

Statisztikus fizika B - gyakorló feladatsor

1. Feladat

Réges régen, egy messzi-messzi galaxisban létezett egy termodinamikai rendszer, melynek fundamentális egyenlete

$$S(E, V, N) = \lambda \frac{E^2}{2N} \ln \left(\frac{V}{Nv_0} \right)$$

alakú volt ($\lambda, v_0 > 0$ adott paraméterek).

- (a) Adjuk meg a rendszer hőmérsékletét E, V, N függvényében!
- (b) Írjuk föl az entrópiát T, V, N függvényében!
- (c) Adjuk meg az állandó térfogat melletti hőkapacitást!

A további feladatokban mindenhol a kanonikus sokaság formalizmust használjuk!

2. Feladat

Egy kör kerülete mentén 4 spin helyezkedik el, mindegyik értéke $s_i = 0$ vagy 1 lehet. A rendszer energiája:

$$E = -B \sum_{i=1}^4 s_i - J \sum_{i,j \text{ szomszédos}} \delta_{s_i s_j}$$

Itt az első összegben a négy darab spinre, a másodikban a szomszédos spinekből álló párokra összegzünk. $B, J > 0$ adott konstansok.

- (a) Kölcsönható-e ez a rendszer? Mi a helyzet $J = 0$ esetén?
- (b) Gondoljuk végig, milyen energiaszintjei lehetnek a rendszernek, melyik hányszorosan elfajult, és írjuk fel a kanonikus állapotösszeget!
- (c) Írjuk fel az állapotösszeget $J = 0$ esetén a nem kölcsönható rendszerekre tanult módszerrel!

3. Feladat

Egy "atom" lehetséges energiaszintjei $0, J$ és $2J$. A J energiaszint 42-szeresen elfajult, a másik kettőhöz csak 1-1 állapot tartozik. Tekintsünk N db megkülönböztethető, független ilyen atomot!

- (a) Írjuk fel az állapotösszeget!
- (b) Számoljuk ki a rendszer hőkapacitását!

4. Feladat

Egy párhuzamos univerzumban egy pontszerű részecske kinetikus energiája $E_{kin} = \alpha p^4$ (a szokásos $\frac{p^2}{2m}$ helyett - itt p az impulzus nagyságát jelöli). Tekintsünk egy szabadon mozgó (tehát csak kinetikus energiával rendelkező) ilyen részecskét!

- (a) Adjuk meg az egyrészecske-állapotösszeget!
(Ehhez az egész fázistérre, tehát a valós és az impulzustérre is integrálnunk kell. A valós térbeli integrálás triviális, csak a V térfogattal való szorzást jelent, mert semmi sem függ a helytől. Az impulzus szerinti integrálnál térjünk át gömbi koordinátákra, mint a gyakorlaton - ne felejtsük le a Jacobi-determinánst...)
- (b) Adjuk meg egy ilyen részecskére a kinetikus energia várható értékét!

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax^4} dx = \frac{1}{4} a^{-\frac{n+1}{4}} \Gamma \left(\frac{n+1}{4} \right)$$

A Γ -függvény értékeit tekintsük ismertnek!