = i \int d^3y \underbrace{[\hat{\pi}(y) \partial_i \hat{\psi}(y), \hat{\psi}(x)]}_{\text{kvadrátikus}} \cdot a^i \stackrel{!}{=} a^i \partial_i \psi$$

$\uparrow$ $\hbar=1$

az egyik operátor kvadrátikus lett a kanonizálással!

$$[AB, C] = ABC - CAB = A(BC - \alpha CB) - (CA - \alpha AC)B =$$

$$= A[B, C]_\alpha - [C, A]_\alpha B$$

ha α -kommutátor

$$[\psi(t, x), \psi(t, y)]_\alpha = 0$$

$$[\hat{\psi}(t, x), \hat{\pi}(t, y)]_\alpha = i \delta(x - y)$$

jele választás $\forall \alpha$ -ra!
ha $|\alpha|=1$

- eddig kvantummechanikában boszrok ($\alpha=1$) és fermionok (antik.) ($\alpha=-1$) voltak

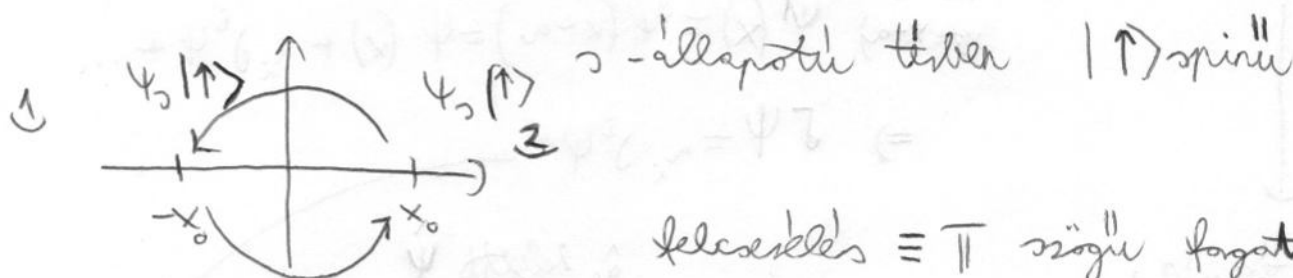
"anyon": a kinti egyenleteket elégítik ki (α -kommutátor)

$\rightarrow$ ~~1D~~ $\rightarrow$ rendszerben tényleg léteznek $i\delta$

hír kvantálása: $(\hat{\pi}, \hat{\phi}) = i\delta$

$\rightarrow$ boszrok $\rightarrow$ egymással felcsereíthetők

$\Rightarrow$ 2 részreke felcsereílése: pl. spinorok



$$\psi_1(x, y, z) = \psi_0(x+x_0, y, z) \cdot |\uparrow\rangle$$

$$\psi_2(x, y, z) = \psi_0(x-x_0, y, z) \cdot |\uparrow\rangle$$

$$x, y, z \rightarrow -x, -y, z$$

$$e^{-\frac{i}{2} \sigma_3 \pi} = \begin{pmatrix} e^{-\frac{i}{2} \pi} & 0 \\ 0 & e^{\frac{i}{2} \pi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -i & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow e^{\frac{i}{2} \sigma_3 \pi} |\uparrow\rangle = -i |\uparrow\rangle$$

$$\psi_{tot}(x, y, z) = \psi_1(x, y, z) \cdot \psi_2(x, y, z) \xrightarrow{\pi \text{ szögű forg.}} (\psi_0(x) = f(x))$$

$$\rightarrow \psi_0(-x+x_0, -y, z) \cdot (-i) \cdot |\uparrow\rangle \cdot \psi_0(-x-x_0, -y, z) \cdot (-i) \cdot |\uparrow\rangle =$$

$$= \underbrace{\psi_0(x-x_0, y, z) \cdot (-i) \cdot |\uparrow\rangle}_{(-i) \cdot \psi_2} \cdot \underbrace{\psi_0(x+x_0, y, z) \cdot (-i) \cdot |\uparrow\rangle}_{(-i) \cdot \psi_1} =$$

$$= -(\psi_2 \cdot \psi_1)$$

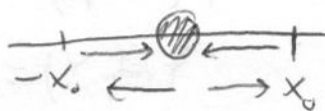
$\Rightarrow$ felcserelés $\equiv -1$ előjel

$\rightarrow$ spin-statistika tétel: félegész spin $\rightarrow$ fermionok
 egész $\rightarrow$ bosonok

10 ~~10~~ téren nem tudom forgatással átvenni egymásba az állapotokat, csak szórással!

