

REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK

Vizsgazh.
2000. 01. 25.

Munkaidő 3 óra. Használható: Bronstein, órai jegyzet, zsebszámológép.

1. Egy csillapított harmonikus oszcillátor mozgásegyenlete: $\ddot{u} + 2\beta\dot{u} + \omega_0^2 u = f(t)$

$$\text{Legyen } \Omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 > 0; \quad T = 2\pi/\Omega; \quad q = e^{-\beta T}; \quad p = 1 - q; \quad f(t) = \begin{cases} 0, & \text{ha } t < 0 \\ 1, & \text{ha } 0 < t < 2T \\ -1, & \text{ha } 2T < t < 3T \\ 0, & \text{ha } 3T < t \end{cases}$$

Az $f(t)$ gerjesztő függvény megérkezése előtt a rendszer tartósan nyugalomban volt az origóban, a függvény lefutása után, $3T$ idő elteltével ismét ebbe az állapotba kerül.

Mennyi a komplex ω síkon a rendszer sajátfrekvenciáját ábrázoló, $\Omega + i\beta$ koordinátájú pont irányszöge? Numerikus végeredményt kérek, 4 tizedes pontossággal! Ábrázoljuk az $f(t)$ és az $u(t)$ függvények menetét! Mi az $u(t)$ függvény maximális és minimális értéke?

2. Számítsuk ki a következő $f(t)$ függvény $F(\omega)$ Fourier-transzformáltját (a jelölések megegyeznek az 1. feladatban használtakkal, N pozitív egész szám):

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{ha } t < 0 \\ \sin \Omega t, & \text{ha } 0 < t < NT \\ 0, & \text{ha } NT < t \end{cases}$$

Vizsgáljuk meg gondosan az $F(\omega)$ függvény menetét az $\omega = \Omega$ pont környezetében! Folytonos-e a függvény ebben a pontban?

3. Egy lineáris golyós-rugós rezgő rendszer négy, egy vonalban elrendezett golyóból áll, melyeket három rugó köt össze. A rendszer hosszirányban szabadon mozoghat, nincs falhoz kötve. A tömegek sorban: 3, 1, 1 és 3 kg, a rugóállandók: 12, 7 és 12 N/m. Határozzuk meg a sajátfrekvenciákat és a normálmódusokat! A $t = 0$ pillanában a golyók kitérése rendre 0, 3, 0 és -1 cm, sebességük zérus. Adjuk meg a harmadik golyó mozgásának időfüggvényét!

4. Egy 1+1 dimenziós $u(x, t)$ hullámjelenség egyenlete a következő (a pont az idő, a vessző a hely szerinti parciális deriváltat jelöli): $\ddot{u} + 2c\dot{u}' + c^2 u'' = \Omega^4 u$

Határozzuk meg és rajzoljuk le az $\omega(k)$ diszperziós relációt (milyen görbe ez?), keressük meg a jellegzetes pontok koordinátáit! Vizsgáljuk meg a reláció aszimptotikus viselkedését! Rajzoljuk le a hullámok fázis- és csoportsebességét a hullámszám, illetve a frekvencia függvényében!