REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK 1.

Vizsgazh 2012. 01. 05.

név	EHA-kód	email-cím	min. elf. jegy

Munkaidő 4 óra. Használható: Bronstein, órai jegyzet, zsebszámológép.

1. Egy csillapított harmonikus oszcillátor mozgásegyenlete: $\ddot{u}+2\beta\,\dot{u}+\omega_0^2\,u=f\,(t)$

Legyen $\Omega^2=\omega_0^2-\beta^2>0\,;\quad T=2\,\pi/\Omega\,;\quad q=e^{-\beta T/2}\,;\qquad f\,(t)=\begin{cases}0, & \text{ha}\quad t<0\\ 2, & \text{ha}\quad 0<t<T/2\\ -1, & \text{ha}\quad T/2<t<3\,T/2\\ 0, & \text{ha}\quad 3\,T/2<t\end{cases}$

Az $f(t)$ gerjesztő függvény megérkezése előtt a rendszer tartósan nyugalomban volt az origóban, a függvény lefutása után, $3\,T/2$ idő elteltével ismét ebbe az állapotba kerül.

Mennyi a komplex ω síkon a rendszer sajátfrekvenciáját ábrázoló, $\Omega+i\beta$ koordinátájú pont irányszöge? Numerikus végeredményt kérek, 4 tizedes pontossággal! Ábrázoljuk az $f(t)$ és az $u\,(t)$ függvények menetét! Mi az $u\,(t)$ függvény maximális és minimális értéke? (*Segítség*: először rajzolj! A megoldás során NEM KELL integrálni! A *q*-ra vonatkozó egyenlet egyik hamis gyöke -1.)

2. Számítsd ki a következő, $T=2\pi/\Omega$ szerint periodikus $f(t)$ függvény Fourier-sorának együtthatóit:

$$f\,(t)=\begin{cases}\sin 3\Omega t, & ha\quad t\in[0,\ T/6]\quad vagy\quad t\in[T/3,\ 2T/3]\quad vagy\quad t\in[5T/6,\ T]\\ -\sin 3\Omega t, & ha\quad t\in[T/6,\ T/3]\quad vagy\quad t\in[2T/3,\ 5T/6]\end{cases}$$

Tanács: először rajzold le az $f(\mathrm{t})$ függvény menetét!

3. Számítsd ki a következő, nem periodikus $f(t)$ függvény $F\,(\omega)$ Fourier-transzformáltját :

$$f\,(t)=\begin{cases}0, & ha\quad t<0\\ e^{-\beta\,t}\sin\Omega t, & ha\quad t\geq 0\end{cases}$$

Ábrázold az $f(t)$ és az $F\,(\omega)$ függvényeket!

4. Egy lineáris golyós-rugós rezgő rendszer négy, egy vonalban elrendezett golyóból áll, melyeket három rugó köt össze. A rendszer hosszirányban szabadon mozoghat, nincs falhoz kötve. A tömegek sorban: 4, 5, 5 és 4 kg, a rugóállandók: 20, 50 és 20 N/m. Határozd meg a sajátfrekvenciákat és a normálmódusokat! A $t=0$ kezdőpillanatban a golyók kitérése rendre 10, -3, -5 és 0 cm, kezdősebességük zérus. Add meg a második golyó mozgásának pontos időfüggvényét! Lesz-e, és ha igen, mikor leghamarabb egy olyan pillanat, amikor a golyók helyzete és kezdősebessége megegyezik a $t=0$ pillanatbelivel ?