Bejön egy unitér

operator (10-ban α



komplex szám) $\Rightarrow$ emiatt lesznek anyonok!
 ($|\alpha|=1$)

Dirac-fermionok kvantálása

$$\mathcal{L} = \psi^\dagger \gamma_0 (i \gamma_\mu \partial^\mu - m) \psi$$

$$\pi = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\psi}} = i \psi^\dagger$$

$$\{ \hat{\pi}_\alpha(t, x), \hat{\psi}_\beta(t, y) \} \stackrel{\text{antikommutátor}}{=} i \delta(x-y) \delta_{\alpha\beta} \quad \text{kvantálás}$$

$$\{ \hat{\psi}_\alpha(t, x), \hat{\psi}_\beta(t, y) \} = \delta_{\alpha\beta} \delta(x-y)$$

$$\{ \psi_\alpha(t, x), \psi_\beta(t, y) \} = 0 \quad \text{fermion} \downarrow \text{ (most } \alpha = -1)$$

$$\text{Hamilton: } \mathcal{H} = \pi \dot{\psi} - \mathcal{L} = \cancel{i\psi^\dagger \dot{\psi}} - \cancel{\psi^\dagger (i\dot{\psi})} + \gamma_0 i \partial_j \gamma^j \psi - m \psi$$

$$\mathcal{H} = -\psi^\dagger \gamma_0 i \partial_j \gamma^j \psi + m \psi^\dagger \gamma_0 \psi = \psi^\dagger (-i \partial_j \gamma_0 \gamma^j + \gamma_0 m) \psi$$

$$= \psi^\dagger \underline{h(i\partial)} \psi \quad \leftarrow \text{hermitikus operator (Hamilton)}$$

szekciót és diagonalizálni!

$$i) \text{ Fourier - tr. } \psi(t, \underline{x}) = \int d^3x e^{-i\underline{p}\cdot\underline{x}} \psi(t, \underline{x})$$

$$\psi(t, \underline{x}) = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} e^{i\underline{p}\cdot\underline{x}} \psi(t, \underline{p})$$

$$\Rightarrow i\partial_\mu \rightarrow p_\mu$$

$$ii) \psi(t, \underline{p}) = \left(\begin{matrix} \xi \\ \eta \end{matrix} \right) \cdot \hat{a}_\sigma(t, \underline{p})$$

ahol $\rightarrow \sim \underline{h}(\underline{p})$ sajátvektorai

$$\Rightarrow \gamma^0 (-\underline{p} \cdot \underline{\gamma} + m) \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = E \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} / \gamma^0 \text{ s.d. egyenlet}$$

$$(E \gamma^0 + \underline{p} \cdot \underline{\gamma} - m) \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = 0 \quad (\gamma^0 \gamma^0 = 1)$$

$$\Rightarrow p_0 \equiv E \Rightarrow (\underline{p}_\mu \gamma^\mu - m) \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = 0$$

$$(\underline{p}_\nu \gamma^\nu + m)(\underline{p}_\mu \gamma^\mu - m) = p_\mu p_\nu \gamma^\mu \gamma^\nu - m^2 = p^2 - m^2$$

$$\Rightarrow (p^2 - m^2) \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} = 0 \quad \frac{1}{2} \{ \gamma^\mu, \gamma^\nu \} = g^{\mu\nu}$$

$$\hookrightarrow E = \pm \sqrt{\underline{p}^2 + m^2} \text{ rel. disp. reláció}$$

$\pm$ eigenértékű: 2db $+E$ sajátérték $\hat{u}_\sigma(\mathbf{p})$ $\sigma=1,2$
 2db $-E$ $\hat{v}_\sigma(\mathbf{p})$
 ↑
 a mátrixstruktúra miatt lesz 4 v.é.

$$\text{iii) } \hat{H} = \int d^3x \psi^\dagger \hat{h} \psi = \int d^3x \hat{a}_\sigma^\dagger \underbrace{\sum_r \hat{u}_\sigma^*(\mathbf{x}) \cdot \hat{h} \sum_r \hat{u}_r(\mathbf{x}) a_r(\mathbf{x})}_{\pm E \sum_r \hat{u}_r}$$

$$= \sum_{\mathbf{p}, \sigma} \pm E \hat{a}_{\pm\sigma}^\dagger \hat{a}_{\pm\sigma} \quad (\text{diagram})$$

ahol

$$\int d^3x \hat{u}_\sigma^*(\mathbf{x}) \hat{u}_r(\mathbf{x}) = \delta_{\sigma r}$$

$$\{\hat{\psi}_\alpha(t, \mathbf{x}), \hat{\psi}_\beta(t, \mathbf{y})\} = \delta_{\alpha\beta} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \quad \text{bol}$$

$$\Rightarrow \boxed{\{\hat{a}_\sigma^\dagger(\mathbf{p}), \hat{a}_r(\mathbf{q})\} = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{q}) \delta_{\sigma r}} = (*)$$

iv) vakuum: $\hat{H}|0\rangle = 0$

$$\text{és } \{\hat{a}_\sigma(\mathbf{p}), \hat{a}_r(\mathbf{q})\} = 0$$

$$|0\rangle : \hat{a}_{\pm\sigma}(\mathbf{p}) \cdot |0\rangle = 0$$

$$|\mathbf{p}\rangle \rightarrow \hat{a}_{\pm\sigma}^\dagger(\mathbf{p}) |0\rangle \sim |\mathbf{p}\rangle$$

