REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK 1. Vizsgazh 2009. 01. 05.

Név	EHA-kód	email-cím	min elf. jegy

Munkaidő 4 óra. Használható: Bronstein, órai jegyzet.

1. Egy túlcsillapított harmonikus oszcillátor mozgásegyenlete: $\ddot{u} + 2\beta\,\dot{u} + \omega_0^2\, u = f\,(t)$

Legyen $\alpha^2 = \beta^2 - \omega_0^2 > 0$. Határozzuk meg a rendszer kauzális **Green-függvény**ét!

(**Pótkérdés ötösért**: ugyanez, a kritikus csillapítás esetére.)

2. Az előző feladatban vizsgált rendszerre a következő **gerjesztő függvény** hat:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } t < 0 \\ \omega_0^2 & \text{ha } 0 < t < T \\ K\,\omega_0^2 & \text{ha } T < t < 2\,T \\ N\,\omega_0^2 & \text{ha } 2T < t < 3\,T \\ 0 & \text{ha } 3T < t \end{cases}$$

Az $f(t)$ gerjesztõ függvény megérkezése előtt a rendszer tartósan nyugalomban volt az origóban, a függvény lefutása után, $3\,T$ idő elteltével ismét ebbe az állapotba kerül. Mekkorára kell választani a *K* és az *N* állandók értékét, hogy a fent leírt mozgás jöjjön létre?

(*Tanács*: a lehető legkevesebbet – esetleg semennyit se – integráljunk, gátlástalanul használjuk fel az előadáson elhangzottakat, és az előző feladat eredményét!)

3. Számítsuk ki a következő **periodikus** $f(t)$ függvény **Fourier-együtthatóit**:

$$f(t) = \begin{cases} \sin 2\Omega t, & \text{ha } 0 < t < T/2 \\ -\sin 2\Omega t, & \text{ha } T/2 < t < T \end{cases}$$

ahol $T = 2\,\pi\,/\,\Omega$!

4. Számítsuk ki a következő **nem periodikus** $g\,(t)$ függvény $F\,(\omega)$ **Fourier-transzformáltját**! Ábrázoljuk az $F\,(\omega)$ függvényt, és számítsuk ki határértékét az $\omega \to \Omega$ helyen!

$$g(t) = \begin{cases} 0, & \text{ha } t < -T/2 \\ \sin \Omega t, & \text{ha } -T/2 < t < T/2 \\ 0, & \text{ha } T/2 < t \end{cases}$$

ahol $T = 2\,\pi\,/\,\Omega$!

5. Egy **lineáris golyós-rugós rendszer** négy, egy vonalban elrendezett golyóból áll, melyeket három rugó köt össze . A tömegek sorra 3, 1, 1 és 3 kg, a rugóállandók 12, 7 és 12 N/m. A rendszer nincs falhoz kötve, hosszirányban szabadon mozoghat. Határozzuk meg a sajátfrekvenciákat és a normálmódusokat! A $t = 0$ kezdőpillanatban a golyók kitérése rendre 1, 0, -3 és 0 cm, sebességük zérus. Adjuk meg a második golyó mozgásának időfüggvényét!

6. Csak ötösért!
Egy **lineáris rendszer** differenciálegyenlete:

$$\frac{d^6u\,(t)}{dt^6} - 35\,\Omega^2\,\frac{d^4u\,(t)}{dt^4} + 259\,\Omega^4\,\frac{d^2u\,(t)}{dt^2} - 225\,\Omega^6\,u\,(t) = 0$$

A képletben Ω egy frekvencia-dimenziójú paraméter. A $t = 0$ kezdőpillanatban $u\,(0) = 128$, a függvény első öt deriváltjának értéke pedig 0. Adjuk meg az $u\,(t)$ függvényt! Lesz-e olyan későbbi időpont, amikor a rendszer állapota megegyezik a kezdeti állapottal? Ha igen, mikor következik ez be legelőször? (*Segítség*: vezessük be a $\lambda = \omega^2\,/\,\Omega^2$ paramétert, majd emlékezzünk vissza korábbi zh-élményeinkre!)