

REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK

Vizsgázó 2006. 01. 06.

Munkaidő 4 óra. Használható: Bronstein, órai jegyzet, zsebszámológép.

1. Egy csillapított harmonikus oszcillátor mozgásegyenlete: $\ddot{u} + 2\beta\dot{u} + \omega_0^2 u = f(t)$

$$\text{Legyen } \Omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 > 0; \quad T = 2\pi/\Omega; \quad q = e^{-\beta T/2}; \quad f(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } t < 0 \\ 1 & \text{ha } 0 < t < 2T \\ K & \text{ha } 2T < t < 5T/2 \\ 0 & \text{ha } 5T/2 < t \end{cases}$$

Az $f(t)$ gerjesztő függvény megérkezése előtt a rendszer tartósan nyugalomban volt az origóban, a függvény lefutása után, $5T/2$ idő elteltével ismét ebbe az állapotba kerül.

Mekkorára kell választani a K állandó értékét, hogy a fent leírt mozgás jöjjön létre? Ábrázoljuk az $f(t)$ és az $u(t)$ függvények menetét! Mennyi az $u(t)$ függvény maximális és minimális értéke hányadosának abszolút értéke? (Tanács: a lehető legkevesebbet – esetleg semennyit se – integráljunk, gátlátalanul használjuk fel az előadáson elhangzottakat és a levezetett eredményeket! Varázsigé: mértani sorozat.)

2. Számítsuk ki a következő periodikus $f(t)$ függvény Fourier-együtthatóit:

$$f(t) = \begin{cases} \sin \Omega t, & \text{ha } 0 < t < T/4 \\ -\sin \Omega t, & \text{ha } T/4 < t < 3T/4 \\ \sin \Omega t, & \text{ha } 3T/4 < t < T \end{cases} \quad \text{ahol } T = 4\pi/\Omega!$$

3. Számítsuk ki a következő nem periodikus $f(t)$ függvény $F(\omega)$ Fourier-transzformáltját:

$$f(t) = \begin{cases} 0 & \text{ha } t < 0 \\ e^{-\beta t} \sin \Omega t & \text{ha } 0 < t < T \\ 0 & \text{ha } t > T \end{cases}$$

Mi lesz az eredmény a $T \rightarrow \infty$ határesetben?

4. Egy lineáris golyós-rugós rezgő rendszer négy, egy vonalban elrendezett golyóból áll, melyeket három rugó köt össze. A rendszer hosszirányban szabadon mozoghat, nincs falhoz kötve. A tömegek sorban: 2, 9, 9 és 2 kg, a rugóállandók egyformák: 5 N/m. Határozzuk meg a sajátfrekvenciákat és a normálmódusokat! A $t=0$ pillanatban a golyók sebessége rendre 1, 1, -2 és -2 cm/s, kezdeti kitérésük zérus. Adjuk meg a harmadik golyó mozgásának időfüggvényét!