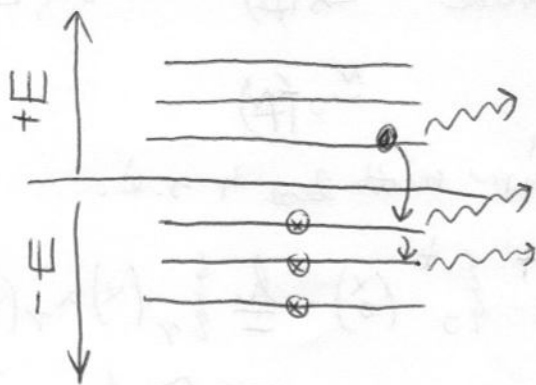
$$\boxed{\begin{aligned} \hat{a}_\sigma^2(\mathbf{p}) &= 0 \\ \hat{a}_\sigma^{\dagger 2}(\mathbf{p}) &= 0 \end{aligned}}$$

$$\hat{H} |\mathbf{p}\rangle_\pm = \sum_{\mathbf{p}', r} \pm E \hat{a}_{\pm r}^\dagger(\mathbf{p}') \underbrace{\hat{a}_{\pm r}(\mathbf{p}) \hat{a}_{\pm\sigma}^\dagger(\mathbf{p})}_{(*) \text{ miatt}} |0\rangle =$$

$$= -\hat{a}_{\pm\sigma}^\dagger(\mathbf{p}) \underbrace{(\hat{a}_{\pm r}(\mathbf{p}))}_{\text{és a vakuumra 0-ból}} + (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}) \delta_{\sigma r}$$

$$= \pm E |\mathbf{p}, \sigma\rangle_\pm$$

$\hat{H}$ tényleg diagonális lett!



instabil vákuum!

zirc: $\forall -E$ állapot be van töltve!

$$\Rightarrow |0\rangle \equiv \prod_{\vec{k}} a_{\vec{k}}^+ |0\rangle$$

Dirac-vákuum

$$a_{\vec{k}}^+ |0\rangle \sim |1\rangle_0 \rightarrow + \text{energias}$$

léptetőp.-ok
ugyanolyan viselkednek

a - energias
léptetőp.-ok
mindig találunk
egy ugyanolyan
($\vec{k}$)-n $a_{\vec{k}}^+$ -t!

$$a_{\vec{k}} |0\rangle = 0$$

$$a_{-\vec{k}} |0\rangle \neq 0 = |1\rangle_0$$

antikuszcse

$\Rightarrow$ a régi keltetőoperátor ($-E$ energias)

hatása a vákuumra 0 lesz, de az

eltávolítóoperátor lyukat kelt a vákuumban $\Rightarrow$
kilejtés részecské!

$$\Rightarrow \boxed{\begin{aligned} b_{\vec{k}}^+ &:= a_{-\vec{k}} \\ b_{\vec{k}} &:= a_{\vec{k}}^+ \end{aligned}}$$

$$\hat{\psi}(t, \mathbf{x}) = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_p}} \sum_{s=1}^2 \left(a_s(t, \mathbf{p}) e^{i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}} u_s(\mathbf{p}) + b_s^\dagger(t, \mathbf{p}) e^{-i\mathbf{p} \cdot \mathbf{x}} v_s(\mathbf{p}) \right)$$

$$\hat{H} = \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} E_p \cdot \sum_{s=1}^2 \left(a_s^\dagger(t, \mathbf{p}) a_s(t, \mathbf{p}) + b_s^\dagger(t, \mathbf{p}) b_s(t, \mathbf{p}) \right)$$

$$|0\rangle_0 \rightarrow a_s^\dagger(\mathbf{p}) \cdot |0\rangle \sim |\mathbf{p}, s\rangle$$

$$b_s^\dagger(\mathbf{p}) \cdot |0\rangle \sim |\bar{\mathbf{p}}, s\rangle$$

$\hat{\psi}$: eltüntetés egy részecskének és keletkezés egy $\sim$ TCP tétel
 antirészecskének $|p\rangle \sim \overline{(-p)}$

$\nabla = \checkmark$
 (a Dirac-izomorfizmus
 előtt ezt már
 lehetett vizsgálni)

