REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK 1. Vizsgazh 2010. 01. 05.

Név	EHA-kód	email-cím	min elf. jegy

Munkaidő 4 óra. Használható: Bronstein, órai jegyzet.

1. Egy alulcsillapított harmonikus oszcillátor mozgásegyenlete: $\ddot{u}+2\beta\dot{u}+\omega_0^2 u = f(t)$ Legyen $\Omega^2 = \omega_0{}^2 - \beta^2 > 0$ és $T = 2\pi/\Omega$! A vizsgált rendszerre a következő **gerjesztő függvény** hat:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } t<0 \\ 1 & \text{ha } 0<t<T \\ -K^2 & \text{ha } T<t<2T \\ 1 & \text{ha } 2T<t<3T \\ 0 & \text{ha } 3T<t \end{cases}$$

Az $f(t)$ gerjesztõ függvény megérkezése előtt a rendszer tartósan nyugalomban volt az origóban, a függvény lefutása után, $3T$ idő elteltével ismét ebbe az állapotba kerül. Mekkorára kell választani a *K* állandó értékét, hogy a fent leírt mozgás jöjjön létre?

(*Tanács*: a lehető legkevesebbet – esetleg semennyit se – integráljunk, gátlástalanul használjuk fel az előadáson elhangzottakat!)

3. Számítsuk ki a következő **periodikus** $f(t)$ függvény **Fourier-együtthatóit**:

$$f(t) = \begin{cases} \sin 2\Omega t, & \text{ha } 0<t<T/2 \\ \sin 4\Omega t, & \text{ha } T/2<t<T \end{cases}$$

ahol $T = 2\pi/\Omega$!

4. Számítsuk ki a következő **nem periodikus** $g(t)$ függvény $F(\omega)$ **Fourier-transzformáltját**! Ábrázoljuk az $F(\omega)$ függvényt, és számítsuk ki határértékét az $\omega \to \Omega$ helyen!

$$g(t) = \begin{cases} 0, & \text{ha } t<-T/2 \\ |\sin \Omega t|, & \text{ha } -T/2<t<T/2 \\ 0, & \text{ha } T/2<t \end{cases}$$

ahol $T = 2\pi/\Omega$!

5. Egy **lineáris golyós-rugós rendszer** négy, egy vonalban elrendezett golyóból áll, melyeket három rugó köt össze . A tömegek sorra 3, 1, 1 és 3 kg, a rugóállandók 12, 7 és 12 N/m. A rendszer nincs falhoz kötve, hosszirányban szabadon mozoghat. Határozzuk meg a sajátfrekvenciákat és a normálmódusokat! A $t=0$ kezdőpillanatban a golyók kitérése rendre 0, 3, 0 és -1 cm, sebességük zérus. Adjuk meg a harmadik golyó mozgásának időfüggvényét!

6. **Csak ötösért!** Egy **lineáris rendszer** differenciálegyenlete:

$$\frac{d^6u(t)}{dt^6} - 35\,\Omega^2\frac{d^4u(t)}{dt^4} + 259\,\Omega^4\frac{d^2u(t)}{dt^2} - 225\,\Omega^6 u(t) = 0$$

A képletben Ω egy frekvencia-dimenziójú paraméter. A $t=0$ kezdőpillanatban $u(0)=128$, a függvény első öt deriváltjának értéke pedig 0. Adjuk meg az $u(t)$ függvényt! Lesz-e olyan későbbi időpont, amikor a rendszer állapota megegyezik a kezdeti állapottal? Ha igen, mikor következik ez be legelőször? (*Segítség*: vezessük be a $\lambda = \omega^2/\Omega^2$ paramétert, majd emlékezzünk vissza korábbi zh-élményeinkre!)