

# Rezgések és hullámok 2.

## 2013.

### 1. feladat

Egy lineáris golyós-rugós rezgő rendszer négy, egy vonalban elrendezett golyóból áll, melyeket három rugó köt össze. A rendszer hosszirányban szabadon mozoghat, nincs falhoz kötve. A tömegek sorban: 4,5,5,4 kg. A rugóállandók: 2,5 és  $2 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ . Határozzuk meg a sajátfrekvenciákat és a normálmódusokat. A  $t = 0$  kezdőpillanatban a golyók kitérései rendre: 0,5,3 és  $-10$  cm, kezdősebességük zérus. Add meg a harmadik golyó pontos időfüggvényét. Lesz-e, és ha igen, mikor leghamarabb egy olyan pillanat amikor a golyók helyzete és kezdősebessége megegyezik a  $t = 0$  pillanatbelivel?

### 2. feladat

Egy  $1 + 1$  dimenziós hullámjelenség egyenlete a következő:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{c} \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t \partial x} = q^2 u$$

ahol  $c$  sebesség-,  $q$  pedig hullámszám-dimenziójú pozitív állandó.

Vezessük le és ábrázoljuk a diszperziós relációt, valamint a hullámok fázis- és csoportsebességét a hullámszám, illetve a frekvencia függvényében! (Tanács: ne akarjunk zárt képletet levezetni a sebességek frekvenciafüggésére, úgysem sikerül, vagy pedig áttekinthetetlen lesz. Éljen a grafikon! Ügyeljünk a diszperziós reláció görbéjének különböző ágaira!) Vizsgáljuk meg külön a  $k \rightarrow 0$ , a  $k \rightarrow q \pm 0$  és a  $k \rightarrow \infty$  határeseteket, és használjuk fel ezeket az eredményeket a függvények ábrázolásánál! Különösen óvatosan járjunk el a fázis- és a csoportsebesség frekvenciafüggésének ábrázolásakor az  $\omega \rightarrow \omega_{min}$  határesetnél!

### 3. feladat

A  $z < 0$  féltartományt homogén, izotróp rugalmas közeg tölti ki. A határsík felett merev közeg van. A határfelületre longitudinális hullám esik be, melynek a polarizációs vektora a hullámszámvektor és a felületi normális síkjában van. A visszavert hullám tisztán transzverzális. Mekkora a visszavert hullám amplitúdója? Fejezzük ki a beesési szög tangensét a Lamé állandók segítségével. Adjunk alsó korlátot a beesés szögére. (numerikus adatot kérek!)

### 4. feladat

Köbös kristályszerkezetű kristályos közegben a kocka egyik lapátlőja irányába mutató hullámszámvektorú rugalmas hullám terjed. Jelöljük a rugalmas állandókat röviden így:  $C_{1111} = \alpha$ ;  $C_{1122} = \beta$ ;  $C_{1212} = \gamma$ ! Írjuk fel a hangsebességeket és a polarizációs vektorokat meghatározó egyenleteket. Mutassuk meg, hogy ebben a speciális esetben (az általános esettől eltérően) beszélhetünk longitudinális és transzverzális hullámokról. Milyen értelemben? Határozzuk meg a különböző hullámok sebességeit!

### 5. feladat (ötösért)

A  $z = 0$  és a  $z = H$  síkok között homogén izotróp rugalmas közeg helyezkedik el. A réteg alatt és felett vákuum van. A rétegben  $x$  irányban hullám terjed, a polarizációs vektor  $y$  irányú. Vezessük le a diszperziós relációt (ügyeljünk az ágakra!), ábrázoljuk, majd adjuk meg és ábrázoljuk az egyes módusok hullámainak fázis- és csoportsebességét a hullámszám illetve a frekvencia függvényében.