~~Fotontól kvantálással~~

Fotonok - kvantálása

$$\begin{aligned}\mathcal{L} &= -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} = -\frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = \\ &= -\frac{1}{2} (\partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu - \underbrace{\partial_\nu A_\mu \partial^\mu A^\nu}_{\text{teljes deriv.}}) = -\frac{1}{2} (\partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu - (\partial_\mu A^\mu)^2) +\end{aligned}$$

kvantálás: 1-es spin $\boxed{[\hat{T}_\mu, \hat{A}_\nu] = i\delta(\dots)}$ ezt akarjuk

$$\pi_\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{A}_\mu} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial F_{\rho\nu}} \frac{\partial F_{\rho\nu}}{\partial \dot{A}_\mu} = -\frac{1}{2} F^{\rho\nu} (g_{\rho 0} g_{\mu\nu} - g_{\nu 0} g_{\rho\mu}) =$$

$$\text{mivel: } \frac{\partial F^{\rho\nu}}{\partial \dot{A}_\mu} = \frac{\partial (\partial^\rho A^\nu - \partial^\nu A^\rho)}{\partial \partial_0 A_\mu} = g^{\rho 0} g^{\mu\nu} - g^{\nu 0} g^{\rho\mu}$$

$$= -F_{0\mu} = \begin{cases} \mu=i & F_{0i} = (\underline{E})_i \\ \mu=0 & \phi \end{cases}$$

$\pi_0 = \phi$!? $\rightarrow$ ez baj, $\delta(\dots)$ -t akarunk

$\downarrow$
 $\mathcal{L}$ specialis alakja $\equiv$ mértékinv.

$\Rightarrow$ mértékrögzítés kell!

(csak adott mértékben $\exists$ foton)

$$\text{pl. } \partial_\mu A^\mu = \phi$$

(Lorenz-mérték)

$$\Rightarrow \mathcal{L} = -\frac{1}{2} \partial_\mu A_\nu \partial^\mu A^\nu =$$

$$= -\frac{1}{2} \partial_\mu A_0 \partial^\mu A_0 + \frac{1}{2} \partial_\mu A_i \partial^\mu A_i$$

↑

- előjel!

újabb probléma

ezzel hír $\forall A_i - \text{re}$

$$m = 0$$

$$\rightarrow [a_0^+, a_0] = 0$$

$$\Rightarrow |a_0^+ | 0 \rangle|^2 < \infty$$

negatív normájú

állapot

$$(a_i^+, a_i) = +1$$

$$\rightarrow \textcircled{2 \text{ db } +}$$

↓

(4 helyett)

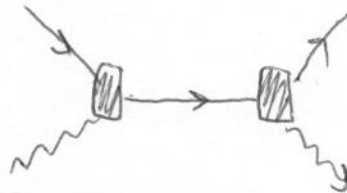
ezért van csak 2 polarizációja a fotonnak,
mert a^+ egyik komponense 0 energiájú
állapotot képez, ami megegyezik egy másikkal

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \underbrace{-\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}}_{\checkmark} + \underbrace{\bar{\Psi} (\not{\partial} \gamma^\mu A_\mu - m) \Psi}_{\checkmark} - e \bar{\Psi} \not{A} \Psi$$

$\Rightarrow$ Hint

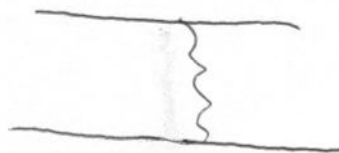


~



e^- -foton
szórás folyamat

↘



Coulomb-szórás

Tételsor

1. A részecskefizikai mértékegységek, a Standard Model felépítése
2. Leptonok, pozitron és neutrínó megjósolása, felfedezésük, gyenge kölcsönhatás, müon, neutrínók, tau lepton
3. Neutron, pion jóslat, felfedezésük, kaon, egyéb hadronok
4. Szimmetriák szerepe, kvantummechanikai megvalósítása, reducibilis ábrázolások és multiplettek
5. Paritás, és paritássértés a gyenge kölcsönhatásban
6. Hadronok rendszerezése, izospin, ritkaság, hadron multiplettek
7. Kvarkok, $SU(3)$ ábrázolásai, kvarkok kvantumszámai
8. Részecskék kvark-összetétele, kvarkok kísérleti bizonyítéka, színes kvarkok, c,b és t kvarkok
9. Rezonanciák kimutatása, erős kölcsönhatás szín-elméletének alapjai
10. Klasszikus húr másodkvantálása
11. Lorentz-szimmetria, spinorok, bispinorok, Dirac-féle Lagrange-függvény
12. Négyesvektor-mezők, elektrodinamika, mérték-elv
13. Fermionok és sugárzás kvantálása, QED, alapfolyamatok