REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK

Vizsgazh 2004. 01. 06.

Név	azonosító	N

Munkaidő 3 óra. Használható: Bronstein, órai jegyzet, zsebszámológép.

1. Egy csillapított harmonikus oszcillátor mozgásegyenlete: $\ddot{u} + 2\beta\,\dot{u} + \omega_0^2\,u = f\,(t)$

$$\text{Legyen} \quad \Omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 > 0\,; \quad T = 2\pi/\Omega\,; \quad q = e^{-\beta T/2}\,; \quad f(t) = \begin{cases} 0, \text{ ha } t < 0 \\ N^2, \text{ ha } 0 < t < T \\ -1, \text{ ha } T < t < 2T \\ 0, \text{ ha } 2T < t \end{cases}$$

Az $f(t)$ gerjesztő függvény megérkezése előtt a rendszer tartósan nyugalomban volt az origóban, a függvény lefutása után, $2T$ idő elteltével ismét ebbe az állapotba kerül.

Mennyi a komplex ω síkon a rendszer sajátfrekvenciáját ábrázoló, $\Omega + i\beta$ koordinátájú pont irányszöge? Numerikus végeredményt kérek, 4 tizedes pontossággal! Ábrázoljuk az $f(t)$ és az $u(t)$ függvények menetét! Mennyi az $u(t)$ függvény maximális és minimális értéke hányadosának abszolút értéke (pontosan!)? (Tanács: a lehető legkevesebbet integráljunk, gátlástalanul használjuk fel az előadáson elhangzottakat és a levezetett eredményeket!)

2. Számítsuk ki a következő periodikus $f(t)$ függvény $F\,(\omega)$ Fourier-együtthatóit:

$$f(t) = \begin{cases} \sin\,\Omega t, \text{ ha } 0 < t < T \\ 0, \text{ ha } T < t < N\,T \end{cases}$$, ahol $T = \pi/\Omega$, a függvény NT után ismétlődik.

3. Egy lineáris golyós-rugós rezgő rendszer négy, egy vonalban elrendezett golyóból áll, melyeket három rugó köt össze. A rendszer hosszirányban szabadon mozoghat, nincs falhoz kötve. A tömegek sorban: 3, 1, 1 és 3 *kg*, a rugóállandók: 12, 7 és 12 *N/m*. Határozzuk meg a sajátfrekvenciákat és a normálmódusokat! A $t = 0$ pillanatban a golyók kitérése rendre 0, 0, -3 és 1 *cm*, sebességük zérus. Adjuk meg a második golyó mozgásának időfüggvényét!

4. Egy 1+1 dimenziós $u\,(x,t)$ hullámjelenség egyenlete a következő (a pont az idő, a vessző a hely szerinti parciális deriváltat jelöli): $\ddot{\ddot{u}} + 2\,c\,u'''' + c^2\ddot{u}'' = \Omega^4\,u$

A képletben c sebesség-, Ω pedig frekvencia-dimenziójú pozitív állandó.

Határozzuk meg és rajzoljuk le az $\omega\,(k)$ diszperziós relációt (milyen görbe ez?), és keressük meg a jellegzetes pontok koordinátáit! Vizsgáljuk meg a reláció aszimptotikus viselkedését nagyfrekvenciás határesetben! Rajzoljuk le a hullámok fázissebességét a hullámszám, illetve a frekvencia függvényébenIsmételjük meg a vizsgálatokat úgy, hogy a második tag előjelét negatívra változtatjuk! ! (Tanács: a diszperziós reláció vizsgálatakor először a $k(\omega)$ függvényt ábrázoljuk!)