REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK 1. Vizsgazh 2013. 01. 08.

Név	Neptun-kód	email-cím	min elf. jegy

Munkaidő 4 óra. Használható: Bronstein, saját órai jegyzet, zsebszámológép.

1. Egy alulcsillapított harmonikus oszcillátor mozgásegyenlete: $\ddot{u}+2\beta\dot{u}+\omega_0^2 u = f(t)$ Legyen $\Omega^2=\omega_0^2-\beta^2>0$ és $T=2\pi/\Omega$! A vizsgált rendszerre a következő **gerjesztő függvény** hat:

$$f(t)=\begin{cases} 0, & \text{ha} \quad t<0 \\ 6, & \text{ha} \quad 0<t<T/2 \\ 1, & \text{ha} \quad T/2<t<2T \\ 0, & \text{ha} \quad 2T<t \end{cases}$$

Az $f(t)$ gerjesztõ függvény megérkezése előtt a rendszer tartósan nyugalomban volt az origóban, a függvény lefutása után, $2T$ idő elteltével ismét ebbe az állapotba kerül.

Mennyi a komplex ω síkon a rendszer sajátfrekvenciáját ábrázoló, $\Omega+i\beta$ koordinátájú pont irányszöge? Numerikus végeredményt kérek, 4 tizedes pontossággal! Ábrázoljuk az $f(t)$ és az $u(t)$ függvények menetét! Mi az $u(t)$ függvény maximális és minimális értéke? (*Segítség*: először rajzolj! A megoldás során NEM KELL integrálni! *Szupersegítség:* A *q*-ra vonatkozó negyedfokú egyenlet osztható a $3q^2+q+1$ polinommal.)

2. Számítsuk ki a következő, $T=3\pi/\Omega$ (!!!!) szerint **periodikus** $f(t)$ függvény **Fourier-együtthatóit**:

$$f(t)=\begin{cases} \sin\Omega t, & ha \quad t\in[0,\ T/3] \quad vagy \quad t\in[2T/3,\ T] \\ 0, & ha \quad t\in[T/3,\ 2T/3] \end{cases}$$

3. Számítsuk ki a következő **nem periodikus** $f(t)$ függvény $F(\omega)$ **Fourier-transzformáltját**! Ábrázoljuk az $f(t)$ és az $F(\omega)$ függvényeket!

$$f(t)=\begin{cases} e^{\beta t}\sin\Omega t, & ha \quad t<0 \\ e^{-\beta t}\sin\Omega t, & ha \quad t\geq 0 \end{cases}$$

4. Keressük meg a következő inhomogén lineáris elsőrendű differenciálegyenlet **kauzális Green-függvényét**: $\dot{u}(t)+a\,u(t)=f(t)$! A képletben a rögzített valós, pozitív paraméter, $u(t)$ a keresett függvény, $f(t)$ a tetszőleges gerjesztő függvény. Próbálkozzunk fizikai megfontolásokkal, és építsünk a Dirac-delta tulajdonságaira! (Vigyázat: a keresett Green-függvény nem feltétlenül folytonos!)

5. Egy **lineáris rendszer** differenciálegyenlete:

$$\frac{d^6u(t)}{dt^6}-35\,\Omega^2\frac{d^4u(t)}{dt^4}+259\,\Omega^4\frac{d^2u(t)}{dt^2}-225\,\Omega^6 u(t)=0$$

A képletben Ω egy frekvencia-dimenziójú paraméter. A $t=0$ kezdőpillanatban $u(0)=128$, a függvény első öt deriváltjának értéke pedig 0. Adjuk meg az $u(t)$ függvényt! Lesz-e olyan későbbi időpont, amikor a rendszer állapota megegyezik a kezdeti állapottal? Ha igen, mikor következik ez be legelőször? (*Segítség*: vezessük be a $\lambda=\omega^2/\Omega^2$ paramétert, majd emlékezzünk vissza korábbi zh-élményeinkre!)