

REZGÉSEK ÉS HULLÁMOK

Vizsgazh.
2003. 01. 09.

Munkaidő 3 óra. Használható: Bronstein, órai jegyzet, zsebszámológép.

1. Egy csillapított harmonikus oszcillátor mozgásegyenlete: $\ddot{u} + 2\beta\dot{u} + \omega_0^2 u = f(t)$

$$\text{Legyen } \Omega^2 = \omega_0^2 - \beta^2 > 0; \quad T = 2\pi/\Omega; \quad q = e^{-\beta T}; \quad p = 1 - q; \quad f(t) = \begin{cases} 0, & \text{ha } t < 0 \\ -1, & \text{ha } 0 < t < 2T \\ 1, & \text{ha } 2T < t < 3T \\ 0, & \text{ha } 3T < t \end{cases}$$

Az $f(t)$ gerjesztő függvény megérkezése előtt a rendszer tartósan nyugalomban volt az origóban, a függvény lefutása után, $3T$ idő elteltével ismét ebbe az állapotba kerül.

Mennyi a komplex ω síkon a rendszer sajátfrekvenciáját ábrázoló, $\Omega + i\beta$ koordinátájú pont irányszöge? Numerikus végeredményt kérek, 4 tizedes pontossággal! Ábrázoljuk az $f(t)$ és az $u(t)$ függvények menetét! Mi az $u(t)$ függvény maximális és minimális értéke?

2. Számítsuk ki a következő $f(t)$ függvény $F(\omega)$ Fourier-transzformáltját:

$$f(t) = \begin{cases} 0, & \text{ha } t < -T \\ 1 + (t/T), & \text{ha } -T < t < 0 \\ 1 - (t/T), & \text{ha } 0 < t < T \\ 0, & \text{ha } T < t \end{cases}$$

Rajzoljuk le az $F(\omega)$ függvény menetét!

3. Egy lineáris golyós-rugós rezgő rendszer négy, egy vonalban elrendezett golyóból áll, melyeket három rugó köt össze. A rendszer hosszirányban szabadon mozoghat, nincs falhoz kötve. A tömegek sorban: 3, 1, 1 és 3 kg, a rugóállandók: 12, 7 és 12 N/m. Határozzuk meg a sajátfrekvenciákat és a normálmódusokat! A $t = 0$ pillanatban a golyók kitérése rendre 0, -3, 0 és 1 cm, sebességük zérus. Adjuk meg a második golyó mozgásának időfüggvényét!

4. Egy 1+1 dimenziós $u(x, t)$ hullámjelenség egyenlete a következő (a pont az idő, a vessző a hely szerinti parciális deriváltat jelöli): $\ddot{u} + 4c^2 u'' + 5c\dot{u}' - 8i\mu c u' + 4i\mu\dot{u} - 4\mu^2 u = 0$

A képletben i a képzetes egység, c sebesség-, μ pedig frekvencia-dimenziójú állandó.

Határozzuk meg és rajzoljuk le az $\omega(k)$ diszperziós relációt (milyen görbe ez?), és keressük meg a jellegzetes pontok koordinátáit! Vizsgáljuk meg a reláció aszimptotikus viselkedését nagyfrekvenciás határesetben! Rajzoljuk le a hullámok fázis- és csoportsebességét a hullámszám, illetve a frekvencia függvényében! (Tanács: a diszperziós reláció vizsgálatakor térjünk át az $y = \omega/\mu$ és az $x = kc/\mu$ dimenziótlan változókra!)